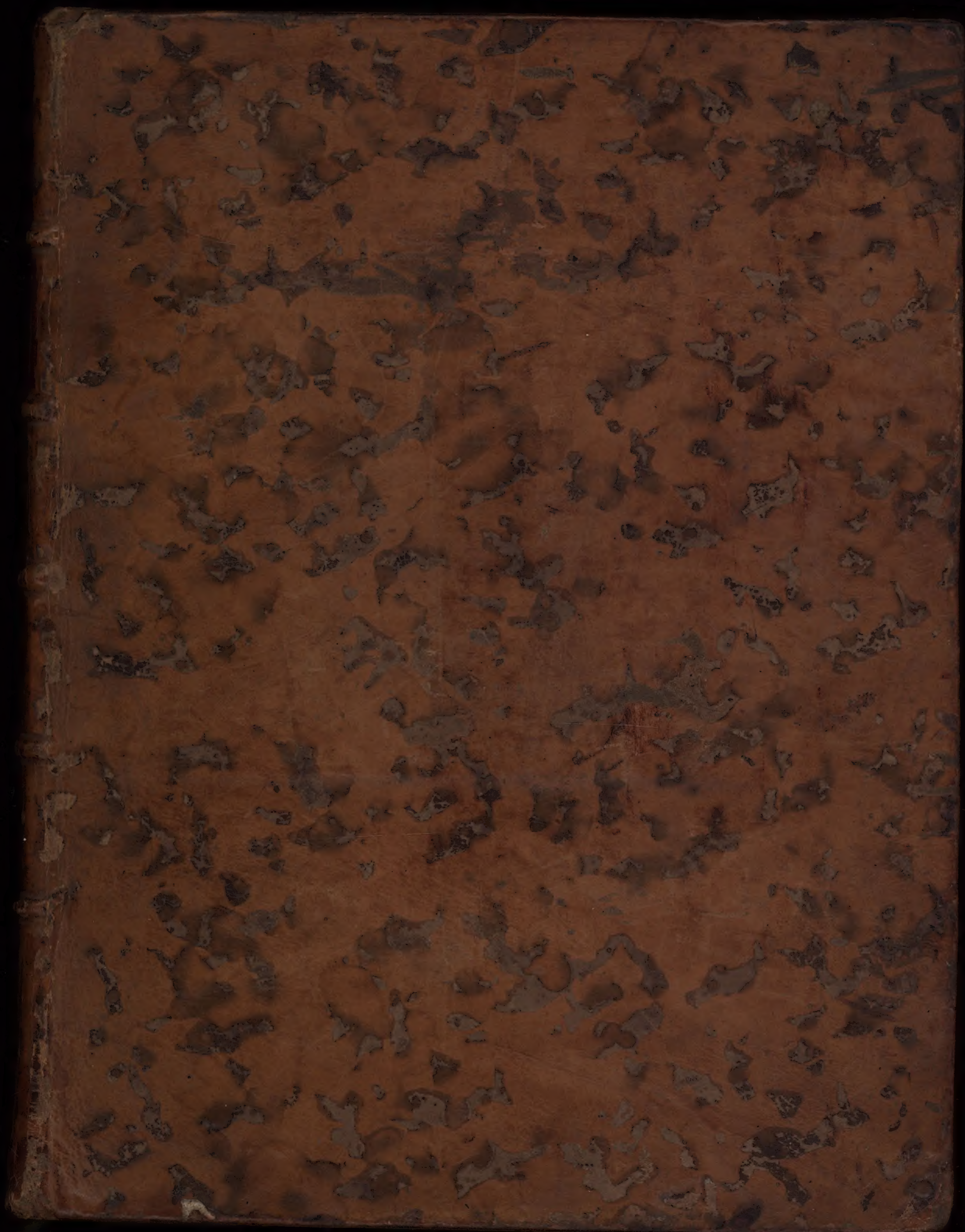
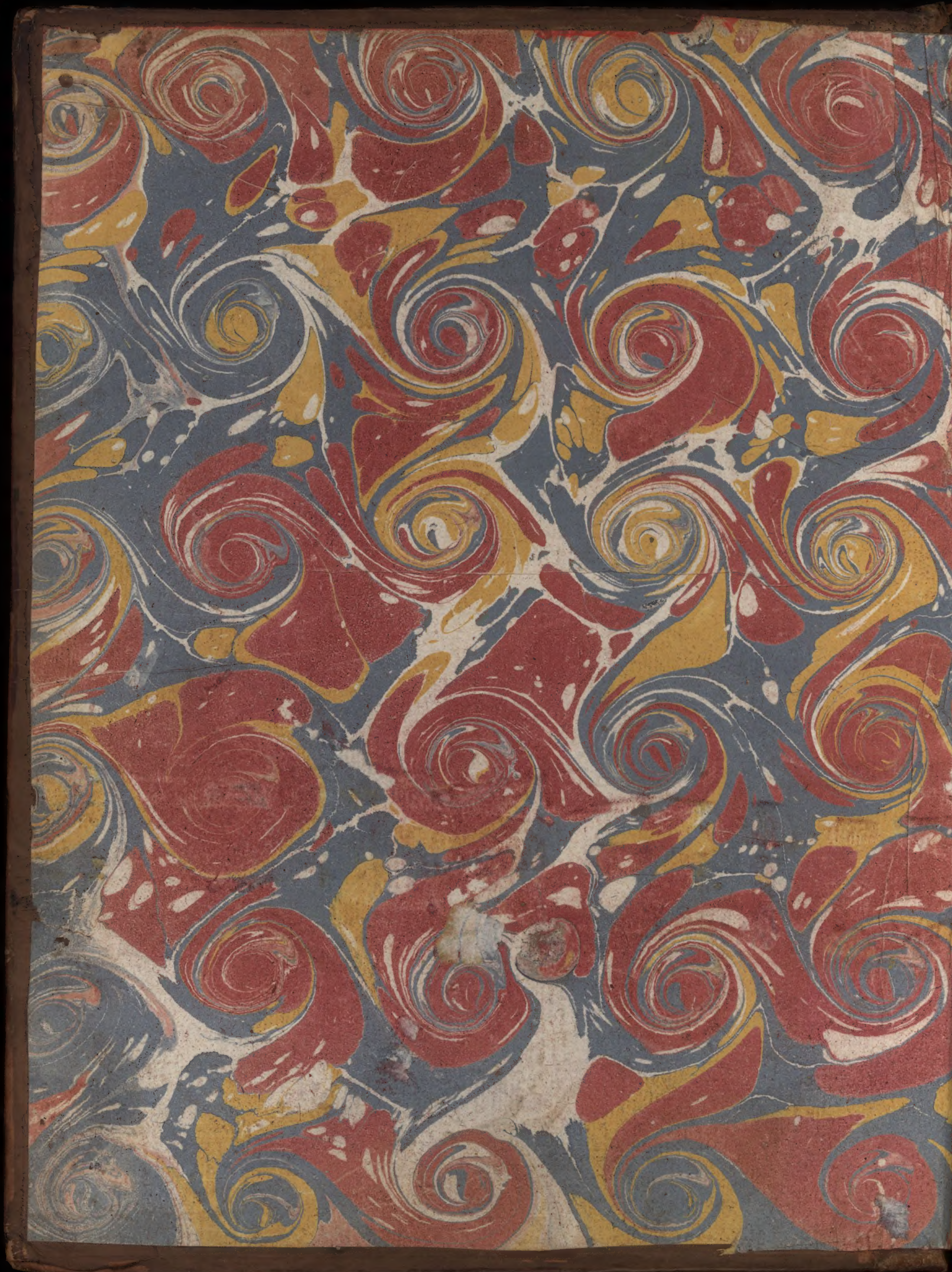






LA THÉORIE ET LA PRATIQUE
DE LA
COUPE DES PIERRES
ET DES BOIS
POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES
Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires,

OU

TRAITÉ DE STEREOTOMIE
A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, Directeur des Fortifications de Bretagne.

Nouvelle Edition revue avec soin & corrigée.

TOME SECOND.



A PARIS, RUE DAUPHINE,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'artillerie & le génie, à l'image Notre-Dame.

M. DCC. LXVIII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

AVERTISSEMENT.

CET avertiſſement n'eſt uniquement que pour répondre à une difficulté qui m'a été propoſée par un de nos Ingénieurs qui poſſede dans un degré éminent les deux qualités néceſſaires pour juger de mon ouvrage, leſquelles ſont très rarement raſſemblées dans la même perſonne, c'eſt d'être en même tems mathématicien & bon architecte. J'ai donné au troiſieme livre, (pag. 380 & ſuivantes) * la maniere de faire le développement du cône ſcalene par le moyen des cordes du cercle de ſa baſe. Cette ſolution ne lui avoit pas paru ſuffiſante du premier abord, en ce que le développement fait par les cordes ſera toujours plus petit que celui de la ſurface courbe circonſcrite à ces cordes. Il auroit ſouhaité que j'euſſe donné la maniere de trouver l'angle $B^d S^d a^d$ (tome premier, planche 22, figure 266) que font entr'eux les côtés qui comprennent la ſurface développée; tels ſont (pour me ſervir d'un exemple familier) les bords d'un morceau de papier dont on avoit fait un cornet; à quoi j'ai répondu:

* Tome premier, derniere édition.

Premierement, que ſi l'on examine à la fin de ma ſolution, on verra qu'étant relative à la conſtruction des voûtes dont les vouſſoirs ne ſe font bien que par le moyen des doëles plates paſſant par les cordes des arcs compris par les diviſions des ceintres en vouſſoirs, elle eſt très-exacte & très-convenable à la pratique. Secondement, qu'il ne me paroît pas poſſible, en général, de déterminer l'ouverture de cet angle dans le cône ſcalene, & même pas toujours dans la ſuppoſition du cône droit; ce problême eſt tranſcendant, car il ſe réduit à *trouver la ſomme de telle partie qu'on voudra de tous les angles infiniment petits qui forment l'angle ſolide du cône ſcalene*; en voici la raiſon.

Il eſt démontré que la ſomme de tous les angles infiniment petits autour du ſommet du cône, eſt à la ſomme de tous les angles autour du centre de la baſe, c'eſt-à-dire à quatre droits, comme réciproquement le rayon de la baſe eſt au côté du cône. Le lemme ſecond, page 25 de ce deuxieme tome, peut ſervir d'introduction à la connoiſſance de cette vérité, que je ſuppoſe connue. Ainſi nommant le rayon de la baſe *r*, & le côté du cône *c*, la valeur de la ſomme de tous les angles infiniment petits

autour du sommet sera exprimée par $\frac{r}{c} \times 4$ droits; c'est-à-dire que, si par exemple, le rayon de la base est la moitié du côté du cône, ou bien (ce qui revient au même) si la section triangulaire du cône est un triangle équilatéral, la valeur de tous les angles autour du sommet sera de 180 degrés; mais toutes les fois que la raison de r à c, ne sera pas de nombre à nombre, il sera impossible d'exprimer la valeur de tous ces angles infiniment petits. Le savant lecteur dont je parle, a été satisfait de cette réponse.

Au reste, je souhaite que ce second tome soit aussi bien reçu que le premier, qui m'a attiré des lettres obligeantes de plusieurs personnes distinguées par leur science dans les mathématiques & dans l'architecture, parmi lesquels je puis nommer M. Senès de l'Académie des Sciences de Montpellier, Ingénieur en chef de cette place & du canal de Cette au Rône, & M. Belidor, Commissaire Provincial d'artillerie, & Professeur Royal des mathématiques aux écoles du même corps, qui dans la préface du premier tome de son excellente *Architecture Hydraulique*, qu'il vient de publier depuis peu, m'honore d'éloges que je mérite moins par mes ouvrages que par la conformité d'intention que j'ai avec lui, de travailler utilement pour les arts nécessaires au bien de l'Etat. Heureux si j'avois autant de talens & de capacité que lui pour seconder cette noble inclination. Nous lui avons l'obligation d'avoir enrichi ces arts de belles découvertes & de les avoir éclairés des lumieres de la raison; en quoi il a fourni aux Ingénieurs & aux Architectes les moyens de s'acquitter facilement & parfaitement des fonctions de leur profession. Comme Ingénieur, je lui en fais mes remercimens, & comme particulier, sensible à l'honneur qu'il m'a fait en public, je lui dois aussi en public des marques de ma parfaite reconnoissance, que je le prie de recevoir, déclarant que par un excès de modestie, il attribue à mes conseils les beautés d'une méthode qui ne vient que de son propre fond.

Fin de l'Avertissement.



TABLE

DES TITRES DU SECOND TOME.

LIVRE IV.

CHAPITRE I.

Premiere partie des voûtes simples.

Des ſegmens des ſphéroïdes.

CHAPITRE II.

CHAPITRE IV.

Des voûtes planes horiſontales ou inclinées.

CHAPITRE V.

CHAPITRE VI.

CHAPITRE VII.

CHAPITRE VIII.

CHAPITRE IX.

CHAPITRE X.

Fin de la Table des Titres du ſecond Tome.

L'Approbation du Cenſeur Royal & le privilege pour cette nouvelle édition ſe trouvent au commencement du premier volume de ce même ouvrage.

LIVRES D'ARCHITECTURE du fonds de Librairie de Charles-Antoine Jombert, Libraire du Roi, rue Dauphine, à Paris.

ARCHITECTURE FRANÇOISE, ou recueil des plans, élevations, & coupes géométrales des plus beaux Palais, Hôtels & Eglises de Paris, & du Château de Versailles; avec des descriptions & des dissertations historiques & critiques sur chacun de ces édifices, par M. *Blondel*, Architecte du Roi. En quatre volumes *in-folio*, avec 600 planches.

Ces quatre volumes se vendent séparément 100 liv. chacun, tiré sur le *Nom de Jesus*, & 75 liv. tiré sur le *grand raisin*.

Suite de l'Architecture Françoise. Les délices de Paris & de ses environs, ou recueil de vûes perspectives des plus beaux monumens de l'ancien Paris, ainsi que des châteaux & maisons de plaisance de ses environs: en plus de 200 planches gravées par *Perelle*, *Marot*, &c. *in-folio*, grand papier, 50 liv.

Suite de l'Architecture Françoise. Les délices de Versailles & des Maisons Royales, ou recueil de Vues perspectives des château, parc, jardin & bosquets de Versailles, ainsi que des autres Maisons Royales, Châteaux & autres Edifices les plus considérables en France, en 210 planches gravées par les mêmes. *in-folio*, grand papier, 50 liv.

Petit Œuvre de *Jean Marot*, contenant un recueil de bâtimens exécutés, & de diverses compositions d'Architecture dessinées & gravées par *Jean Marot*, Architecte Parisien, en un volume *in-4°*. grand papier, avec 220 planches, 18 liv.

Œuvres d'Architecture de *Jean Le Pautre*, où l'on trouve des exemples très-variés de toutes les parties de l'Architecture qui sont susceptibles de décoration, en trois vol. *in-folio*, contenant près de 780 planches, 80 liv.

Suite du même Ouvrage. Répertoire des Artistes, ou Recueil de différentes compositions d'Architecture & d'ornemens, tant antiques que modernes, de toute espece; par divers Auteurs, comme *Marot*, *Loire*, *Du Cerceau*, *Le Pautre*, *Cottart*, *Pierretz*, *Cotelle*, *Le Roux*, *Berain*, &c. en deux volumes *in-folio*, avec près de 700 planches, 54 liv.

Architecture Moderne, ou l'art de bien bâtir pour toutes sortes de personnes, où l'on traite de la construction; des escaliers; des devis; du toisé des bâtimens; de la Coutume de Paris; & de la distribution, par *Charles-Antoine Jombert*, en deux volumes *in-4°*. grand papier, avec plus de 150 planches. Nouvelle édition, considérablement augmentée, 1764, 42 liv.

Suite du même Ouvrage. De la Décoration des Edifices, & de la distribution des Maisons de plaisance, par M. *Blondel*, Architecte du Roi, en deux volumes *in-4°*. grand papier, avec 150 planches, 42 liv.

Bibliotheque portative d'architecture élémentaire, à l'usage des Artistes, par *Charles-Antoine Jombert*, contenant les traités suivans:

1°. Regles des cinq Ordres d'Architecture, par *Jacques Barrozzio de Vignole*, augmentées de remarques, *in 8°*. avec 65 planches, 7 liv.

2°. Architecture de *Palladio*, contenant ses cinq Ordres d'Architecture, ses observations sur la maniere de bien bâtir, & son traité des grands chemins & des ponts, tant de charpente que de maçonnerie; nouv. édit. *in-8°*. avec 75 planches; 7 liv.

3°. Œuvres d'Architecture de *Vincent Scamozzi*, divisées en quatre livres; contenant ses observations générales sur les cinq Ordres d'Architecture, son traité des cinq Ordres, ses regles sur la maniere de profiler les Ordres, & sur les proportions des différentes parties d'un édifice, & la description de divers bâtimens de sa composition; nouvelle édition, corrigée & rendue plus intelligible, en un vol. *in-8°*. avec 80 planches, 7 liv.

4°. Parallele des principaux Auteurs qui ont écrit sur l'Architecture, composé par MM. *Errard* & *de Chambrai*, réduit & mis à la portée des Artistes, avec les piédestaux pour chaque Ordre, & les proportions des mêmes Ordres suivant MM. *Perrault* & *Errard*, *in-8°*. avec 63 planches, 7 liv.

Cours d'Architecture, qui comprend les cinq Ordres de *Vignole*, avec un commentaire, des instructions & des préceptes sur l'art de bâtir; par le sieur *D'Aviler*, nouv. édit.

enrichie de nouveaux exemples sur toutes les parties de l'Architecture, *in*-4°. grand papier. 24 liv.

Suite du même Ouvrage. Dictionnaire d'Architecture Civile & Hydraulique, où l'on explique les termes de l'art de bâtir & de ses différentes parties, par le sieur *D'Aviler*, *in*-4°. gr. pap. nouv. édit. considérablement augmentée. 15 liv.

La Théorie & la Pratique du jardinage, où l'on trouve des exemples de toutes les parties du jardinage qui sont susceptibles de décoration, de la composition d'*Alexandre Le Blond*, Architecte du Czar; nouvelle édition augmentée d'un traité d'Hydraulique convenable aux jardins, *in*-4°. 15 liv.

Regles des cinq Ordres d'Architecture de *Vignole*, en 30 planches, *in fol.* broché, 3 liv.

Le même ouvrage, en un un vol. *in*-12. relié en parchemin. 1 liv. 16 s.

Abregé du parallele de l'Architecture antique avec la moderne, par M. de *Chambray*, nouvelle édition augmentée des piédestaux pour chaque Ordre, *in-fol.* le discours gravé, en 100 planches, 12 liv.

Traité des cinq Ordres d'Architecture, par M. *Potain*, Architecte du Roi, *in*-4°. grand papier, 1768, avec 60 planches très-bien gravées, 16 liv.

Nouveau Traité de la Coupe des pierres, par M. *de la Rue*, Architecte du Roi, *in-folio*, grand papier, avec près de 86 planches, 40 liv.

La Théorie & la pratique de la Coupe des pierres & des bois, par M. *Frezier*, Ingénieur du Roi, en trois vol. *in* 4°. avec 120 planches, 45 liv.

Elémens de Stéréotomie, à l'usage de l'Architecture, ou Abregé de la Théorie & de la Pratique de la Coupe des pierres, par le même Auteur, en deux volumes *in*-8°. avec figures, 12 liv.

Art de la Charpenterie de *Mathurin Jousse*, augmenté par M. *De la Hire*, *in-fol.* nouvelle édition, 1751, 12 liv.

Traité de Charpenterie & des bois de toute espece; avec un tarif général pour le calcul des bois de toutes sortes de longueurs & grosseurs, & un Dictionnaire des termes de cet Art; par M. *Mesange*, en 2 vol. *in*-8°. avec beaucoup de planches, 1753, 12 liv.

Traité physique de la culture & de la plantation des arbres, avec la maniere de les exploiter, de les débiter & de les échantillonner, par M. *Roux*, *in*-12. 2 liv. 10 s.

Détails des ouvrages de menuiserie pour les bâtimens, avec les prix des différens ouvrages & des tarifs pour leur toisé, par M. *Potain*, le Pere, *in*-8°. 6 liv.

Nouveau tarif du toisé de la maçonnerie, tant superficiel que solide, avec le toisé des Bâtimens, suivant la Coutume de Paris, par M. *Mesange*, *in*-8°. 7 liv.

La Méchanique du feu, où l'on enseigne la construction de nouvelles cheminées qui échauffent davantage & sont moins sujettes à la fumée, par M. *Gauger*, *in*-12. avec fig. 3 liv.

La Science des Ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification & d'architecture civile, par M. *Belidor*, *in*-4°. grand papier, avec 52 planches, 24 liv.

Architecture Hydraulique, *premiere partie*, ou l'art de conduire & d'élever les eaux pour tous les besoins de la vie, par le même Auteur, en deux volumes *in*-4°. grand papier, avec 100 planches, 40 liv.

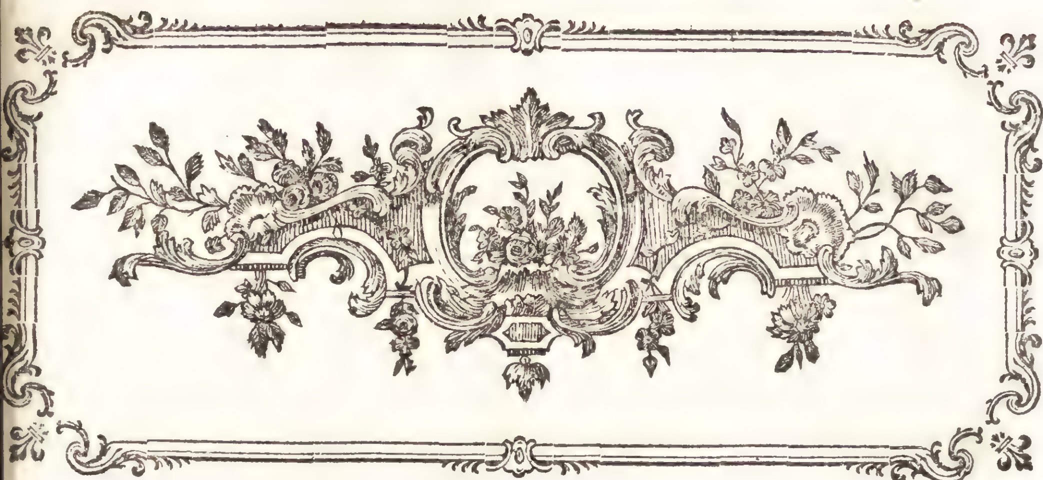
Architecture Hydraulique, *seconde partie*, ou l'art de construire les écluses, les ponts, les canaux, digues, jettées, &c, où l'on explique la maniere de diriger les eaux de la mer & des rivieres, relativement à la défense des places, au commerce, & à l'agriculture; par le même Auteur, en deux vol. *in*-4°. grand papier, avec 120 pl. 50 liv.

Dictionnaire portatif de l'Ingénieur, où l'on explique les principaux termes des sciences les plus nécessaires à un Ingénieur, par le même Auteur, *in*-8°. nouvelle édition totalement changée, & augmentée considérablement, par *Charles-Antoine Jombert* *in*-8°. 9 liv.

Traité de Perspective-pratique, avec des remarques sur l'Architecture; par M. *Courtonne*, *in-fol.* avec beaucoup de figures, 15 liv.

Traité de Perspective-pratique appliquée à l'Architecture, par M. *Bretez*, *in-fol.* en près de 60 planches, 12 liv.

Traité de Perspective à l'usage des Artistes, où l'on démontre toutes les pratiques de cette science, selon la méthode de M. *Le Clerc*, par M. *Jeaurat*, *in*-4°. enrichi de plus de 100 planches, 15 liv.



TRAITÉ
DE
STEREOTOMIE.

LIVRE QUATRIEME.

DE LA TOMOTECHNIE, OU DE L'ART DE COUPER les ſolides pour la conſtruction des voûtes & autres ouvrages d'architecture.

En termes de l'Art :

Des traits de la coupe des pierres.



ES principes de théorie & de pratique qui compoſent les deux premiers livres de ce traité, & les regles du deſſein de l'épure que nous avons donné dans le troiſieme, renferment tout l'art de la coupe des pierres & des bois ; j'y avois borné mon ouvrage, comptant que j'en avois aſſez dit pour mettre un lecteur en état d'en faire l'application à chaque eſpece de

trait de voûte en particulier, quelque difficile qu'elle puiſſe être, & que je devois renvoyer ceux à qui de telles inſtructions ne ſuffiſent pas, aux livres du Pere Derand & de M. de la Rue, ſur-tout à ce dernier, qui eſt bien circonſtancié pour la pratique ordinaire, & enrichi de belles figures. A l'égard de la coupe des bois pour les revêtemens de lambris, j'aurois auſſi pu me contenter d'indiquer le traité du ſieur Blanchard; mais ayant fait attention que ces auteurs, qui ſe ſont bornés à une ſimple pratique, ont beaucoup laiſſé à deſirer, & quelquefois à corriger, j'ai ſuivi le conſeil que l'on m'a donné de remanier la même matiere pour l'éclairer de démonſtrations, & la traiter plus méthodiquement; d'autant plus que je me ſuis ſenti en état d'y ajouter pluſieurs nouveaux traits, tant de mon propre fond que de quelques-unes des leçons que feu M. de la Hire a donné à l'Académie d'Architecture, au vieux Louvre. Il eſt difficile de pénétrer dans la théorie d'une grande partie des beaux arts, ſans être redevable de quelques lumieres à ce grand Mathématicien, qui les a enrichi de pluſieurs découvertes; cependant comme il laiſſoit à ſes auditeurs le ſoin d'en trouver les démonſtrations, & qu'il a fallu les accommoder à mes principes, on n'y reconnoîtra que le fond de la doctrine, tant j'y ai fait de changemens & d'additions.

Je puis de même avancer qu'on ne trouvera ici de répétions de livres de la coupe des pierres, que celles qui ſont néceſſaires pour comparer différentes épures entre elles, lorſque les *traits* ont été ſuſceptibles de variations; perſuadé que rien n'ouvre mieux l'eſprit que de lui préſenter différentes idées ſur le même ſujet. J'ai eu deſſein d'approfondir cette matiere; je ne ſais ſi j'ai réuſſi, le Public en décidera; j'expoſe du moins ma bonne volonté pour la perfection de la partie la plus difficile de l'architecture; je ſouhaite qu'un plus habile Mathématicien acheve cette ébauche, & renchériſſe ſur ce traité comme je crois avoir renchéri ſur tous les autres qui m'ont précédé.



PREMIERE PARTIE.

Des voûtes ſimples.

CHAPITRE I.

Des élémens de la pratique de la coupe des pierres & des bois.

I.

De la connoiſſance des ſurfaces.

AVANT que d'entrer en matiere, il eſt à propos de donner ici une idée nette & diſtincte des différentes ſortes de ſurfaces qu'on peut former dans les ouvrages d'architecture, afin qu'ayant une pleine connoiſſance de celles qu'on ſe propoſe de faire, on trouve plus facilement les moyens néceſſaires à l'exécution.

Les ſurfaces ſont ou *planes* ou *courbes*, c'eſt une diviſion ſimple & générale.

La ſurface plane eſt celle à laquelle une ligne droite, comme une regle, peut s'appliquer en tout ſens; & parce qu'il n'y a qu'une ſorte de ligne droite, il n'y a auſſi qu'une ſorte de ſurface plane.

La ſurface courbe au contraire eſt celle à laquelle une ligne droite ne peut s'appliquer tout au plus qu'en un ſens, & non pas de l'autre, ou même en aucune poſition; & comme il y a pluſieurs ſortes de courbes, il y a auſſi pluſieurs eſpeces de ſurfaces courbes.

Les unes ſont *régulieres*, les autres *irrégulieres*. On peut diviſer la premiere eſpece en deux claſſes; l'une de ces corps réguliers, que j'appelle primitifs: tels ſont la ſphere, le cône, & le cylindre.

L'autre de ceux qui ſont un peu moins réguliers, comme ſont

les ſphéroïdes, les cônes & cylindres, dont les baſes ne ſont pas circulaires, les anneaux, &c. On peut appeller leurs ſurfaces *les régulierement irrégulieres.*

Les ſurfaces irrégulieres ſont en nombre infini; mais celles des ouvrages d'architecture ont toujours une ſorte de régularité, ſans quoi elles ſeroient déſagréables à la vue, & l'on ne pourroit en faire l'objet d'un art dont la fin eſt de plaire autant que de ſervir aux beſoins de la vie. Après avoir conſidéré les ſurfaces dans le tout, il faut en examiner les parties faites par la ſection des plans qu'on peut ſuppoſer les couper de différentes façons.

II.

De la poſition des ſommets des angles des portions de ſurfaces courbes régulieres.

Lorſqu'une ſphere, un cône, ou un cylindre ſeront coupés par trois plans inclinés entr'eux, qui ſe coupent au dedans du corps, la portion de ſurface qu'ils comprendront ſera un trilatere, autrement une figure de trois côtés, dont les ſommets de trois angles qu'ils forment ſeront dans un même plan; c'eſt-à-dire, qu'ils pourront être appliqués à une ſurface plane, qu'ils toucheront en trois points tout au moins.

La raiſon en eſt évidente par la ſeconde propoſition du 11[e] livre d'Euclide, en ce qu'on peut toujours faire paſſer un plan par trois points donnés.

Planche 28. Fig. 1 & 2. Si des trois plans qui coupent le corps donné, il y en a deux *a*H*y*, *bsc* ou A*hx*, NHP, dont l'interſection tombe au dehors de la ſurface en *x*, ou en *y*, alors il ſe formera un quadrilatere, c'eſt-à-dire, une figure de quatre côtés, dont les ſommets *abcy*, ANPZ, des angles qu'ils comprennent, pourront être ou ne pas être dans un plan, ce que l'on peut connoître par les marques ſuivantes.

Premierement. Une portion de ſurface de quatre côtés peut être le ſegment formé par les ſections de quatre plans auſſi bien que par trois. Mais ſoit par l'un ou l'autre de ces nombres de plans, il ſera toujours vrai, pour les ſegmens cylindriques, que les ſommets de ſes quatre angles ſeront dans un plan, lorſque deux de ſes côtés ſeront droits; parce qu'il n'y a de ſection rectiligne dans le cylindre que celle qui eſt formée par un plan paſſant par l'axe ou parallelement à l'axe, & dans le

cône que celle qui eſt dans un plan paſſant par le ſommet du cône, dont il coupe les côtés en ligne droite de part & d'autre de l'axe; or dans la portion cylindrique *ac*, les côtés droits ſont paralleles entre eux; donc [par la 7e du 11e livre d'Euclide] ils ſont dans le même plan. Et dans la portion conique AP [*fig.* 2.] ces côtés concourent au ſommet *s*; donc [par la 2e du même] ils ſont dans un même plan. *Fig.* 1. *Fig.* 2.

Secondement. Si une ſurface ſphérique n'eſt coupée que par trois plans, dont deux *ab*, *db* ſe croiſent hors de la ſphere en *b*, la portion de ſurface qu'ils comprendront ſera un quadrilatere, dont les quatre angles ſeront dans le troiſieme plan *abd*, qui coupe les deux précédens. *Fig.* ✠.

Mais ſi la portion de ſurface quadrilatere de ſphere, de cône, ou de cylindre, eſt coupée par quatre plans dans des circonſtances différentes, & qu'on ne connoiſſe que la poſition des lignes de leurs interſections dans le corps coupé, on pourra connoître ſi les ſommets des quatre angles ſont dans un même plan comme il ſuit; en ſuppoſant ces interſections coupées par un cinquieme plan *asl*. *Fig.* 3.

Premierement. Pour la ſphere, on tracera un cercle par trois de ces points donnés, ou, pour me ſervir du langage des ouvriers, on fera le trait *des trois points perdus*; ſi le cercle ne paſſe pas par le quatrieme, les quatre angles ne ſeront pas dans un plan, parce que toutes les ſections planes de la ſphere ſont des cercles.

Secondement. Pour la portion cylindrique, ayant joint les quatre points donnés par des lignes droites, s'il ne s'en trouve pas deux paralleles, les ſommets des quatre angles ne ſont pas dans un même plan. *Fig.* 1.

Troiſiemement. Pour la portion conique, ſi deux des lignes qui paſſent par les points donnés, ne concourent pas au ſommet du cône, les quatre ſommets des angles ne ſont pas dans un même plan. *Fig.* 2.

On peut appliquer ces obſervations aux corps de la ſeconde eſpece, que nous avons appellé régulierement irréguliers, comme ſont 1°. les ſphéroïdes formés par la révolution d'une ellipſe ſur un de ſes axes; 2°. aux cylindres, & aux cônes de baſe elliptique, avec cette différence, que la maniere précédente ne pourra ſervir que pour les portions de ſphéroïdes dont les angles donnés ſeront dans un plan perpendiculaire à l'axe

de révolution ; pour les autres ſegmens obliques, on n'y peut parvenir que par le moyen d'une ellipſe, qui doit être celle de la ſection oblique donnée dans le ſphéroïde convexe par l'inclinaiſon du plan coupant, s'il eſt incliné à l'axe de révolution, ou par une ellipſe ſemblable à la génératrice, ſi le plan coupant eſt parallele à l'axe de révolution.

Uſage des obſervations précédentes.

Pour former une ſurface courbe, il faut commencer par en placer & déterminer les extrêmités ſur une ſurface plane, en les poſant dans leur juſte diſtance. Enſuite, par le moyen des modeles de courbures convenables, appellés *cerches*, on creuſe la pierre ou le bois au-deſſous de cette premiere ſurface, autant qu'il eſt néceſſaire ; ainſi il importe de ſçavoir ſi les quatre angles de la portion de ſurface courbe qu'on veut former, ſe trouvent avoir leur ſommet dans cette ſurface de préparation ; on eſt toujours ſûr qu'il y en a trois, mais on ne peut s'aſſurer du quatrieme que par les moyens que nous avons donnés.

J'ai dit au premier livre qu'on ne connoiſſoit les lignes courbes que par le moyen des lignes droites auxquelles on les compare, en meſurant de combien elles s'en approchent ou s'en écartent à chaque point, c'eſt-à-dire par le moyen des abſciſſes & des ordonnées. Je dis ici la même choſe d'une ſurface courbe à l'égard de la plane, qui ſert de préparation pour en meſurer les profondeurs.

D'où il ſuit que la méthode qui les ſuppoſe, appellée par *doeles plates*, donne de grands avantages pour la formation des vouſſoirs des voûtes ; car ſi la portion de ſurface eſt cylindrique ou conique, on aura déja ſur ce plan les longueurs & la poſition de ſes côtés droits, & celle des cordes des arcs de ſes baſes oppoſées ; & ſi la portion de ſurface eſt ſphérique, ou ſphéroïde, coupée par des plans [comme il convient ordinairement à la conſtruction des voûtes] paſſant par leur centre, ou parallelement à ſon axe, on aura ſur ce plan les quatre cordes des arcs de ſes côtés.

D'où il eſt aiſé de conclure quelle peut être la figure des doeles plates des vouſſoirs de chaque eſpece de voûte. Premierement. Celles des voûtes en berceau, qui ſont les cylindriques, ne peuvent être que des parallelogrames ou des trapezes, qui aient deux côtés paralleles ; car la ſection d'un cylindre

par un plan qui n'eſt pas parallele à ſon côté, ou ce qui eſt la même choſe à ſon axe, ne peut être une ligne droite, mais bien une courbe.

Secondement. Les panneaux de doële plate des vouſſoirs des voûtes coniques peuvent être des triangles, ou des trapezes ou trapezoïdes, mais jamais des parallelogrames ; parce que la ſection faite parallelement à un côté par un plan coupant le cône, eſt une parabole.

Troiſiemement. Les doëles plates des vouſſoirs des voûtes ſphériques ou ſphéroïdes ne peuvent être que des triangles ou des trapezes iſoſceles, c'eſt-à-dire, dont les angles des côtés inclinés entr'eux, & avec les côtés paralleles, ſoient égaux ; parce que nous ferons voir dans la ſuite que les ſommets des quatre angles d'une portion de ſphere ne ſont dans un plan, que lorſqu'on y peut inſcrire une portion de cône droit, excepté *le cas de la ſection ſouſcontraire.*

Si les quatre angles d'une ſection de ſurface courbe, coupée par trois ou quatre plans, ne ſont pas dans un ſeul plan, on peut toujours en comprendre trois dans un plan, & trois dans l'autre ; parce que les ſommets des angles oppoſés ſuivant la diagonale, feront communs aux deux plans ; mais nous allons traiter de ces ſurfaces irrégulieres.

III.

Des ſurfaces courbes régulierement irrégulieres.

En termes de l'art :

Des paremens gauches.

On appelle *gauche*, en architecture, une ſurface qui n'a pas une certaine régularité que ſa figure ſemble exiger, par analogie à la mauvaiſe grace qu'on trouve à ce qui eſt fait avec la main gauche ; ainſi une ſurface qui devroit être plane, comme celle d'une pierre ou d'un bois mal équarri, & dont les côtés oppoſés ſe croiſent en les regardant par le profil, eſt appellée gauche.

On tire auſſi la nomination de ces eſpeces de ſurfaces de la différence des expoſitions de leurs parties, qu'on compare à un regard louche, en latin *limus*, qui ſemble tourné en même tems vers différens objets ; telle eſt celle des *limons* des eſcaliers tour-

nans, dont la figure eſt bien exprimée par ce nom, que j'appliquerai auſſi à d'autres ſurfaces pareilles.

J'appellerai ſurface *courbe régulierement gauche* celle dont on peut aſſigner une génération par le mouvement d'une ligne droite ou courbe, qui en parcourt d'autres par ſes extrêmités, leſquelles lignes ne ſont pas ſemblables, ou ſemblablement poſées.

De telles ſurfaces ont rarement leurs quatre angles dans un plan, ſi on les ſuppoſe coupées par quatre autres.

Par cette définition on conçoit qu'une portion de ſurface de ſphere, de cône ou de cylindre, qui n'auroit pas ſes quatre angles dans un plan, ne ſeroit pas pour cela une ſurface gauche; mais celle qui paſſeroit par les quatre lignes droites tirées d'un angle à l'autre ne ſeroit pas régulierement plane, elle ſeroit *gauche* de la premiere eſpece, que j'appelle *planolime*, c'eſt-à-dire, qui reſſemble à une plane ſans l'être.

Pour aider l'imagination à ſe repréſenter la génération d'une ſurface, il n'y a qu'à penſer à la trace d'un bâton dans la neige, ou d'un fil de fer chaud dans la cire condenſée.

Premiere eſpece de ſurface gauche.

Si une ligne droite AB eſt appuyée vers ſes extrêmités ſur deux autres droites AD, BC, qui ne ſont pas paralleles ni dans un même plan, & qu'on la faſſe mouvoir ſur ces lignes, la trace de la génératrice AB formera par ce mouvement une ſurface courbe *gauche*, dont les diagonales droites tirées d'un angle oppoſé à l'autre, ne ſe rencontreront point, & ſeront toutes hors de la ſurface.

Fig. 4.

Corollaire de pratique.

D'où il ſuit que pour connoître ſi une ſurface qui paroît plane eſt gauche, comme une porte dont le bois s'eſt *déjetté* & *tourmenté* en ſéchant, il n'y a qu'à tendre un fil d'un angle oppoſé à l'autre en diagonale; s'il s'écarte du milieu c'eſt une marque ſûre qu'elle eſt gauche; la même choſe ſe connoît par le moyen d'une regle ſur un parement de bois ou de pierre.

Il n'eſt pas fort néceſſaire de connoître les eſpeces de courbes des diagonales d'une ſurface gauche formée comme nous venons de le dire; mais c'eſt une curioſité qui me fit plaiſir lorſque je l'eus découverte.

Si

Si les quatre lignes ou côtés droits de la surface gauche sont égales, on trouve que la diagonale courbe BD est une parabole, & AC une autre différemment située. Fig. 4.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à supposer une surface plane, passant par les trois angles ADC, comme A*b*CD, qui s'éloignera de l'angle B de l'intervalle B*b*, plus ou moins grand, selon que la surface sera plus ou moins gauche. Puis ayant divisé les lignes AD, BC, & *b*C en quatre parties égales & tiré les droites 1*n*, 2*n*, 3*n*, par ces divisions, on tirera aussi les droites *n*1°, *n*2°, *n*3° paralleles à B*b*. Alors on reconnoîtra que la ligne AB, transportée en 1*n*, coupera la diagonale DB au point 9, qui sera aux trois quarts de la ligne 1*n*, & au-dessus de la ligne 1 1°, qui est dans le plan ADC*b* de la quantité 9*x*, qui est aussi les trois quarts de la hauteur *n*1°. De même la ligne AB, transportée en 2*n*, coupera la diagonale DB au milieu en E, qui sera élevé au dessus du plan A*b*CD de l'intervalle EF, égal aussi à la moitié de la hauteur *n*2°, ainsi du reste. Si l'on suppose donc la plus grande hauteur du gauche B*b* égal à 16 parties, *n*1° en contiendra 12, qui est les $\frac{3}{4}$ de 16, & 9*x* contiendra les $\frac{3}{4}$ de 12, qui sont 9; de même EF, moitié de $n2^{\circ} = 8$ sera de quatre parties, & $4x = \frac{1}{4}$ de 3*n* sera aussi le quart de la hauteur $n3^{\circ} = 4$; par conséquent $1 = 1$, on aura donc cette suite 16, 9, 4, 1, 0, qui est celle des quarrés pour les abscisses de la parabole, & les nombres naturels 1, 2, 3, 4, pour ses ordonnées; donc cette courbe est une portion de parabole, qui a son sommet en D, comme il est représenté au-dessous de la fig. 4 en *d*, 1, 4, 9, 16.

Présentement si l'on veut connoître l'autre diagonale courbe sur AC, on trouvera qu'elle est encore parabolique, mais tournée en sens contraire, & qu'elle a son sommet au milieu en F; car sa distance ou élevation en *y*, sur le plan A CD sera du quart de $12 = 3$; en F de la moitié de $8 = 4$, & en *z* des trois quarts de $4 = 3$; ainsi sa plus grande hauteur est en F; d'où elle se rapproche du plan vers A & vers C. Pour en avoir un plus grand nombre de points, on peut doubler B*b*, le faisant valoir 32 parties, & supposer AD & BC divisés en 8, on aura cette suite 0, $3\frac{1}{2}$, 6, $7\frac{1}{2}$, 8, $7\frac{1}{2}$, 6, $3\frac{1}{2}$ 0, ou en doublant 0, 7, 12, 15, 16, dont les restes à 16 qui sont les abscisses, sont 0, 1, 4, 9, 16, c'est-à-dire, la suite des quarrés des ordonnées 1, 2, 3, 4; mais comme cette courbe n'est ici d'aucun usage, nous ne nous y arrêterons pas.

COROLLAIRE.

Il ſuit de cette génération que quoique cette ſurface ſoit réellement courbe, on peut la former exactement avec une regle A B, mue d'un mouvement uniforme ſur les deux côtés A D, B C changeant continuellement d'inclinaiſon à l'égard de ſa premiere poſition, comme aux échelons des ailes des moulins à vent ſur le *volant* & les *antes*, ce qui fait que les *coterefts*, n'étant pas dans un même plan, forment la ſurface gauche de l'aile du moulin à vent.

J'appelle cette premiere eſpece de ſurface gauche *planolime*, du latin *plana* & *lima*, qui reſſemble à une plane, mais qui eſt gauche & courbe, quoique terminée par des lignes droites, & formée comme les plans, par le mouvement d'une ligne droite.

Fig. 5. *La ſeconde eſpece* de ſurfaces courbes gauches eſt formée par le mouvement mixte d'une ligne droite A B, dont une partie vers A ſe meut ſur une ligne droite E F, & l'autre ſur une courbe C D telle qu'on voudra, ſoit arc de cercle ou d'ellipſe, ou toute autre courbe, d'une ſeule ou de pluſieurs inflexions, comme l'ondée F*be* [*Fig. 6.*] la trace de cette ligne forme une ſurface concave ou convexe, qui s'applanit de plus en plus depuis la courbe CD, juſqu'à la ligne droite EF [*Fig. 5.*] où elle perd ſa concavité ou convexité: telles ſont les doëles de ces *arriere-vouſſures qu'on appelle réglées & bombées*, & les coquilles des eſcaliers à vis, comme la figure 14. J'appelle cette ſurface du nom de *mixtilime*, parce que ſa génération ſe fait par deux lignes droites CH & HG & une courbe ADG.

Fig. 6.

COROLLAIRE.

De-là il ſuit, comme ci-devant, que l'on peut former cette ſurface par le mouvement d'une regle AB [*Fig. 5.*] ou *ab* [*Fig. 6.*] ou RE [*Fig. 14.*]

La troiſieme eſpece de ſurfaces gauches eſt formée par le mouvement d'une ligne droite AB, qui ſe meut ſur deux courbes AF, BHD, ou différentes, ou différemment poſées, où les cordes AF, BD des arcs ſemblables ne ſoient pas paralleles entr'elles; de ſorte que les quatre angles ABDF ne ſont pas dans un même plan ABD*f*; mais un d'entr'eux, comme F s'en éloigne de l'intervalle F*f*, plus ou moins, ſuivant l'iné-

galité de la poſition des courbes ; telles ſont les doëles des voûtes de *la vis S. Giles quarrée* à chaque rampe, qui ſont ſemblables à un cylindre tors. J'appellerai cette eſpece *doliolime*.

Corollaire.

Il ſuit de même de cette génération, qu'on peut former cette ſurface par le mouvement d'une regle RE [*Fig.* 7.] mue ſur deux arcs de lignes courbes A*h*F, BHD.

Il faut remarquer que je ne comprends pas dans cette eſpece les ſurfaces gauches des limons tournans ; car quoiqu'elles ſoient réellement formées par le mouvement d'une ligne droite ſur deux courbes, qui ſont des hélices, elles ne doivent être conſidérées que comme une partie d'une ſurface *mixtilime*, telle qu'on la voit à la figure 14 en DKGD.

La quatrieme eſpece des ſurfaces courbes gauches eſt formée par le mouvement d'une ligne courbe, dont la courbure n'eſt pas conſtante, mais variable, qui ſe meut ſur deux autres courbes conſtantes ; telle ſeroit, par exemple, une côte de baleine pliée en arc, qu'on appuieroit ſur deux arcs de lignes courbes ſemblables ou différentes, dont on lâcheroit la corde à meſure qu'on la meut, pour lui donner la liberté de s'ouvrir de plus en plus, & enfin de ſe redreſſer tout-à-fait. Ainſi prenant les arcs AEB, DGC [*Fig.* 8.] pour appuis de l'arc AHD, ſi en lâchant inſenſiblement la corde, on le tranſporte en I*h*K, où elle s'eſt déja un peu redreſſée, enſuite en EFG, où elle l'eſt davantage, enfin en BC où elle s'eſt totalement redreſſée, on auroit formé une ſurface pareille à celle que le vent forme dans les voiles lorſqu'il les enfle. En effet, ſi l'on renverſe la figure 8 on pourra conſidérer la ligne droite BC comme la *vergue*, [en termes de marine] les points A & D comme ceux d'*écoute*, entre leſquels eſt la plus grande courbure AHD, & les côtés BEA, CGD, comme les *ralingues*. *Fig.* 8.

En architecture on fait de pareilles ſurfaces pour les doëles des vouſſoirs de *l'arriere-vouſſure de S. Antoine.* Je dis les vouſſoirs, non pas l'arriere-vouſſure entiere, parce qu'elle prend ſa naiſſance ſur trois lignes droites ; ſçavoir, deux ſur les piédroits, & une ſur le linteau ou fermeture. J'appelle cette ſurface *ſphericolime*, parce qu'elle a quelque rapport à une ſphere quoique fort imparfaitement.

Il eſt aiſé de conclure de la formation de cette ſurface,

qu'elle ne peut-être faite, comme les trois précédentes, par le moyen d'une regle, mais seulement par le secours de ces modeles de courbes contournées sur des planches minces que nous appellons *cerches*.

Ces quatre especes de surfaces comprennent toutes celles qui sont possibles & usuelles en architecture, même les vis & écrous, qui sont des portions de mixtilimes; car faisant mouvoir une ligne droite appliquée à angle droit, aigu ou obtus, à un axe, au long de cet axe, d'un côté & de l'autre, sur une hélice, il se formera une surface de vis; & si au lieu de l'hélice, qui ne s'approche pas de l'axe, on substitue une hélice en limace, ce sera la surface que les ouvriers appellent le limaçon, qui s'approche & se joint enfin à son axe.

I V.

Des différens moyens de parvenir à la formation des parties des corps dont les surfaces & les angles sont donnés.

Quoique l'on connoisse parfaitement la figure du solide qu'on se propose de faire, & les surfaces courbes qu'il y faut former, on ne peut les tailler immédiatement dans une pierre de figure quelconque; on n'y parvient que par la médiation des surfaces planes.

L'on a imaginé, pour l'exécution de la coupe des pierres, deux méthodes différentes, qui supposent plus ou moins de surfaces planes, & qui y conduisent avec plus ou moins de dispositifs.

L'une de ces méthodes s'appelle *par équarrissement*, & l'autre *par panneaux*; nous en donnerons une troisieme qui n'a pas de nom, parce qu'elle est nouvelle; nous l'appellerons *demi-équarissement.*

I°.

La méthode par *équarrissement* est ainsi appellée, parce qu'avant que de former une figure de solide oblique, on commence par en former une de cube, ou de parallélipipède à l'équerre, capable de la contenir. Ensuite on trace sur chacune des surfaces planes supposées en situation verticale ou horisontale, la projection des surfaces du corps qu'on se propose de former, & l'on retranche du parallélipipède tout ce qui ex-

cede les contours de chaque projection, en abattant la pierre superflue; & parce que les surfaces de ce corps sont ou en quarré, ou en quarré long, avant que d'être taillées, on appelle la méthode qui en suppose de telles, *par équarrissement*.

On l'appelle aussi *par dérobement*, comme si on dépouilloit la figure proposée de la robe dont elle est envelopée; c'est ainsi qu'on dit *dérober des féves*, pour les dépouiller de leur écorce: ce qui fait voir que le P. Dechalles n'a pas compris le sens de ce mot, lorsqu'il l'a traduit *per suffurationem*, par larcin, au lieu qu'il devoit le traduire *per spoliationem*.

I I.

La seconde méthode appellée *par panneaux*, est plus immédiate pour l'exécution, en ce qu'elle ne suppose qu'une surface plane, laquelle peut même subsister, l'ouvrage étant achevé, si l'on commence par une de celles des lits ou des têtes. Elle consiste à former des modeles des surfaces du corps ou voussoir qu'on veut faire, pour les appliquer sur la pierre, & en tracer par ce moyen le contour exactement. Ces modeles se font sur des matieres inflexibles, comme des planches lorsqu'il s'agit de la formation d'une surface plane; & quelquefois sur des matieres flexibles, comme du carton, du ferblanc, ou des lames de plomb, lorsqu'il s'agit d'une surface courbe, dont on cherche le contour par la voie du développement, qui est la moins ordinaire dans l'exécution.

Pour placer ces modeles dans la situation où ils doivent être entre eux, on se sert des instrumens propres à déterminer les inclinaisons des surfaces, comme sont les biveaux & les fausses équerres.

R E M A R Q U E.

Quoique cette méthode s'appelle particuliérement *par panneaux*, il ne faut pas croire qu'on puisse tout-à-fait se passer de modeles dans la précédente par équarissement; car il faut, pour tracer un contour courbe, employer un panneau, ou quelque chose d'équivalent, comme un biveau à branche courbe, ou une cerche; parce que les petites portions des surfaces des voussoirs ne permettent pas qu'on puisse y tracer des arcs de cercle par le moyen du simbleau, en ce qu'il faudroit y ajouter une surface continue prolongée pour y placer un centre,

s'il s'agit d'un arc circulaire de peu de degrés, ou deux foyers pour une petite portion d'ellipse ; ou bien employer les pratiques que nous avons données au second livre, pour se passer du centre ou des foyers : or il est bien plus simple & plus sûr de faire un modele sur une épure où la ligne courbe est entiérement tracée, que d'avoir recours à des opérations fort composées, qu'il faudroit répéter souvent pour de petites parties.

La troisieme méthode que j'ai appellée par demi-équarrissement, participe des deux précédentes ; feu M. de la Hire, qui en est l'inventeur, ne lui ayant pas donné de nom particulier, j'ai cru devoir lui en donner un pour la distinguer des autres. J'en renvoie l'explication aux exemples que j'en donnerai ; il suffit de la connoître ici comme moyenne entre celle par panneau & celle par équarrissement, en ce qu'on y fait usage des surfaces supposé horisontales ou verticales, comme dans l'équarrissement, & des panneaux de doëles, comme à la méthode des panneaux.

Des avantages & désavantages de chaque méthode.

L'avantage de la méthode par équarrissement, consiste 1°. en ce que l'on s'épargne la peine de faire un grand nombre de panneaux pour la construction d'une voûte, lorsque ses ceintres ne sont pas circulaires, parce qu'il en faut changer à chaque voussoir.

2°. En ce qu'il n'est pas nécessaire de connoître les lignes courbes qui se forment par l'intersection des surfaces courbes ; on les forme par une espece de hazard, en abattant successivement la pierre d'une doële à la regle traînée sur un arc-droit.

Ses désavantages sont 1°. qu'elle consomme beaucoup de pierre en pure perte ; car puisqu'il faut chercher des surfaces inclinées entre des verticales & des horisontales, si leur inclinaison est, par exemple, de 45 degrés dans un cube, il est clair que tout ce qui est au-delà de la diagonale d'une de ses faces étant inutile, il en faut retrancher un prisme triangulaire égal à celui qui doit rester, de sorte qu'en ce cas la perte de la pierre est évidemment de la moitié ; mais ce n'est pas encore tout : si sur cette surface inclinée il en faut élever deux autres à angle droit ou obtus, comme sont les joints de tête avec les doëles, il faut encore abattre une seconde fois de

la pierre & en retrancher de plus deux prifmes triangulaires; enfin fi le vouffoir eft extradoffé, il en faut encore abattre un quatrieme prifme triangulaire. La fig. 11 le fera voir fenfiblement, parce qu'on y a ponctué tout ce qui doit être enlevé. Ainfi dans le prifme dont *dabc* eft une bafe, il faut premierement enlever un prifme triangulaire qui aura pour bafe le triangle mixte *fdg*, fecondement un autre qui ait pour bafe le triangle rectiligne *afe*, troifiémement un autre oppofé au premier, qui ait pour bafe le triangle mixte *ebk*, & enfin un quatrieme rectiligne, dont la bafe eft le triangle *gch*. *Fig.* 11.

Le fecond défavantage eft, qu'il faut non-feulement faire inutilement les furfaces d'un parallélipipède qu'il faut recouper, mais fouvent des fecondes furfaces, qui font encore inutiles, & qu'il ne faut fuppofer que pour trouver les troifiemes, qui doivent fubfifter quand l'ouvrage eft achevé, qu'il auroit cependant fallu faire immédiatement fi on avoit pu; on en verra des exemples dans la fuite.

Le troifieme défavantage eft, que fi les angles font un peu altérés par l'exécution, & que l'équariffement ne foit pas exact dans les renvois que ces angles font d'une furface à une autre, foit par la faute des équerres ou des biveaux, ou de la main de l'ouvrier qui s'en fert, il peut en réfulter des erreurs fenfibles, & des arêtes d'un contour irrégulier & mal formé.

Les avantages de la méthode par panneaux.

De l'expofition des avantages & défavantages de la méthode par équariffement, il eft aifé d'inférer ceux de la méthode de tracer les pierres par le moyen des panneaux.

Premierement, il eft vifible que l'opération étant plus immédiate, elle doit être plus courte.

Secondement, qu'y ayant moins de fuppofition de furfaces planes à faire précéder, il y a plus de facilité à faire fervir des pierres de moindre volume.

Troifiemement, qu'y ayant moins à retrancher, il s'y trouve une plus grande œconomie dans la confommation de la pierre.

4°. Que l'opération étant fondée fur l'étendue des furfaces, dont on a pu exactement tracer les contours par les regles de l'épure, on y eft conduit beaucoup plus fûrement, & par conféquent elle en doit être plus exacte.

Enfin, c'eft la plus favante méthode & le principal objet

de l'étude de la coupe des pierres, dont les Auteurs qui en ont traité ont fait le plus de cas, comme il paroît par ce qu'en dit le P. Derand.

Le seul desavantage qu'on y trouve, est un plus grand attirail d'instrumens, si l'on peut appeller les panneaux de ce nom.

La troisieme méthode *par demi-equarrissement*, participe des avantages des deux autres ; nous en renvóyons l'explication au premier exemple du trait des voûtes en berceau.

Malgré l'imperfection de la méthode par équarrissement, les appareilleurs la préferent ordinairement à celle des panneaux, par plusieurs raisons ; la premiere, parce qu'ils se soucient moins de ménager la pierre, dont la dépense ne roule pas sur leur compte, que de s'épargner de la peine ; la seconde, parce qu'ils n'ont pas besoin de tant d'instrumens, c'est-à-dire, de panneaux, & qu'il y a moins d'inquiétude à avoir que les tailleurs de pierre ne prennent quelquefois les uns pour les autres, ou ne les placent en fausse position, ce qui arrive souvent, si on n'a soin d'y veiller. La troisieme, c'est que, comptant toujours sur quelques ragrémens, ils sont peu curieux d'une parfaite opération, parce qu'ils se flattent de sauver les apparences par ce moyen.

Nous n'adopterons dans cet ouvrage aucune de ces méthodes en particulier, nous ferons usage des unes & des autres, suivant les occurrences ; & lorsque chacune d'elles conviendra également à la facilité de l'opération, nous en donnerons l'application au trait, pour mettre le lecteur en état de choisir ce qui lui conviendra le mieux, comme on le verra dans celui des berceaux. Il faut auparavant voir les élémens de la pratique pour tracer les surfaces simples, considérées sans aucune division.

PROBLÊME I.

Par trois points donnés dans un solide, faire passer une surface plane.

En termes de l'art.

Dégauchir un parement.

Fig. 9. Soit un quartier de pierre AE [*Fig. 9.*] tel qu'il vient de la carriere, d'où on l'apporte brut, mais ordinairement formé, quoiqu'imparfaitement, en parallélipipède, sur lequel il faut faire

faire un *parement droit*, c'eſt-à-dire, une ſurface plane, à laquelle la regle puiſſe être appliquée en tout ſens, ſans qu'il reſte aucun vuide entre deux.

On commencera par tracer une ligne avec une regle où l'on jugera à propos, pour y pouſſer une ciſelure vers un de ſes angles; & l'ayant bien dreſſée à la regle, on y en appliquera une immobile, comme en HE, ſoit qu'on la faſſe tenir par quelqu'un en cette ſituation, ſoit qu'on l'y appuie avec une pierre ou autre choſe, ſi l'on eſt ſeul. Enſuite, on poſera une autre regle IK vers la face oppoſée AC, à l'autre arête auſſi près du bord qu'on jugera à propos, & on la placera à l'égard de la premiere regle, de maniere que le bord de la ſeconde couvre exactement celui de la premiere, ſans que les deux regles ſe croiſent en regardant de différens endroits par devant leurs côtés extérieurs; enſorte que les rayons viſuels LN, LO, qui ſe terminent à la premiere regle en H & E, raſent la ſeconde en N & en O; de même l'œil étant ſitué en M regardant en E & G, le bord de la premiere regle HE raſe la ſeconde IK en B & C; alors on trace une ligne droite le long de la regle IK ſur le côté BC, des extrêmités de laquelle on tirera à la regle deux autres lignes BP & CE, ſur le lit de deſſus AP, & ſurcelui de deſſous DE, lelong du bord de la pierre, après quoi on abattra avec les outils convenables tout ce qui excede ces lignes, ſoit en commençant par y pouſſer des ciſelures, lorſque la pierre peut ſe tailler au ciſeau, comme toutes les pierres tendres, ſoit en y faiſant une *plumée* ou rigole, au lieu de ciſelure, avec la pointe du marteau, comme l'on eſt obligé de faire à certaines pierres dures, grenées d'un gros grain, comme du granite d'Egypte, telles que ſont celles de la côte du Nord de la Bretagne, ſur leſquelles le ciſeau ne mord pas.

Lorſque les quatre lignes du contour de la ſurface ſont déterminées & dreſſées, on abat la pierre qui les excede, en examinant de tems en tems avec une regle que l'on place où l'on veut, ſi elle s'applique aux côtés oppoſés, ſans qu'on puiſſe appercevoir du jour entre la regle & la pierre, car ce jour indique des creux ou des boſſes; c'eſt la premiere choſe qu'apprennent les tailleurs de pierre, & c'eſt par-là qu'on vérifie la juſteſſe & la propreté de leur ouvrage: ce qui eſt le but de notre deſſein, où nous ne nous propoſons pas de dreſſer des

ouvriers dans les opérations de la main, qui sont un effet de l'habitude, mais de former des connoisseurs qui puissent juger de leur travail, les redresser quand ils ont fait faute, & diriger ceux qui s'y prennent mal.

DÉMONSTRATION.

La pratique de ce problême est démontrée dans la 2e proposition du 11e livre d'Euclide, qui dit que trois lignes droites qui se coupent, sont nécessairement dans un plan, & par conséquent toutes celles qui sont tirées dans ce triangle : or les rayons visuels LH, LE avec le côté de la regle GE, forment un triangle, dans lequel [par la construction] est la ligne NO de la regle IK, de même que les rayons visuels MG, ME, avec le côté EH & la ligne FK, partie de la regle IK; donc les lignes BP & CE, qui joignent les deux regles, & toutes celles qu'on peut tirer d'un côté à l'autre, sont dans le même plan; par conséquent la surface ainsi formée sera exactement plane, ou, en terme d'architecture, un parement droit, *ce qu'il falloit faire.*

Lorsqu'on n'a pas besoin de faire des arêtes paralleles entr'elles, on peut former une surface plane par trois points donnés, en faisant une rigole ou ciselure à la regle posée de cant, d'un des points donnés à l'autre, comme pour faire un triangle, & en abattant ensuite la pierre qui se trouve excéder la profondeur de ces trois rigoles ou *plumées*, ce qu'on connoît en faisant couler la regle sur ces rigoles en travers, comme sur autant d'appuis qu'elle doit affleurer.

Quoiqu'il ne s'agisse pas ici de dresser les ouvriers dans le maniement des outils, dont nous supposons qu'ils ont fait apprentissage, nous avons cru qu'il étoit à propos d'en mettre ici la figure, pour en donner les noms les plus usités, & leurs usages : c'est une connoissance nécessaire aux gens de cabinet qui ont du goût pour les arts.

PLAN. 28. A. *Testu*, marteau qui a d'un côté une pointe & de l'autre une masse pour ébaucher une pierre en abattant des parties avec la masse, dont on frappe sur les bords pour faire sauter un éclat, & achever d'enlever avec la pointe le reste, qui fait une bosse. Le *plan* du même outil est au dessous en *a*.

B. *Laie* ou *marteau bretele*, qui a d'un côté un tranchant uni, & de l'autre un tranchant denté, qui fait des sillons; son *plan* est en *b*.

c. *Ciseau* à ciseler, il y en a de plusieurs grandeurs ; lorsque le ciseau est large avec un manche pour être poussé à la main, comme les outils de menuiserie, on l'appelle *fer quarré* : on se sert du ciseau pour les pierres tendres & dures d'un grain lié ; mais lorsque le grain est sablonneux, comme aux pierres des carrieres de la côte du nord de la Bretagne, dont j'ai parlé, les ouvriers ne s'en servent point ; ils font tout à la pointe.

D. *Maillet* pour pousser le ciseau.

E. *Marteau à deux pointes* pour la pierre dure ; lorsqu'il est un peu plus long, on l'appelle *pioche* ; son plan est en *e*.
F. *Riflard bretelé* pour la pierre tendre.
G. *Crochet.*
H. *Rippe.*
I. *Compas à fausse équerre.*

Remarque sur l'usage.

La maniere de former régulierement une surface plane est le fondement de toute la pratique non-seulement de la coupe des pierres & des bois, mais encore de tous les arts qui sont de quelque usage en architecture, comme de la charpenterie, menuiserie, serrurerie & autres ; parce qu'il faut presque dans tous les ouvrages faire des surfaces planes. Lorsqu'il s'agit de petits morceaux qu'on peut tenir à la main, les ouvriers en examinent la justesse en fermant un œil, & regardant avec l'autre la surface plane en profil, ensorte que le rayon visuel ne l'apperçoive que comme une ligne droite ; car si un des côtés paroît croiser l'autre opposé, c'est une preuve que le parement est *gauche ;* alors ils abattent de la matiere sur un des angles ou sur les deux opposés, s'il convient, pour effacer cette partie qui paroît croiser le côté droit qu'on regarde en profil.

Dans les grands ouvrages, qu'on ne peut regarder de même à cause de leur position, on couche une regle d'un angle de la surface à son opposé ; ou si la regle n'est pas assez grande, on doit tendre des fils ou cordeaux des uns aux autres, suivant les diagonales, pour voir s'ils se touchent au milieu, où ils se croisent. C'est ainsi qu'on peut examiner, comme je l'ai dit ailleurs, si une porte ou une table s'est cambrée en séchant, ou par quelqu'autre cause ; car pour peu qu'il reste

d'intervalle entre ces deux diagonales, c'eſt une preuve que la ſurface eſt gauche & non pas plane. Voyons préſentement comment on parvient à la formation des ſurfaces courbes.

PROBLÊME II.

Faire une ſurface courbe, concave ou convexe, qui ſoit une partie d'un corps régulier primitif, cylindrique, conique, ou ſphérique.

En termes de l'Art.

Creuſer une doële, ou former un extrados de voûtes régulieres des trois premieres eſpeces.

Principes de pratique.

On peut diviſer les voûtes, 1°. en planes. 2°. En courbes en tout ſens. 3°. En mixtes, qui ſont droites en un ſens & courbes dans l'autre.

Les planes ſont les platebandes, les plafonds horiſontaux, & enfin les trompes plates, dont les plafonds ſont inclinés à l'horiſon.

Les courbes en tout ſens, ſont les ſphériques, les ſphéroïdes, les annulaires, appellées voûtes ſur le noyau, & les vis.

Les mixtes ſont les cylindriques ou berceaux, & les coniques, qui ſont droites ſuivant leur direction, & courbes ſuivant leur largeur.

Cette diviſion fait tout-d'un-coup appercevoir quels ſont les inſtrumens dont on peut ſe ſervir pour les former. 1°. Que les planes ne peuvent ſe faire qu'à la *regle*. 2°. Celles qui ſont toutes courbes ne peuvent ſe faire qu'avec la *cerche* d'un contour oppoſé à celui de leur ſurface, c'eſt-à-dire, concave pour les extrados, & convexe pour le creux de la doële. 3°. Enfin que les mixtes peuvent ſe faire par le moyen de l'un de ces deux inſtrumens, *la regle* ou *la cerche*.

Il faut encore ſous-diviſer les mixtes, en celles dont la courbure eſt égale, comme aux berceaux cylindriques; & inégales, comme dans les coniques. Les premieres peuvent ſe faire indifféremment avec la regle ou la cerche; mais les autres ne peuvent ſe faire commodément qu'à la regle, parce qu'il faudroit continuellement changer de cerche.

Des ſegmens cylindriques.

Quoique l'on puiſſe choiſir pour former une ſurface cylindrique l'inſtrument courbe de la cerche, ou le droit de la regle, & que l'un des deux ſuffiſe, il eſt cependant vrai que, pour bien opérer, on a beſoin de l'un & de l'autre. Si l'on ſe borne à l'uſage de la cerche, il ſuffit, pour la préparation de la taille de la pierre ou du bois, de dreſſer un parement, pour y tracer les côtés paralleles *hi* & *cd* de la portion cylindrique, leſquels doivent ſervir d'appui à la cerche C, ſoit qu'il s'agiſſe de creux ou de boſſe, de doële ou d'extrados. Ces deux côtés étant tracés ſur le parement, il n'y a qu'à abattre la pierre ou le bois, juſqu'à ce que la cerche C, poſée toujours perpendiculairement à ce parement, ſe meuve ſur ces lignes droites, & s'ajuſte parfaitement dans le creux *hmc*; ou ſur la convexité, ſi au lieu du creux il s'agit d'un morceau convexe, enſorte qu'il ne reſte aucun vuide entre l'un & l'autre. Fig. 18.

Si l'on veut ne faire uſage que de la regle R*p*, au lieu d'un ſeul parement *ad*, qui répond à la doële, il faut en faire deux oppoſés *af*, *bg* paralleles entr'eux, qui ſont les baſes, en termes de l'art, les têtes de la pierre; parce que pour déterminer la poſition de cette regle R*p*, il lui faut fixer deux appuis, comme il en a fallu deux à la cerche pour déterminer la poſition de l'arc; or ceux-ci ne peuvent être raſſemblés ſur une même ſurface plane, mais ils doivent être ſéparés de l'intervalle des baſes du cylindre; parce que la cerche ou modele courbe doit ſe mouvoir en ligne courbe, circulaire ou elliptique, ſelon la nature des baſes ou ſegmens du cylindre à faire.

D'où il ſuit qu'on peut s'y prendre de deux manieres pour l'éxécution.

Premierement, ſi l'on veut ne ſe ſervir que de la regle, il faut commencer par dreſſer deux paremens paralleles entr'eux & oppoſés, pour y placer les ſegmens des baſes données, c'eſt-à-dire, pour former les deux têtes de la pierre, & tracer ces deux ſegmens égaux, de maniere que leurs cordes ſoient paralleles; c'eſt pourquoi, après avoir tracé le premier avec un panneau ou avec le compas, ſi le centre ſe trouve ſur la tête, on appliquera une regle ſur ſa corde, & une autre regle à la tête oppoſée, qui ſe bornoye par celle-ci; enſorte qu'étant regardées

en profil, l'une ne paroiſſe pas croiſer l'autre : dans cette ſituation on trace la ligne qui doit ſervir de corde au ſecond arc, ſur laquelle on applique le panneau du même ſegment de cercle ou d'ellipſe pour le tracer, ſi les têtes ſont paralleles, ou un autre ſegment donné ſur l'épure, ſi elles ne le ſont pas ; puis ayant tracé ces deux têtes, on abattra la pierre à la regle entre les deux arcs des baſes, la faiſant couler ſur ces arcs parallelement à des diſtances proportionnelles des extrêmités de ces arcs, comme l'on voit à la fig. 10 la regle R*p* ; alors le creux cylindrique ſera bien formé.

Secondement, ſi l'on ne veut ſe ſervir que de la cerche C, on commencera à dreſſer un parement *abi*K [par le problême premier] ſur lequel on tracera deux lignes droites, *hi*, *cd*, paralleles entr'elles, & diſtantes de l'intervalle de la corde *hc*, de la cerche du creux qu'on veut former ; puis, ſans s'embarraſſer de former des paremens pour y tracer les têtes, on abattra la pierre ſuivant le contour de la cerche C, qu'on tiendra bien perpendiculairement à la premiere ſurface plane, & qu'on fera couler dans cette ſituation le long des lignes droites *hi*, *cd*, qui doivent en guider le mouvement, enſorte qu'il ne paroiſſe aucun jour entre la pierre & la cerche ; mais comme il pourroit arriver que la cerche s'enfonceroit un peu trop dans le creux, ſans qu'on s'en apperçût, ſi le ſegment approchoit beaucoup de la grandeur du demi-cercle, il faut pratiquer deux parties ſaillantes *op*, qui ſoient les continuations de la corde de part & d'autre, ſur leſquelles elle puiſſe s'appuyer ; ainſi on eſt ſûr qu'elle ne s'enfonce ni trop ni trop peu.

On voit que dans la premiere pratique il faut deux paremens de préparation avant que de commencer à creuſer, & que dans celle-ci il n'en faut qu'une : mais auſſi elle eſt moins ſûre, parce qu'il s'y peut faire des ondulations que la regle ne feroit pas ; il eſt auſſi vrai que la regle peut en faire dans la largeur, & ne pas ſuivre exactement le contour de la courbe donnée ; ainſi, pour opérer auſſi parfaitement qu'il eſt poſſible, il faut ſe ſervir de l'un & de l'autre inſtrument, ſçavoir, de la regle & de la cerche.

Des ſegmens coniques.

Nous avons donné ci-devant le choix de deux inſtrumens pour former les ſurfaces cylindriques, il n'en eſt pas de même

pour les coniques, on ne peut guere se servir que de la regle, parce qu'il faudroit trop multiplier les cerches, qui varient de contour à chaque point de longueur, en ce que les sections coniques semblables augmentent vers la base, & diminuent vers le sommet.

D'où il suit que la préparation à l'excavation d'une doële, ou à la formation d'une surface d'extrados, doit être faite par les deux surfaces planes des têtes, sur lesquelles on placera les arcs & leurs cordes de la même maniere que nous venons de le dire pour les cylindriques, avec cette différence, que les arcs opposés, quoique semblables, n'étant pas égaux, le mouvement de la regle qui guide l'excavation ne doit pas être parallele à lui-même, mais plus grand vers la base que vers le sommet du cône, dans le rapport des contours des arcs des deux têtes; & comme il n'est pas aisé de bien conduire ce mouvement à vue d'œil, il faut diviser ces contours *hmK*, *inl* [*Fig.* 12.] en un même nombre de parties égales entre elles, qui seront semblables à celles de la tête opposée, & placer la regle *re* sur les correspondantes, par exemple, de la seconde division d'une tête, à la seconde division de l'autre; ainsi des autres, du tiers & du quart; dans cette situation la regle ne doit laisser aucun vuide au-dessous, ce que l'on connoît en voyant si le jour y passe. Il n'en est pas de même pour peu que cette direction soit changée, la regle ne peut y être appliquée sans laisser du vuide, *Fig.* 12.

La raison en est bien sensible, parce que la regle doit tendre au sommet du cone, dont ce segment est une partie tronquée, sans quoi la section ne sera pas verticale, c'est-à-dire, par le sommet; or nous avons démontré au premier livre qu'il n'y a que celle-là de rectiligne.

Ce que nous avons dit pour la formation des surfaces concaves, s'applique naturellement aux convexes de même espece & grandeur; mais l'usage en est rare dans les voûtes, elles sont rarement extradossées.

Nous avons supposé dans ces exemples de segmens coniques & cylindriques, que les bases ou têtes opposées doivent être paralleles entr'elles, pour la facilité de l'introduction à la pratique; mais rien n'empêche qu'elles ne fassent avec la surface plane, qui passe par leurs cordes, tel angle que l'on voudra; l'opération sera toujours exacte, mais elle produira des surfaces concaves ou convexes, différentes du cylindre; par exemple,

on ne pourroit pas appliquer perpendiculairement une cerche qui auroit pour contour l'arc d'une de ces bases, à cause que l'obliquité change la section du cylindre, qui devient plus grande sans être plus profonde.

Des surfaces sphériques.

Puisque les spheres sont courbes en tout sens, il est évident qu'on ne peut les former qu'avec un instrument courbe, c'est-à-dire, une cerche, qui doit aussi se mouvoir sur un appui courbe, qui est le cercle de la base du segment qu'on veut former; or, parce que le cercle est une figure plane, il faut commencer par dresser un parement sur la pierre ou le bois pour l'y tracer; & pour montrer que la position de la cerche sur ce plan n'est pas indifférente, nous allons établir les propositions suivantes.

LEMME I.

PLAN. 29. *Fig.* 15. *Les cordes égales dans des cercles inégaux, ont plus grande raison aux petits qu'aux grands cercles.*

Soient deux cordes égales AB, HL [*Fig.* 15.] posées parallelement dans des cercles concentriques AGB, DKE, dont le centre est en C, & les rayons CD, CE menés par les extrêmités A & B, & CK par le milieu de ces cordes, ensorte que AF = HI.

Puisque les arcs AG & DK sont concentriques entre les mêmes rayons, il est clair qu'ils contiennent un nombre égal de degrés; mais la corde HL = AB, ou sa moitié HI = AF [par la supposition] n'est que partie de celle de l'arc DK, donc elle est soutendante d'un arc d'un plus petit nombre de degrés du grand cercle, que du petit, *ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

D'où il suit que le rayon du petit cercle AGB est à celui du grand DKE, comme la corde d'un même nombre de degrés que le plus grand, est à celle d'un plus petit. AF : DM : : AC : CD : : HI : DM, ou comme AG plus grand en valeur de degrés, est à HK plus petit en nombre de degrés.

LEMME

LEMME II.

Les arcs des cercles inégaux, qui ont des cordes égales, font entre eux en raifon réciproque de leurs fleches.

Soient [*Fig.* 16.] deux arcs de cercle inégaux AGB, AFB, qui ont la corde commune AB, dont les centres font en D & C; je dis que ces arcs font entr'eux en raifon réciproque de leurs fléches EF, EG.

Si par leurs centres D & C, on mene une ligne fG, elle fera perpendiculaire à la corde AB, [par la 5. du 3ᵉ. d'Eucl.] donc EB fera le finus commun de la moitié de ces arcs; or DB + DE = gE : EB : : EB : EG; & CB + CE = fE : EB : : EB : EF [par la 13ᵉ. du 6ᵉ. d'Eucl.] donc fi l'on retranche la partie CE, commune aux deux diametres gG, & fF; on aura DB : CB : : EG : EF; mais les cercles font entr'eux comme les rayons; donc BGA : BFA : : EG : EF, *ce qu'il falloit démontrer.*

LEMME III.

Si l'on fait mouvoir un arc de cercle majeur autour de fa corde, laquelle foit auffi le diametre de la bafe d'un fegment de fphere, il n'en touchera la furface que lorfqu'il fera perpendiculaire à la bafe de ce fegment.

Soit l'arc AFB, partie d'un cercle majeur d'une fphere AfBF, dont la corde AB eft le diametre d'un cercle mineur AhBH, qui eft la bafe d'un fegment de fphere, repréfenté en profil par l'arc AFB. Si l'on fuppofe le même arc tourné perpendiculairement à celui-ci, fon rayon fera repréfenté en profil par la ligne CF, & la corde égale à AB par le feul point E, fur lequel faifant mouvoir comme fur un pivot le rayon CF, le point C décrira l'arc *nc*, & le point F l'arc *lm*, lequel point fe détache dans ce mouvement de part & d'autre de l'arc AFB, qu'il ne touche qu'en un feul point F [par la 13. du 3ᵉ. liv. d'Eucl.] parce que [par la 3ᵉ. du même liv.] CF paffant par le milieu de AB lui eft perpendiculaire, & (par la 12.) elle paffe par les deux centres. Il en fera de même de toutes les lignes qui font dans le plan du même arc de cercle majeur, & paralleles à EF, lefquelles n'atteindront à la furface du fegment de fphere que dans la même fituation perpendiculaire, par conféquent donneront une fuite de points d'attouchement dans cette furface, qui feront la trace d'un arc égal à AFB, *ce qu'il falloit démontrer.* *Fig.* 15.

COROLLAIRE.

D'où il suit, que si l'arc de cercle tournant sur une corde égale au diametre AB de la base du segment de sphere, appartient à un cercle mineur, il ne pourra tourner autour du point E dans ce segment ; parce que [par le 2[e] lemme] sa fleche sera plus grande que FE, par exemple Fx ; alors il est clair qu'elle sera arrêtée dans la situation Ey, au-delà de laquelle elle ne pourra s'approcher du milieu F ; il en sera de même de l'autre côté. Et si la fleche étoit moindre que la ligne EF, il est évident qu'elle ne pourroit toucher au fond du segment nulle part ; alors ce seroit une marque que l'arc dont la corde seroit toujours égale à AB, appartiendroit à une plus grande sphere qu'à celle dont l'arc AEB est le profil du segment.

PROBLÊME III.

Par trois points donnés à la surface d'une sphere, ou dans sa projection, faire passer un cercle qui soit la base du segment fait par un plan qui la coupe par ces trois plans.

Fig. 17. Supposons premierement que ces trois points sont donnés à la projection dans les circonstances ordinaires aux traits des voûtes sphériques, qui sont que deux de ces points comme 2 & 3 soient dans une section horisontale dont la projection est l'arc 2f3, & que le troisieme point 1 soit dans une section verticale, passant par le point donné 2 & par le centre de la sphere.

Ayant tiré par les points 2 & 3 la corde 2, 3, on lui menera par le point 1 une parallele 1, 4, qui coupera l'arc 1 L 4, concentrique au premier 2f3, au point 4 ; on divisera la corde 1, 4 en deux également en M, par où l'on tirera CL, qui divisera aussi 2, 3 en deux également en m, & l'arc 2, 3 en f. Par les points f & L on élevera sur CL des perpendiculaires L l, fF, qui couperont le cercle majeur GAH aux points l & F, par où l'on menera deux petites paralleles à CL, sçavoir lO, Fr, qu'on fera égales aux fleches de la projection LM, fm ; par les points o & r on tirera une ligne qui coupera l'arc GAH aux points Y & y, lesquels seront les extrêmités du diametre du cercle Yqy, que l'on cherche ; il ne reste plus qu'à le diviser en deux pour en avoir le centre & le tracer.

Secondement, si les trois points donnés étoient sans aucun ordre comme 1 *e* D, il faudroit du centre C mener par chacun de ces trois points des arcs de cercles 1 P, D *p*, *e p*, jusqu'à un rayon AC, qu'ils couperont aux points P *p p*, par lesquels on élevera des perpendiculaires sur AC, qui couperont l'arc AH aux points Y, *d*, E, & par ces points on menera des paralleles à AC indéfinies Y *o*" *dg*, E*x*, sur lesquelles on portera les distances des points donnés prises à la projection à laquelle elles répondent, sçavoir 1 D à la plus basse en YS, 1*e* en Y*t*, & D*e* en *d u*, puis par les points *t s u* élevant des perpendiculaires qui couperont les horisontales supérieures aux points *unx*, on aura les hauteurs des points donnés à la projection, au dessus de l'inférieure 1; sçavoir, *s u* pour celle du point D, & *t n* pour celle du point *e*. Ensuite *ux* pour celle du point *e* au dessus du point D ; ainsi ayant tiré les lignes Y*u*, Y*n*, *dx*, on fera à part avec ces trois lignes un triangle $YE^n g^d$, au tour duquel on circonscrira un cercle par le problême que les ouvriers appellent *les trois points perdus*. Ce second cas se présente rarement à la pratique des traits des voûtes.

Démonstration.

Puisque les arcs 2 *f* 3 & IL 4 sont des sections horisontales de la sphere, leurs fleches LM, *fm* seront aussi horisontales ; par conséquent elles sont bien représentées au profil par des lignes *lo*, F*r* paralleles à une ligne QC qu'on suppose horisontale, & l'arc QAF vertical ; la ligne *or*, qui passe par leurs extrêmités, représentera en profil la ligne M*m* de la projection, laquelle est dans le plan qui passe par les quatre points, 1, 2, 3 donnés, & le quatrieme trouvé ; donc la ligne Y*y* est le profil de ce plan, lequel étant perpendiculaire au plan vertical QAYC, ne peut être représenté suivant les regles de la projection que par cette seule ligne ; mais parce que le plan vertical, dont QC est la projection horisontale, passe par le milieu du plan 1 2 3 4, il passera aussi par le centre du cercle auquel cette surface sera inscrite ; par conséquent le milieu de la ligne Y *y* sera le centre, & Y*y* le diametre de ce cercle, *ce qu'il falloit trouver.*

Pour le second cas, il est clair que les hauteurs respectives des points donnés D & *e*, à l'égard du point 1, & celle du point *e*, à l'égard du point D, sont bien trouvées, en ce que leurs distances du centre C sont rapportées sur une même ho-

risontale AC, prise pour base d'un quart de cercle vertical AHC, à la circonférence duquel sont terminées les verticales élevées sur les points Ppp, qui représentent les donnés reD; ainsi la projection horisontale & la hauteur verticale étant données, l'hypotenuse de chaque triangle rectangle sera la juste distance d'un point à l'autre, comme nous l'avons démontré au troisieme livre.

PRATIQUE.

Faire un segment de sphere concave ou convexe.

Fig. 18. Soit [*Fig.* 18.] un quartier de pierre brute AD, dans lequel on veut creuser une portion de sphere.

Ayant dressé un parement [par le probl. I.] c'est-à-dire, une surface plane, on y tracera le cercle *fng*F*o*K, dont le diametre est trouvé, par le problême précédent, pour celui de la base du segment proposé; puis on divisera le contour de ce cercle en autant de parties égales qu'on voudra, comme ici en quatre, aux points *f*, *g*, F, K, par lesquels & par le centre C on tirera des diametres *f* F, *g* K.

On fera ensuite une *cerche* avec un morceau de planche mince, qu'on coupera suivant le contour d'un arc d'un cercle majeur de la sphere, c'est-à-dire, décrit avec la moitié de son diametre, il n'importe la grandeur de cet arc, pourvu que sa corde ne soit pas moindre qu'un diametre *f* F, il faut même qu'il soit plus grand, ou du moins la cerche plus large que la fleche CP, pour la commodité du maniement.

On commencera par creuser le long d'un diametre comme *f*F, une rigole qu'on appelle *plumée* pour y ajuster la cerche perpendiculairement au parement, ce qu'on peut faire assez juste à vue d'œil, ou si l'on veut en y appuyant une équerre, comme on voit, à la figure, la cerche HPR, appuyée contre la branche *qr* de l'équerre *eqr*.

On en fera autant sur un ou plusieurs diametres qui croisent le premier, comme sur *g* K, & l'on marquera au fond le milieu ou pole du segment P, puis on enlevera la pierre entre ces rigoles ou plumées, en présentant de tems en tems la cerche, qu'on fera tourner sur ce milieu comme sur un pivot, sans l'incliner à droite ni à gauche; ensorte que les extrêmités de la corde *o n* affleurent toujours le parement, & que le point P touche au fond sur la marque qu'on y a faite, aussi bien que tout

le contour de la cerche, ce que l'on connoît lorſqu'elle bouche le paſſage de la lumiere; car pour peu qu'elle trouve d'inégalité dans le fond, on voit le jour entre deux. Et afin que l'épaiſſeur de la planche ne donne pas un faux contour, il faut qu'elle ſoit taillée de part & d'autre en *chanfrain*, plus ou moins aigu, ſelon qu'il convient à la grandeur ou petiteſſe de ſegment.

La néceſſité de ces précautions eſt démontrée dans les lemmes précédens, particulierement au troiſieme, par lequel on voit que que ſi la cerche étoit inclinée ſur la corde *on*, le ſegment qui ſeroit creuſé ſuivant ſon contour ne ſeroit plus portion de la ſphere propoſée, mais d'un plus grand diametre, dans le rapport réciproque de la fauſſe profondeur que donneroit la cerche inclinée, à celle de la même en ſituation perpendiculaire.

La démonſtration de cette pratique eſt fondée ſur ce que tous les cercles qui paſſent par le centre de la ſphere ſont égaux entr'eux; de ſorte que la cerche étant portion d'un grand cercle, doit convenir & s'ajuſter à la ſurface de la ſphere toutes les fois & dans toutes les poſitions où ſon plan doit paſſer par ce centre; mais il ne peut y paſſer que lorſqu'il fera ſes révolutions ſur ſon axe, comme ſur un pivot, qui tourne ſur le pole P, ou qu'étant incliné au plan de la baſe hors du milieu, il le ſera de maniere qu'il paſſe encore par le centre, ce qui n'eſt pas ſi aiſé dans la pratique, que de le placer perpendiculairement au plan de la baſe du ſegment, où l'on peut ſe ſervir d'une équerre comme nous l'avons dit; car l'uſage du biveau, qui pourroit ſervir pour donner l'inclinaiſon à la cerche, ſuppoſe, ce qui eſt en queſtion, qu'on a tracé un cercle majeur dans le ſegment, ſur lequel le biveau doit avoir une de ſes branches, & l'autre doit être perpendiculairement au plan de la cerche.

Second Cas.

Pour former ſeulement une portion de ſegment.

Il arrive quelquefois qu'on veut creuſer une portion de ſegment dans une pierre *abde*, qui n'eſt pas aſſez large pour y tracer le cercle de la baſe entiere; de ſorte qu'on ne peut y avoir que deux arcs de cette baſe diamétralement oppoſés. Alors la maniere la plus ſûre & la plus correcte, ſeroit de chercher la fleche du ſegment de cercle mineur, qui a pour corde la ligne *rs*, *Fig. 19. & 19. a*

où la pierre manque, pour y décrire l'arc de base *ros*, ce qui n'est pas bien difficile.

Soit le segment OPQ [*Fig.* 19[a].] la portion de la cerche HPR, qui doit entrer dans le creux de la pierre. On portera la moitié de la largeur *ae* de cette pierre, du milieu C, en D, par où on tirera D*y* parallele à la portion du rayon du milieu CP, & l'on aura la longueur D*y*, qui sera la fleche qu'on cherche. Ainsi par les trois points donnés *rs* (*), extrêmités de la corde du segment, & *y* extrêmité de la fleche, on fera passer un arc de cercle qui sera le modele de la cerche qu'il faudroit appliquer aux côtés opposés de la pierre *rs*, & V*u*, où elle manque, pour la formation du segment entier de la sphere.

* *Fig.* 19.

Mais si l'on veut s'épargner cette peine, qui entraîneroit avec elle l'obligation de dresser les côtés de la pierre pour y placer cette cerche, comme un panneau, au lieu qu'on peut les laisser brutes, & cependant faire la portion de segment de sphere demandée, sans erreur sensible; on peut s'y prendre autrement.

Fig. 19 *a*. Ayant décrit une portion de cercle majeur HPR, pour en former la cerche comme on la voit à la figure au-dessus; d'un d'un point P, pris pour milieu; on prendra deux arcs égaux PH & PR, plus grands que les deux PO & PQ, qui doivent être dans le creux du segment de sphere, pour avoir le bord de la cerche HR, au-dessus du plan de sa base. Ensuite par les points FM*gfm*G, où les lignes diagonales *ad be* & celle du milieu M*m* coupent les arcs *r*V, *us* de cette base, on tirera des tangentes à ces arcs, ou, ce qui est la même chose des perpendiculaires aux diametres, comme TN d'un côté, & *tn* de l'autre; puis ayant fait les plumées suivant les diagonales F*f*, G*g*, & la ligne du milieu M*m*, avec le contour de la cerche HPR, (que la perspective nous oblige de représenter dans cette figure en portion d'ellipse, quoique ce soit la même qui est en arc de cercle au-dessus marquée des mêmes lettres), on marquera au fond du segment avec précision le point P, milieu du creux où se croisent les trois positions de la cerche, qui ont donné la formation des deux triangles sphériques égaux FP*g*, GP*f*.

Ensuite pour former les portions du segment qui se trouvent au delà de ces triangles sphériques, on tiendra toujours le milieu P de la cerche sur celui du segment, & on la tournera sur ce

point comme ſur un pivot, en bornoyant la ligne HR par une des tangentes TN, ou *tn*, afin qu'elle ne penche pas plus à droite qu'à gauche, je veux dire vers X que vers Q; ſuivant ces points on abattra la pierre pour que le creux s'ajuſte parfaitement à ſon contour, en toutes ces ſituations. Fig. 19 a.

Démonstration.

Premierement, dans la figure 19^a, il eſt viſible que la ligne D*y* étant parallele à la fleche C^{s}P, peut exprimer la ſection d'un plan coupant la ſphere perpendiculairement au cercle qui eſt la baſe du ſegment, dont la ligne OQ repréſente le diametre, comme on le voit en perſpective à la fig. 19; or les paremens des côtés de la pierre *ab* & *ed* ſont ſuppoſés d'équerre au parement *ae*; donc l'arc d'un cercle mineur paſſant par *rys*, exprimé par D*y* de la fig. 19^a, exprimera auſſi parfaitement la ſection de la ſphere faite par le plan d'un des côtés de la pierre qu'on doit creuſer.

Secondement, puiſqu'il eſt de l'eſſence de la ſurface ſphérique que tous ſes points ſoient également éloignés du centre, la corde *y x* doit être perpendiculaire à la fleche CP, qui repréſente une portion de l'axe, & les points *y x* doivent être également éloignés des points C & P, ſans quoi ils ne pourroient être équidiſtans du centre, qui eſt dans la prolongation de la ligne PC; or, puiſque toutes les ſections que l'on peut faire dans la ſphere par la corde *y x* ſont des cercles, il ſera toujours vrai que les tangentes de ces cercles, qui ſeront paralleles à cette corde, le ſeront à toutes les lignes qui lui ſeront paralleles comme HR; donc ſi l'on fait une parallele à la tangente dans un plan quelconque paſſant par cette corde, on en déterminera par ce moyen la poſition; [par la 9e du 11e liv. d'Eucl.] donc ſi HR eſt parallele à TN, *y x* le ſera auſſi, & les points *y* & *x* ſeront équidiſtans du centre de la ſphere, *ce qu'il falloit faire.*

Nous n'avons parlé juſqu'à préſent que de la formation du ſegment de ſphere concave, parce que c'eſt le plus uſuel dans la pratique des voûtes: s'il s'agiſſoit d'en former un convexe, comme il arrive aux voûtes extradoſſées, ou pour former un globe, il eſt prémierement évident qu'il faut que les cerches ſoient d'une courbure contraire aux précédentes, c'eſt-à-dire, qu'elles ſoient concaves au lieu d'être convexes, comme elles doivent être pour la formation de la doële. Mais il faut de plus

commencer par la formation d'un cylindre droit, comme on voit à la fig. ✠ au-dessus du chiffre 20, pour avoir dans une de ces bases celle du segment, & dans la direction de ses côtés celle de l'axe de la sphere, qui doit être perpendiculaire à la base du segment. Ainsi ayant formé un cylindre convexe, par une pratique contraire à celle que nous avons donnée au problême précédent pour le concave, sur un diametre donné *f*F, ou *g*K, & de la hauteur de la fleche CP trouvée par le profil, on fera une cerche concave d'un arc de cercle majeur de la sphere égal à la profondeur du segment; puis la posant sur le centre P de la base supérieure du cylindre, perpendiculairement à cette base, on abattra la pierre en croix *abed* pour bien se conduire, & ensuite le reste en faisant tourner la cerche sur le pole P, ensorte que son extrêmité parcoure la circonférence de l'autre base *fg*FK.

REMARQUE.

On voit par toutes ces précautions que l'auteur du livre de la *pratique de la coupe des pierres*, n'a pas pourvu aux imperfections & aux défauts de la méthode de creuser ses *écuelles* à la pag. 60, particuliérement lorsqu'elles sont ébréchées, faute de largeur suffisante de la pierre destinée à faire un voussoir, puisqu'il ne regle point la position de la cerche; cependant il est clair, par ce que nous venons de dire, qu'on ne peut la mettre en bonne situation qu'avec certaines précautions, lesquelles étant négligées, il est bien difficile qu'elle ne donne une fausse plumée, qui altere la régularité de la surface sphérique; car si elle penche, par exemple, suivant la position ponctuée $h^e z$, le point P s'approchera du côté *ed*, & le point *x* s'abaissera en *z* au-dessous de la vraie surface sphérique; donc l'arc P*z* sera tout hors de la sphere qui doit avoir pour base de segment le cercle *rsu*V; puis la perpendiculaire au plan de ce cercle passant par P ne passera plus par son centre.

On voit aussi par la même raison que la maniere dont le P. *Deran* fait ses doëles sphériques par le moyen des deux diagonales de sa pierre *ad*, *be* ne peut conduire les ouvriers, même encore fort imparfaitement, qu'à la formation des deux triangles sphériques opposés *r*PV, *s*P*u*, & que les restes du segment *r*P*s*, VP*u* sont faits au hasard.

USAGE

USAGE.

La formation d'un ſegment de ſphere ſert 1°. à celles de toutes les clefs des voûtes ſphériques dont les doëles & les extrados ſont des ſegmens complets.

2°. A la préparation des autres vouſſoirs, qui ſont des ſegmens de ſphere tronqués de pluſieurs côtés, ordinairement de quatre arcs dans les arrangemens ſimples des vouſſoirs, quelquefois de ſix, comme dans les arrangemens variés aux angles d'enfourchemens, dont nous parlerons ci-après.

Remarque hiſtorique.

Le plus grand ſegment de ſphere qui ait peut-être jamais été fait d'une ſeule piece, eſt la clef de la voûte du dôme de l'égliſe de ſainte Marie de la Rotonde, bâtie hors de Ravenne en Italie, vers l'an 757, à laquelle quelques Auteurs donnent dix pieds de diametre, & qu'ils diſent peſer environ deux cens milliers. Mais ſi l'on en croit Scamozzi, la choſe eſt bien plus merveilleuſe. Il aſſure que toute la voûte, qui a trente ſept pieds de diametre, qui font 40 des nôtres, s'il ſe ſert de ſa meſure ordinaire du pied Vicentin, eſt toute d'une piece. *La cupoletta*, dit-il, *del tempietto di S. Maria fuori di Ravenna*, *di diametro di 37 piedi*, *è tutto d'un pezzo di pietra*: liv. 8. chap. 14. Il faudroit, pour l'en croire, que cette égliſe eût été taillée dans le rocher, comme celle de ſaint Emilion en Guienne, ce que l'on ne dit pas de celle de Ravenne.

Si la voûte n'eſt pas exactement ſphérique, mais ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, alors la clef & les vouſſoirs ne ſont plus des ſegmens de ſpheres, mais de ſphéroïdes, qui demandent plus d'attention pour les bien exécuter, comme nous allons le dire.

Des ſegmens de ſphéroïdes.

PROBLÊME III.

Par trois points donnés à la ſurface d'un ſphéroïde dont on a la projection, faire paſſer une ellipſe, qui ſoit la baſe du ſegment fait par un plan qui le coupe par ces trois points.

Ce ne ſeroit pas aſſez de trois points pour déterminer le contour d'une ellipſe dans toute autre circonſtance que celle de la ſection d'un ſphéroïde; parce que par trois points donnés

dans un plan, on peut faire paſſer pluſieurs ellipſes différentes; ce n'eſt pas même aſſez de quatre en général; ici c'eſt aſſez de trois pour déterminer la poſition d'un plan, pourvu qu'ils ne ſoient pas en ligne droite dans la projection.

Premier cas, où deux des points donnés ſont dans une ſection parallele à un des axes.

Premier exemple, dans le ſphéroïde applati ou oblong, où l'axe eſt en ſituation verticale, & où les ſections horiſontales ſont des cercles.

Fig. 17. Soit [*Fig.* 17.] le demi-cercle HBG la projection horiſontale de la moitié d'un ſphéroïde ou voûte de four ſurbaiſſée, dont le profil, ou ſection verticale par l'axe, eſt le quart d'ellipſe *hs*B, & les points donnés 1, 2, 3, par leſquels il faut faire paſſer un plan dont la ſection ſera une ellipſe, [par le Théor. V. du liv. 1.] Du point C, centre du ſphéroïde, & de la diſtance C1 pour rayon, on décrira un arc 1, 4, qui coupera le rayon C3 prolongé au point 4; on diviſera la corde 1, 4 en deux également en N, pour tirer par ce point N le rayon C*y* indéfini.

Par les points 2 & 1, on élevera des perpendiculaires ſur le rayon CB, qui couperont l'arc elliptique *hs*B aux points *o* & Q, par leſquels on menera *on*, QR, paralleles à CB, qu'on fera égales aux fleches de la projection NO & *rq*. Par les points *n* & R on tirera une ligne qui coupera cet arc au ceintre ſurbaiſſé aux points Y & *y*; la ligne Y*y* ſera un des axes de l'ellipſe qu'on cherche.

Pour tracer ſon conjugué, on le diviſera en deux également au point M, par où l'on tirera P*s* parallele à CH, qui coupera l'arc au point *s*. Du point C pour centre & CP pour rayon, on décrira un arc de cercle qui coupera le rayon du milieu C*y* au point C*ᵘ*, d'où on portera la hauteur P*s* en C*ᵘ* S; puis ayant tiré par le point C*ᵘ* la perpendiculaire 5, 6 ſur CS, qui coupera le demi-cercle horiſontal GBH aux points 5 & 6; on prendra cette ligne 5, 6 pour grand axe d'une ſection verticale de ſphéroïde, & C*ᵘ* S moitié du petit axe, avec leſquels on décrira une demi-ellipſe 5, S, 6. On portera la fleche M*s* du profil en *m*S, ſur le demi-axe de cette ellipſe, & par le point *m* on menera la ligne X*x*, parallele à 5 6, qui coupera cette ellipſe aux points X & *x*; cette ligne X*x* ſera le grand axe de l'ellipſe qu'on cherche, dont le petit axe eſt la ligne trouvée Y*y* du

profil, ce qui donne une ellipſe telle qu'on la voit repréſentée au-deſſous à part, marquée des mêmes lettres avec la petite lettre *a*, en $Y^a\, y^a$.

Second exemple, dans le ſphéroïde oblong ou aplati, dont les ſections horiſontales ſont des ellipſes ſemblables.

Soit [*Fig.* 20.] le ſphéroïde oblong ADB, dont l'axe DE eſt en ſituation horiſontale; les ſections horiſontales étant des ellipſes, & deux des points donnés étant dans une de ces ellipſes, il faut encore conſidérer leur poſition en deux cas differens, qui rendent l'opération plus ou moins facile & ſimple. *Fig.* 20.

Premier cas, où deux des points donnés ſont équidiſtans d'un des axes de l'ellipſe, comme ceux marqués 2 & 3; en ce cas, ainſi que dans l'exemple précédent, on trouve les axes par la même conſtruction, & plus facilement, parce qu'après avoir abaiſſé du milieu *m* de la corde X*x*, une perpendiculaire N*z*, ſur CE [comme dans l'exemple précédent de la fig. 17, Ps^2 ſur CB] on menera par le même point *m*, la ligne *m*V perpendiculaire à N*z*, & du point N pour centre, & pour rayon N*z*, on décrira l'arc de cercle *z*V, qui coupera *m*V au point V; la ligne *m*V ſera la moitié du ſecond axe. Nous aurions pu prolonger V*m* pour avoir l'axe entier de l'autre côté; mais nous ne l'avons pas fait pour éviter la confuſion des traits de la figure. Par le moyen des deux axes on décrira une ellipſe telle qu'elle eſt à la fig. à part V*xu*X.

Second cas, où les points donnés *e* 2 ſont entre les axes AB & DE. Ayant tiré la corde *e* 2 on la diviſera en deux également au point *o*, & on lui menera par le troiſieme point donné *d* une parallele *d*1 qui coupera l'ellipſe *d*1L4 de la ſection horiſontale par le point *d* au point 1; on diviſera auſſi la corde *d*1 en deux également au point *q*, par où & par le milieu *o* de la premiere corde on menera une ligne indéfinie FG, qui coupera l'ellipſe ADBE aux points F & G. On diviſera la ligne FG en deux également au point *x*, qui ſe trouve ici ſur la ligne CB tout près de C, d'où comme centre, & CB pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera en *z* la ligne menée par *x* parallelement à CH; la ligne *zx* eſt le demi-axe d'une ellipſe dont FG eſt le grand axe.

Soit *hp*F un quart de cette ellipſe, par les points P & *r* où la ligne FG coupe les ellipſes des ſections horiſontales, on élevera

des perpendiculaires *p*P, *r*R, qui couperont ce quart d'ellipſe aux points *p* & R, par leſquels on tirera des petites lignes *p*Q & R*o* paralleles à FG, qu'on fera égales aux fleches P*q* & *ro*. Enſuite par les points Q & *o* du profil on tirera la ligne Y*y*, qu'on diviſera comme dans les exemples précédens en deux également en *m*, d'où on abaiſſera ſur FC la perpendiculaire *m*C^x, de même que du point Y la perpendiculaire YK, & de l'autre point *y* la perpendiculaire *yk*; la ligne K*k* ſera la projection d'un des diametres de l'ellipſe qu'on cherche, dont la vraie longueur eſt la corde Y*y* de l'ellipſe F*ph*, auquel diametre les lignes *d* 1 & *e* 2 ſont des *ordonnées*. Il ne s'agit que de trouver l'angle qu'elles ſont avec ce diametre. Pour cet effet on tirera les lignes *d* K & K 1, dont il faut trouver les vraies longueurs, ou bien ſeulement de K*d* & K*q*.

Fig. 20.

Soit la ligne T*z* la hauteur de la premiere ſection horiſontale, qui paſſe par le point donné *d*, qui eſt priſe au-deſſus de AC de la diſtance P*p*, on lui fera une parallele *ki* à la hauteur de YK; enſuite on portera la longueur K*d* de la projection, ſur cette ligne en *kd*, & la longueur de la projection K*q* en *kq* ſur la même. Par les points *q d i* on élevera des perpendiculaires qui couperont l'horiſontale T*z* aux points *x y z*; les lignes tirées à ces points du commun *k* ſeront les vraies longueurs des projections K*d*, K*q*, K*i*. On tracera par leur moyen une ellipſe à part, qui ſera celle qu'on cherche.

On prendra une longueur *ky*, [*Fig.* 20^3 *au coin en bas*] égale à la corde Y*y*, qu'on diviſera en deux au point c^x, cette ligne ſera un diametre, & c^x le centre. On prendra la longueur *kx* du profil, qui eſt exprimée à la projection par K*q*, & on la portera ſur *ky* en kq^x; du point q^x pour centre, & pour rayon *qd* du plan horiſontal, on fera un arc de cercle en d^x, & du point *k* pour centre, & pour rayon *kd* du profil, on fera un autre arc qui coupera la perpendiculaire au point d^x, ce qui donnera l'angle $d^x q^x k$, & l'ordonnée $d^x q^x$, au diametre *ky*, par le moyen de laquelle on tracera [par le probl. IV. du 2e liv.] l'ellipſe $kd^x ey$ 2 1, qui eſt celle qu'on cherche.

Second cas, de la poſition des points donnés en toute ſorte de ſphéroïde, lorſqu'ils ſont ſans aucun ordre, comme les points 5, 6, 7, on tirera par ces points des lignes droites, 5, 6 & 5, 7 prolongées indéfiniment; par les points 5 & 6, on élevera des perpendiculaires 5, 5e; 6, 6e égales à la hauteur des points cor-

respondans à la surface du sphéroïde, sur leur projection qu'il est aisé de trouver; par exemple, pour le point 6 on menera par ce point la ligne W9, parallele à CB, & par le même point une perpendiculaire 6, 9^r indéfinie, ensuite du point W pour centre, & pour rayon W9 on décrira un arc de cercle qui coupera cette perpendiculaire 6, 9^r au point 9^r; la longueur 6, 9^r portée de 6 en 6e donnera le point 6e pour la hauteur verticale du point dont 6 est la projection. *Fig.* 20.

Supposant de même que le point 5e est la hauteur du point 5, on menera par les points 5e & 6e une ligne 5e o^r, qui coupera la ligne 5, 6 prolongée au point o^r. On élevera de même sur la ligne 5, 7 des perpendiculaires 5, 5^u, 7, 7^u égales aux hauteurs trouvées, & l'on menera par les points 5^u 7^u une ligne qui coupera l'horisontale 5 7 au point o^n; la ligne menée par les points o^n o^r sera la section du plan qui passe par les trois points donnés avec l'horison, c'est-à-dire, avec le plan de l'ellipse ADBE prolongé, lequel coupant le sphéroïde, fera pour section une ellipse. [par le Theor. V. du 1. livre.]

Pour la décrire on fera passer par les points 6, 7, des arcs elliptiques semblables à BgE, & des lignes droites paralleles à o^n o^r, elles couperont ces arcs aux points 6^r 7^r, & la ligne passant par le milieu de ces cordes sera un diametre ou un axe de la projection de l'ellipse dont il faut trouver la longueur comme dans les cas précédens, ausquels on revient par cette préparation.

Ce que nous venons de dire pour les points donnés dans le sphéroïde alongé dont l'axe est horisontal, s'applique naturellement à celui dont l'axe est vertical; il ne s'agit que de faire attention que les sections verticales qui servent à trouver les hauteurs des points donnés, sont des ellipses dans ces derniers, au lieu que dans l'autre ce sont des cercles, lorsqu'elles sont perpendiculaires au grand axe.

Démonstration.

Toutes les sections planes d'un sphéroïde étant des ellipses, comme il a été démontré au Theoreme V du premier livre, & trois points étant nécessairement dans un plan, il est clair que la base d'un segment de sphéroïde est une ellipse qui doit passer par trois points donnés; mais parce que par trois points qui ne sont pas en ligne droite, on peut faire passer plusieurs ellipses

différentes, il faut avoir quelque chose de plus pour déterminer l'ellipse qui est la section demandée du sphéroïde; ainsi on cherche un diametre, lequel donne encore deux points; or avec cinq points on peut déterminer le contour d'une ellipse, & démontrer qu'il ne peut y en avoir qu'une qui passe par ces cinq points.

Dans la premiere supposition, où deux points sont équidistans de l'axe, la position du plan coupant est déterminée perpendiculaire au plan passant par l'axe ED verticalement & horisontalement; ainsi le diametre trouvé *x*X est un axe dont le conjugué est la ligne perpendiculaire sur son milieu *m*, terminée au sphéroïde, dont la section suivante N*z* est un cercle.

Dans la seconde supposition la ligne passant par le milieu des lignes *e*1 & *d*1 est un diametre qui coupe les ordonnées en deux également.

Enfin, dans la troisieme supposition, il est clair que puisque les points *or* & *on* sont les rencontres des lignes menées par les points donnés, & par leur situation à l'égard de l'horison, c'est-à-dire, les cordes des sections elliptiques, la ligne menée d'un de ces points o^r à l'autre o^n sera la section du plan passant par les trois points avec celui de l'horison ADBE prolongé; de sorte qu'il n'y a qu'une ellipse qui puisse couper le sphéroïde dans cette circonstance, & satisfaire au problême. Or les lignes menées par les points donnés parallelement à cette situation, couperont le sphéroïde en des points de même hauteur; par conséquent la construction du problême retombe dans le cas précédent.

PRATIQUE.

Faire un segment de sphéroïde allongé ou aplati, dont la base & les sections perpendiculaires à la base sont données.

La maniere de faire une portion de surface de sphéroïde, soit en creux, soit en bosse, est la même que pour la sphere, avec cette différence, que la même cerche ne peut pas servir en toutes sortes de positions perpendiculaires à la base du segment; car elle ne peut servir que pour une position, non-seulement à l'égard des axes de la base, mais encore à l'égard du pôle du sphéroïde; parce que les ellipses sur lesquelles on forme les cerches sont plus concaves vers le grand axe que vers le petit, où elles sont moins courbes.

La portion du ſegment de ſphéroïde ſera auſſi bien faite, ſi l'on trace une tangente ſur le plan de la baſe, parallele à la corde de la cerche ; mais il faut remarquer que ce ſoit dans un de ces cas où les quatre angles de la portion de ſegment ſont dans un même plan, enſorte que la doële ne ſoit pas gauche.

PROBLEME IV.

Faire une ſurface quelconque réguliérement irréguliere.

En termes de l'art :

Faire une ſurface gauche.

Pourvu que l'on conçoive bien la génération de ces ſurfaces, il ne ſera guere plus difficile de les tailler dans la pierre ou dans le bois, que les régulieres.

Premierement, il faut commencer par ſuppoſer un plan qui paſſe par trois de ſes angles, & chercher la diſtance dont le quatrieme angle s'éleve au-deſſus, ou s'abaiſſe au-deſſous de ce plan; enſuite y placer les côtés droits ou courbes qui doivent ſervir d'appui à la regle génératrice, les tailler par des ciſelures pour faire place, par une rigole, ou plumée, à la regle qui doit être appliquée ſur les deux lignes oppoſées, & continuer à la faire mouvoir ſur ſes appuis, ſuivant l'exigence du mouvement générateur de la ſurface.

Soit, pour *premier exemple*, une ſurface gauche de cette eſpece que nous avons appellé *doliolime*, comme la doële de la vis S. Gilles quarrée AB*n*DFM, qui eſt la même que celle de la fig. 7 renverſée ou vue par deſſous. On commencera à l'ordinaire par dreſſer une ſurface, ſuivant le problême premier, ſur laquelle on tracera le contour de la ſurface plane ABD*f*, dont les trois angles ABD touchent les ſommets de ceux de la ſurface gauche, & dont le quatrieme F eſt placé par la perpendiculaire *f*F, tirée du quatrieme angle F de la ſurface gauche, au plan ABD*f*. Enſuite on fera trois paremens de retour d'équerre ſur les lignes A*f*, *f*D, DB, & ſur l'angle F on portera la perpendiculaire *f*F ; on tirera FD & FA ſur les faces AF, *f*D, on tracera les arcs de la courbure de cette doële A*h*F, BHD, enfin on abattra toute la pierre qui ſe trouvera renfermée entre les quatre côtés, dont deux AB, FD ſont droits, & A*hf*, BHD courbes, en ap- Plan. 28. *Fig. 7.*

puyant toujours la regle RE ſur les deux arcs oppoſés, ſur leſquels on la fera mouvoir à peu près parallelement aux côtés, ſoit pour former une ſurface concave ou une convexe, comme on voit dans cette figure. Je dis à peu près, parce que ces côtés ne ſont pas paralleles; mais pour lui donner la ſituation qui lui convient ſuivant la plus grande exactitude, on diviſera les arcs oppoſés en un même nombre de parties égales, & l'on placera la regle ſur les parties correſpondantes 1 & 1, 2 & 2, &c.

Quoique nous faſſions ici les côtés circulaires oppoſés dans des ſurfaces paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan AD, il peut arriver qu'elles doivent lui être obliques. Il n'importe ici pour un exemple qui n'eſt qu'une introduction à la pratique.

Second exemple d'une de ces ſurfaces gauches, que j'ai appellée mixtilimes.

Fig. 13. Soit [*fig.* 13.] une ſurface gauche ABDF, qui a trois côtés droits & un courbe, comme ſont les *arriere-vouſſures reglées & bombées.* Ayant dreſſé un parement ſur une pierre, on y tracera le plan ABD*f*, qui paſſe par trois des angles de cette ſurface, & dont le quatrieme *f* eſt déterminé par la perpendiculaire F*f*, tirée du quatrieme de la ſurface courbe ſur la ſurface plane qui en eſt la projection renverſée; on fera trois paremens AD, AF, DF perpendiculaires entre eux, on portera ſur l'arête *f*H la hauteur *f*F, diſtance de la ſurface gauche à la droite, qui paſſe par trois de ſes angles. Du point F on menera FD, & du même l'arc donné FMA, & on abattra de la pierre ou du bois (en ſuivant la direction de la regle RE, placée ſur les points des diviſions correſpondantes ſur la droite BD, & l'arc AF) tout ce qui eſt compris dans les trois côtés AB, BD, DF droits, & le quatrieme FMA courbe, que l'on aura diviſé en même nombre de parties que ſon oppoſé droit BD, pour donner à la regle RE directrice la ſituation qui lui convient, comme on a dit à l'exemple précédent, & la ſurface gauche ſera bien formée.

Troiſieme exemple des ſurfaces gauches mixtilimes hélicoïdes.

La différence de cette eſpece de ſurface gauche avec la précédente eſt que la ligne courbe qui eſt un de ſes côtés, étoit dans

dans un plan, & que celle-ci eſt dans une ſurface courbe; telles ſont celles des appuis des grilles ou baluſtres d'un eſcalier à vis, ou des appuis de fenêtres rampantes dans une tour ronde, laquelle ligne courbe eſt une *hélice*, que quelques-uns nomment improprement une ſpirale, c'eſt pourquoi nous appellons la ſurface de cette eſpece *mixtilime hélicoïde*, laquelle eſt très commune dans les bâtimens; telle eſt celle qui eſt formée par le délardement du parement inférieur de tous les quartiers tournans des marches des eſcaliers à vis, & de tous les limons tournans & rampans.

Pour former cette ſurface, il faut tailler la pierre en portion de cylindre concave ou convexe; nous en repréſentons [*fig*. 14.] une moitié ABGF, que l'on taillera ſuivant la pratique du problême 2, comme un cylindre; enſuite, par le problême 48 du ſecond livre, on décrira ſur la ſurface de ce cylindre, la ligne en hélice; & ſur le parallelograme, qui eſt la ſection du cylindre par l'axe ABGF, on tracera au milieu la ligne CH, qui repréſentera cet axe, lequel ſera le côté en ligne droite, & l'helice ADG, la ligne courbe, ſur leſquels on fera mouvoir la ligne droite génératrice, repréſentée par la regle RE, qui ſert à conduire la coupe de la pierre. Or, puiſque la regle doit parcourir l'axe droit CH dans le même tems qu'elle parcourt l'hélice ADG, il faut diviſer l'une & l'autre de ces lignes en un nombre égal de parties égales dans chacune; par exemple, ſi l'on diviſe CH en 4, aux points 1D3H, on diviſera auſſi l'hélice en quatre, aux points 1°, D, 3°, G; enſuite on abattra la pierre ou le bois entre les deux lignes CH droite & ADG courbe de l'hélice, comme il ſera indiqué par la regle poſée ſur l'une & ſur l'autre, de maniere qu'elle ſoit appuyée ſur les parties ſemblables 1° 1, D, 3° 3, GH, en la tournant autour de l'axe CH, & la hauſſant ou baiſſant parallelement au plan de la baſe à chaque poſition ſur les parties correſpondantes à celles de l'hélice, ſçavoir du point H au point G, du point 3 de l'axe au point 3 de l'hélice, du point D de l'axe au point D de l'hélice, leſquels deux points ſont ici raſſemblés par le deſſein, du point 1 de l'axe au même 1° de l'hélice, ainſi du reſte. *Fig*. 14.

Par où l'on voit que plus le nombre des diviſions ſera grand, plus l'opération ſera exacte.

S'il s'agiſſoit d'une vis de preſſoir, au lieu de tenir la regle

perpendiculaire à l'axe, il faudroit l'incliner en haut & en bas, mais toujours d'un même angle.

COROLLAIRE I.

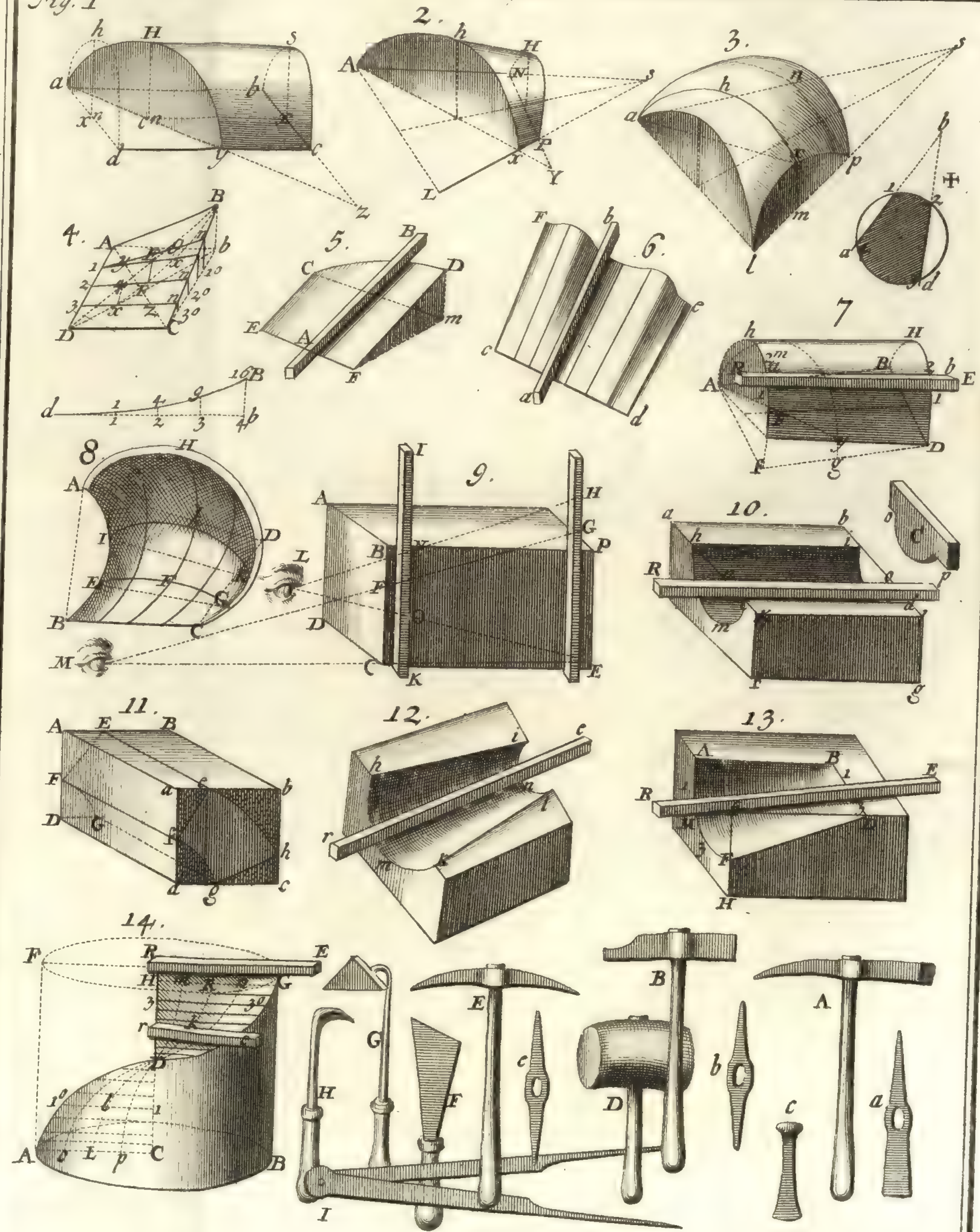
Il ſuit de la formation de cette ſurface hélicoïde, que ſi l'on prend ſur la ligne génératrice HG un point K entre les deux, le mouvement de ce point tracera une hélice KkDlL à diſtance égale de l'hélice extérieure A1°D3°G, qui eſt à la ſurface du cylindre, laquelle cependant ne lui ſera pas parallele, parce qu'elle n'eſt pas dans le même plan, cette courbe étant à double courbure, & la ſurface hélicoïde étant eſſentiellement gauche, comme il eſt clair par ſa génération: *c'eſt ce qui trompe les ouvriers*, dans les appuis en tour ronde & dans les limons tournans & rampans, comme nous le dirons en ſon lieu.

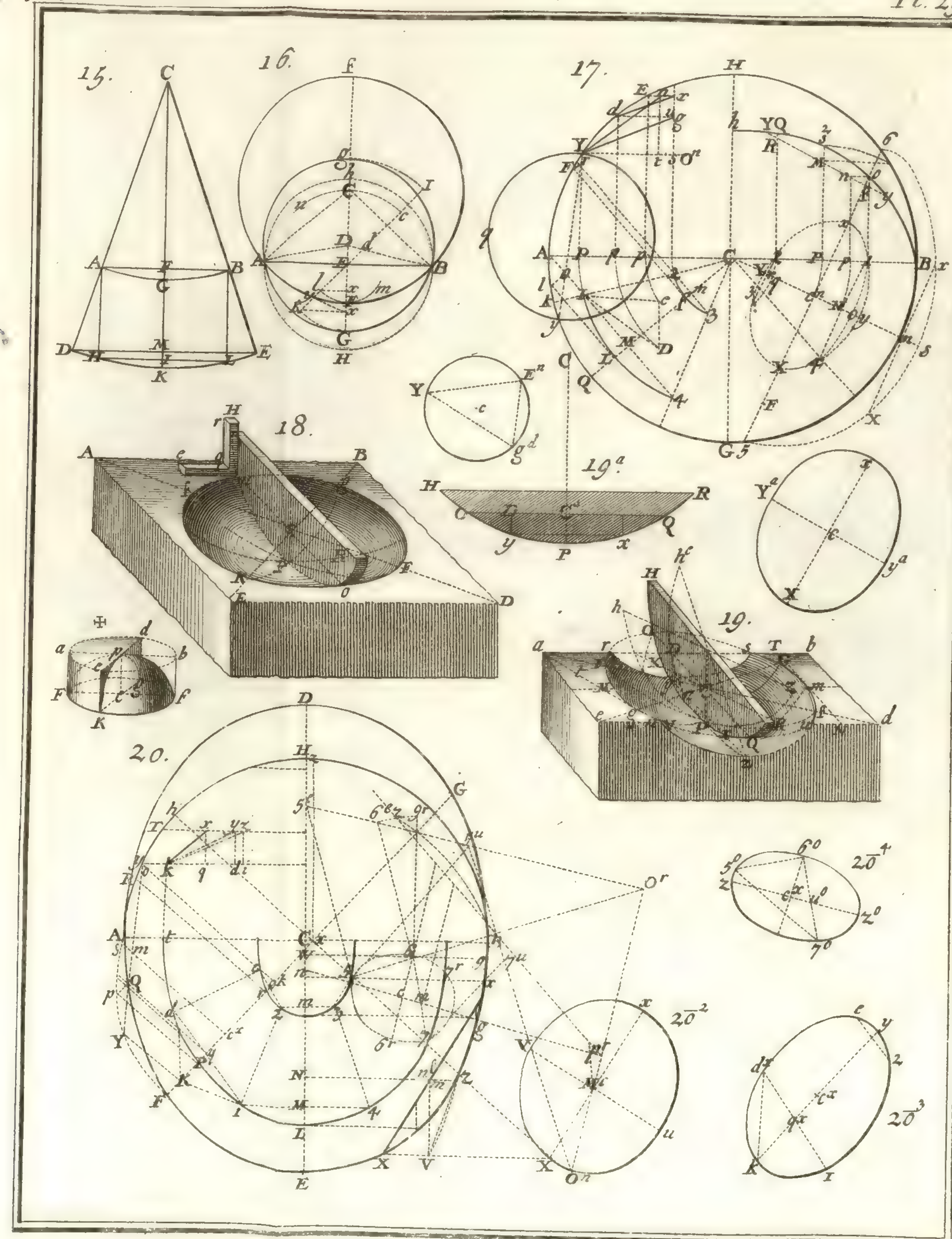
COROLLAIRE II.

Secondement, que tous les points comme, *m*, K, *n*, ſitués entre les deux côtés de la ſurface ſur la ligne génératrice HG, décriront, par ſon mouvement autour de l'axe HC autant d'hélices différentes, toutes inégalement courbes, comme *m*D*p*, KDL, *n*D*o*, enſorte que celles qui approcheront le plus de l'axe HC ſeront toujours moins différentes de la ligne droite; juſqu'à ce qu'enfin, ſi elles en approchent infiniment, elles ſeront infiniment peu différentes de cette ligne. Ainſi, ſuppoſant l'axe HC en ſituation verticale, plus elles en ſeront éloignées plus elles deviendront inclinées à l'horiſon, mais toujours d'une maniere uniforme; ce que l'on peut remarquer dans les eſcaliers à vis, où les girons des marches ſont fort étroits au collet, & fort larges à la queue qui porte dans la tour ronde.

COROLLAIRE III.

De la formation de la ſurface hélicoïde, il eſt aiſé de tirer les moyens de *former celle qui eſt en limace*. Il n'y a qu'à ſuppoſer un mouvement de diminution à la longueur de la ligne génératrice, par exemple AC, laquelle étant de cette longueur à la baſe de la limace, doit ſe raccourcir en s'élevant vers H, ſuivant un mouvement uniforme du point A, qui ſe rapproche continuellement du point C; de ſorte qu'il forme une ſpirale en limace, dont le contour eſt à la ſurface d'un cône; ainſi


Fig. 1



au lieu qu'ici on a formé un cylindre pour y tracer l'hélice, on formera un cône pour y tracer la ſpirale en limace, comme l'on voit à la fig. 210 de la planche 18 *. Au reſte cette ſurface ſe formera par un même mouvement de regle, appuyée d'un côté à l'axe & de l'autre à la limace, ſur une partie correſpondante à celle de la droite diviſée en même nombre de parties, ſavoir de la premiere de l'axe à la premiere de l'hélice, de la ſeconde à la ſeconde, ainſi du reſte.

* Tome I.

Le peu d'uſage que l'on fait en architecture de cette ſurface, fait que nous ne donnons point d'exemple de la maniere de la tailler, d'autant plus qu'elle eſt ſuffiſamment expliquée dans celle de la formation de l'hélicoïde.

Nous ne donnerons point non plus d'exemple de la maniere de tailler la quatrieme eſpece de ſurfaces gauches, que nous avons appellées *ſphéricolimes*, parce qu'elle eſt trop compoſée & trop difficile pour des élémens de pratique; nous la donnerons fort au long dans la ſuite, lorſqu'il s'agira de *l'arriere vouſſure S. Antoine*; nous allons commencer par les traits des angles en talud.

CHAPITRE II.

De l'appareil & arrondiſſement des angles en talud.

Ceux qui ont écrit de la coupe des pierres, n'ont parlé que de celle des voûtes, prévenus apparemment qu'il n'y avoit pas de difficulté dans la taille de celles qui ſont deſtinées à être poſées horiſontalement; cependant il eſt des cas où l'on a beſoin du ſecours de la géométrie: je l'ai vu par expérience dans une ville maritime, où l'appareilleur ſe trouva fort embarraſſé pour arrondir un angle en talud, qui devoit en raccorder deux inégalement inclinés. Après avoir inutilement tenté les moyens de le faire, il vint m'en demander le *trait*, qu'il ne trouvoit point dans les livres; j'étois jeune & peu exercé dans ſon art, mais avec les ſeuls principes de géométrie j'eus bientôt trouvé les traits que l'on verra ci-après.

J'ai auſſi vu les tailleurs de pierre ſe tromper ſi ſouvent dans le tracé des angles rectilignes en talud, qu'il m'a ſemblé à propos de commencer nos *traits* par celui là, d'autant

plus qu'étant fort ſimple, il eſt très-propre à l'introduction à la pratique.

PROBLÊME V.

Faire l'encoignure d'un angle ſaillant ou rentrant, dont les faces ſont en taluds égaux ou inégaux, avec des chaînes ou boſſages en ſaillie, dont les côtés ſe terminent à un plan vertical.

PLAN. 30. *Fig.* 21. Ce trait peut être exécuté par différens moyens, avec biveau, ou ſans biveau de talud. Ayant pris avec la fauſſe équerre l'ouverture de l'angle d'encoignure ABC, on portera quarrément ſur un de ſes côtés AB, le reculement AG du talud d'une aſſiſe, par exemple, 2 pouces, ſi le talud eſt du ſixieme ſur 12 de haut, pour tirer GE parallele à AB, & l'on reculera le même angle ſuivant ſa diagonale BD, pour tracer l'angle du ſommet de l'encoignure GEH, ſi les taluds ſont égaux à chaque face; mais comme il arrive quelquefois dans les raccordemens des vieux avec les nouveaux ouvrages, que ces taluds ſont inégaux, nous choiſirons pour cet exemple celui du raccordement du 12e H*k* ou EI, avec le ſixieme AG ou FE, ce qui donne un reculement d'arête *b*E, qui ne s'aligne plus avec la diagonale ED; de ſorte que l'encoignure devient biaiſe.

Fig. 22. Le plan horiſontal de l'encoignure étant tracé, on fera les profils des taluds des faces, un pour chacune, puiſqu'on les ſuppoſe inégaux, pour avoir les biveaux de leur inclinaiſon, & toute la préparation ſera faite.

Pour tailler la pierre, on commmencera par faire les deux lits de deſſus & de deſſous paralleles entr'eux de l'intervalle de la hauteur de l'aſſiſe. Enſuite ayant pris avec la fauſſe équerre du compas d'appareilleur, ou avec une ſauterelle, l'angle d'encoignure ABC, on le tracera ſur le lit de deſſous, puis ſur chacun de ſes côtés, prolongés juſqu'à l'autre bout de la pierre, on ſe retournera d'équerre, pour former les joints montans par deux ſurfaces planes, perpendiculaires aux lits de deſſus & de deſſous, leſquels ſe trouveront auſſi perpendiculaires à celles des faces lorſqu'elles ſeront faites.

Fig. 23. Les joints, c'eſt-à-dire, les ſurfaces auxquelles la pierre ſuivante doit s'appliquer, étant faites, [par le problême I.] comme AN, on y appliquera le biveau du talud donné qui convient à chaque face, par exemple, GAE de la fig. 21, en

poſant une de ſes branches ſur l'arête A*g* du lit de deſſous; [*fig.* 23.] l'autre branche A*x* prolongée donnera ſur le joint l'inclinaiſon AG du talud, & le point G à l'arête du lit de deſſus, par lequel on menera GE parallele à la ligne AB [par le problême I.] en bornoyant deux regles poſées ſur les lits de deſſus & de deſſous, l'une en AB ſtable, l'autre ſur le point G, autour duquel on la fera mouvoir juſqu'à ce qu'elle couvre exactement celle qui eſt en AB, bien entendu qu'il faut que ces regles ſoient prolongées au-delà des longueurs de la pierre, ſans quoi elle les couvriroit; en en regardant une, on ne pourroit voir l'autre.

On operera de même ſur l'autre côté de l'angle B*b* ou BH, en ſe ſervant d'un biveau plus ouvert ou plus fermé que le premier, ſelon la différence qu'il y aura du ſecond talud au premier, ce qui donnera une arête de face BE toute biaiſe, exprimée à la projection de la fig. 21 par la diagonale *b*E, qui ne diviſe pas l'angle A*b*K en deux également, comme la diagonale BE des taluds égaux: ce qui fait une ſorte de difformité inévitable, qu'on apperçoit en regardant l'encoignure pardevant, vers le milieu ſur l'alignement de la capitale; mais dans les fortifications, où l'on doit ménager la dépenſe & éviter les démolitions, on doit avoir peu d'égard à cette petite imperfection; il faut quelquefois ſacrifier l'agréable à l'utile.

On peut auſſi faire la même choſe ſans ſe ſervir du biveau, en faiſant une plumée A*a* d'équerre ſur les arêtes BA & *g*A, après avoir jaugé la pierre de hauteur à plomb A*a*; puis on prendra au plan [*fig.* 21.] le reculement FE du talud, qui donnera ſur l'arête *a*N le point G, d'où l'on tirera GA qui ſera le talud, & par le même point G une ligne GE ou GK, parallele à AB, comme nous venons de le dire, pour avoir l'arête de lit de deſſus, par leſquelles paralleles on fera paſſer une ſurface plane, qui ſera le parement en talud demandé, en abattant tout le priſme triangulaire AG*a*, LBK, dont la face en trapeze BAGE doit ſubſiſter, & le triangle reſtant BEK doit encore être enlevé pour la ſurface en retour BH.

On voit que cette opération par équarriſſement eſt plus ſimple que celle où l'on emploie les panneaux, en ce qu'elle épargne la peine de faire le développement des ſurfaces de la pyramide tronquée dont cette encoignure fait partie, & qu'elle eſt exacte dans ces ſortes d'ouvrages ſimples.

Il ne s'agit plus à présent que de déterminer la largeur de la chaîne saillante ou à bossages, que l'on fait ordinairement en pierre de taille à ces encoignures, pour les fortifier lorsqu'elles sont à des angles saillans, ou par accompagnement de décoration dans les angles rentrans, ce qui est fort aisé par la projection horisontale du haut de l'encoignure; [*fig.* 21.] car si l'on détermine au sommet la largeur de la chaîne ou pilastre EG=AF, par les perpendiculaires tirées des points G & E sur AB, la diagonale EB donnera la longueur AB de la base de cette chaîne en AB, qui sera plus grande que GE dans les angles saillans, & plus petite dans les rentrans.

On peut sans faire le plan de la chaîne, en *trouver la largeur par le calcul*; car on connoît ordinairement dans les pieces de fortification la longueur de la diagonale, qu'on appelle *capitale*, & celle de la demi-gorge. Alors d'un coup de plume on peut trouver de combien la chaîne s'élargit par le talud en montant dans un angle rentrant, ou diminue dans un angle saillant; en disant, *comme la demi-gorge A*d *est à la capitale* d*B*; *ainsi le talud donné AG ou FE est à la différence FB de la base AB, & du sommet GE* de la chaîne de pierre de taille, dont le côté AG doit être dans un plan vertical.

Ou si l'on mesure la diagonale EB, il n'y a qu'à la quarrer, en ôter le quarré de FE, la racine quarrée du reste sera FB, différence des deux largeurs du haut & du bas; ainsi en ajoutant cette différence à celle du sommet de la chaîne, on aura celle qu'il lui faut donner à la base; & au contraire en la retranchant dans un angle rentrant.

Il est visible que l'encoignure d'un angle rentrant se fait de la même maniere, en supposant la pierre renversée sens dessus dessous, & ôtant au contraire toute la pierre qu'on laisse aux angles saillans.

La démonstration de cette pratique est fondée sur le rapport des triangles semblables A*d*B, EFB rectangles en *d* & F, & qui ont un angle commun en B; ainsi connoissant deux côtés du premier, on parvient à la connoissance de ceux qui leur sont homologues dans l'autre.

En second lieu, sur le rapport des profils ou sections triangulaires faites par des plans perpendiculaires à celui de la base ABC, & passant par différentes directions, l'une par la diagonale EB, l'autre par la perpendiculaire EF sur AB, lesquels triangles ont

pour hauteur commune la diſtance des deux plans ABC, du lit de deſſous, & GEH du lit de deſſus; par conſéquent ces triangles ſont entr'eux comme leurs baſes EF & EB, qui ſont les reculemens qui déterminent l'inclinaiſon des taluds.

D'où il ſuit que ſi l'angle d'encoignure ABC eſt de 60 degrés, ſa moitié AB*d* étant de 30, le talud de l'arête des faces, ou ſon reculement BE, ſera double de celui d'une face avec ſon lit de deſſous, exprimé par EF, parce que le ſinus FE de 30 degrés n'eſt que la moitié du ſinus total BE.

Remarques ſur les erreurs des ouvriers.

Quoique la coupe d'une encoignure en talud ſoit ſi ſimple qu'elle ne ſuppoſe aucun *trait*, on remarque cependant que preſque tous les tailleurs de pierres qui n'y ſont pas accoutumés, y font pluſieurs fautes.

La plus ordinaire eſt, qu'après avoir fait le parement d'une face en talud avec le biveau, poſé d'équerre ſur l'arête du lit, ils veulent tracer l'arête du retour avec le même biveau, poſé dans une autre façon, en couchant une branche ſur l'arête du lit & du talud, & l'autre ſur la face en talud qu'ils viennent de tailler, ſur laquelle ils tracent cette arête, & abattent la pierre ſuivant ce trait, par l'arête ou la trace de l'arête du lit du côté du retour, qui eſt donné par l'ouverture de l'angle de l'encoignure à ſon lit.

Dans cette pratique il y a deux erreurs qui ſont plus ou moins grandes, ſelon que l'angle horiſontal, qui eſt proprement celui de l'encoignure, eſt aigu, droit, ou obtus.

Lorſque l'angle eſt droit, cette pratique n'eſt fautive qu'autant que le talud eſt plus ou moins incliné; car s'il l'étoit très-peu, l'erreur ne ſeroit pas ſenſible & pourroit être négligée; mais ſi le talud eſt grand, elle donne une fauſſe inclinaiſon à l'arête de rencontre des deux faces, & par conſéquent un faux talud à la ſeconde face, qu'elle rend trop couchée.

Si l'angle horiſontal de l'encoignure eſt aigu, la ſeconde face en retour deviendra trop roide, c'eſt-à-dire, que l'angle de ſon talud ſera plus ouvert que celui de la premiere, auquel cependant il doit être égal, par la ſuppoſition.

Enfin ſi l'angle d'encoignure eſt obtus, il arrivera au contraire que la ſeconde face ſera trop couchée; cette remarque ne mériteroit pas une démonſtration ailleurs que dans une propoſition

élémentaire de pratique ; mais pour éclairer les premiers pas que l'on va faire dans l'art de la coupe des pierres, il me paroît qu'il ne faut rien négliger.

Explication démonstrative.

Premierement, nous avons dit au troisieme livre, que les biveaux étoient les mesures des angles, des plans & des surfaces entr'elles, dont l'ouverture se doit prendre perpendiculairement à la ligne de leur commune section : or il est clair que le biveau, dans la situation dont nous venons de parler, n'a aucune de ses branches perpendiculaires à la commune intersection de la seconde face en talud avec celle du lit de dessous ; car quand même l'angle horisontal de l'encoignure seroit droit, il n'auroit qu'une de ses branches d'équerre à cette commune intersection, qui est l'arête du lit & de la face, l'autre branche étant couchée sur le talud de la premiere face (c'est-à-dire, le premier parement qui a été fait) ne sera plus perpendiculaire à la même arête de lit & de la seconde face ; donc [par le dernier lemme du troisieme livre] il ne peut déterminer ni marquer au juste l'angle des plans, & par conséquent l'arête de rencontre des deux faces en talud, qui dépend nécessairement de la juste inclinaison des deux faces ; donc cette pratique est ridicule en tout autre cas que celui d'une encoignure à l'équerre & sans talud ; d'où les tailleurs de pierres l'ont prise.

Il est cependant vrai que lorsque l'angle de l'encoignure est droit & le talud moindre du sixieme, l'erreur n'est pas fort sensible ; mais elle l'est encore assez pour qu'on puisse la distinguer du vrai profil, comme on va le montrer.

Fig. 22. Soit [*fig.* 22.] l'angle d'encoignure *ab*R droit, à deux taluds égaux ou inégaux, il n'importe, marqués par les lignes de projection du sommet *ge*, *eh*. Ayant prolongé *he* indéfiniment vers T, on fera sur *ab* pour base l'angle du talud de la face *b*R en *ab*T, qui coupera la perpendiculaire PT, hauteur de l'assise, au point T. Du point P pour centre, & PT pour rayon, on décrira un arc de cercle qui coupera *ba* en *s*, & *eg* en *t* ; par les points P & *t* on menera l'indéfinie P*y* & par *s* une parallele à *b*R, qui coupera P*y* au point *y*. Je dis que la ligne du talud de la face *b*R, couchée sur le talud de la face *be*, ne coupera point l'arête au lit supérieur de l'assise

l'affiſe *eg*, éloignée de *ab* du talud, par exemple du ſixieme, qu'on s'eſt propoſé par la poſition de la projection *eg*, mais en dedans, en une autre ligne, comme *xy* à même hauteur que celle qu'on a fixée à l'aſſiſe, de ſorte que l'angle du talud couché, couche auſſi davantage le talud, & change l'inclinaiſon de la face ſur le lit, qui eſt alors plus aiguë.

Pour le démontrer il n'y a qu'à faire mouvoir le triangle du talud T*b*P autour de ſon côté *b*P. Il eſt clair que l'angle TP*b* étant droit, le point T, dans cette révolution, décrira un arc de cercle en l'air, qui eſt repréſenté ici par l'arc T*st*, lequel rencontrera les plans verticaux ſur *ba* de la premiere face d'équerre ſur le lit, & *eg* de l'arête de la face en talud, l'un en *s*, l'autre en *t*, au-deſſous du point *s*, de la quantité *as*, c'eſt-à-dire, au-deſſous de la hauteur de l'aſſiſe qu'on ſuppoſe égal à P*s*; par conſéquent pour que la ligne P*t* parvienne à cette hauteur, elle doit être prolongée juſqu'à la ligne *sy*, qu'elle rencontre au point *y*, & par la même raiſon la projection de l'arête de rencontre des faces ſera prolongée au-dedans de la premiere face en *x*.

D'où il ſuit qu'une telle poſition de biveau change les taluds que l'on s'étoit propoſé, & les rend tous les deux plus aigus, puiſque ſur la même hauteur d'aſſiſe PT, les largeurs de ſes baſes horiſontales *e*P, *ei* augmentent des quantités *gy*, *fx*; ainſi pour le grand talud tranſportant *gy* en P*q*, on aura l'angle du talud *qb*L, au lieu de celui qu'on s'étoit propoſé *qb*T, faiſant *q*L égal à la hauteur fixe PT de l'aſſiſe; ce qui montre évidemment qu'on ne doit jamais coucher les biveaux ſur les taluds, comme font la plupart des ouvriers, ſi l'on n'y prend garde.

Secondement, pour voir ce qui arrive lorſque l'angle de l'encoignure eſt aigu, il faut remarquer que la diagonale EB du plan horiſontal, étant plus longue que la perpendiculaire FE, qui exprime le talud ſur le côté AB, & même plus que le côté FB, puiſqu'elle eſt l'hypoténuſe d'un triangle rectangle EFB; ſi l'on prend F*b* = FE & F*x* égal à la hauteur de l'aſſiſe, l'angle F*bx* exprimera le vrai talud, lequel étant extérieur à l'égard du triangle *b*B*x*, eſt par conſéquent plus grand que FB*x*, qui eſt encore plus grand, par la même raiſon, que celui de l'arête de l'encoignure ſur la diagonale BE, laquelle eſt, comme nous venons de le dire, plus grande que FE. *Fig. 21.*

Préſentement ſi l'on tranſporte ces différens angles ſur un

profil, comme à la figure 21, à un même ſommet comme B, on verra que l'angle du talud FBX excede celui de l'arête des faces FBx, de la quantité xBX; par conſéquent il diminueroit d'autant l'inclinaiſon de l'arête, & avanceroit ſon ſommet x en X, de ſorte que la face du talud en retour ſeroit beaucoup moins inclinée qu'elle ne doit être, ſuivant ce qu'on s'étoit propoſé.

Fig. 21. & 22. 3°. Si au contraire l'angle horiſontal de l'encoignure eſt obtus, comme ABO ou ApQ, le côté FE étant plus grand que Fp, l'angle Fbx du talud de face, tranſporté au-dedans ſur le ſommet de l'angle p, donnera un point q au-dedans de x, qui fait voir que l'angle du biveau eſt plus aigu que l'angle Fpx d'un angle xpq; par conſéquent il donnera une ſection de face plus couchée que celle qui avoit ſervi à former ce biveau, ce qui eſt abſurde.

Il n'eſt pas difficile de démontrer que le côté FB, dans l'angle aigu, eſt plus grand que FE; que FE eſt égal à Fb dans l'angle droit, & qu'il eſt plus grand que Fp dans l'angle obtus, parce que dans le quadrilatere EFBf les angles en F & f étant droits, les deux autres en B & E ſeront égaux à la ſomme de deux droits, & l'angle B étant aigu, la moitié de la ſomme FBE ſera plus petite que la moitié de l'obtus FEf; or au plus grand angle eſt oppoſé le plus grand côté, donc FB eſt plus grand que FE; cette ſomme eſt égale à l'angle droit, donc Fb = FE eſt plus grande à l'angle obtus, & Fp plus petit que FE.

Il eſt auſſi évident que l'angle de l'arête des faces avec la diagonale eſt toujours plus aigu que celui du talud, parce que ſa baſe eſt toujours plus grande que celle du talud, la hauteur de l'aſſiſe reſtant la même. La raiſon eſt que la baſe de cet angle en EB, dans l'angle aigu, ou Eb dans le droit, & Ep dans l'obtus, eſt toujours l'hypoténuſe d'un triangle rectangle, dont le reculement du talud EF eſt un côté.

Il ſuit de ce que nous avons dit ci-devant, I°. qu'ayant le biveau de l'angle que font les arêtes du lit avec celle de l'interſection des deux faces, on ne pourroit s'en ſervir que pour tracer les pierres angulaires, appellées *écoinçons*, & non pas les contiguës de la ſuite de la droite ou de la gauche, parce qu'il ſeroit trop *maigre*, c'eſt-à-dire, trop fermé dans les angles aigus, & trop *gras*, c'eſt-à-dire, trop ouvert dans les encoignures obtuſes.

II°. Qu'il y a quatre ſortes d'angles à conſidérer dans une encoignure en taluds égaux à chaque face, & cinq, lorſqu'ils ſont inégaux; ſçavoir, 1°. l'angle horiſontal du lit, que j'ai appellé *angle d'encoignure* ABC ou *ab*R. Celui-ci eſt toujours conſidéré comme un angle de lignes & non pas de plans. *Fig.* 21 & 22.

2°. *L'angle de talud ab*T [*fig.* 22.] qui eſt l'angle du plan de la face inclinée avec le lit horiſontal; celui-ci eſt dans une ſection perpendiculaire à l'autre que font ces deux plans à leur commune interſection, comme nous l'avons dit au troiſieme livre.

3°. L'angle des arêtes *de lit & d'encoignure* ABE; celui-ci eſt toujours différent de l'angle du talud, comme nous venons de le démontrer. *Fig.* 23.

4°. L'angle d'inclinaiſon *d'arête d'encoignure* avec le lit, meſuré ſur la diagonale de l'angle horiſontal d'encoignure; celui-ci eſt toujours plus maigre que l'angle du talud, & n'eſt perpendiculaire au plan horiſontal que lorſque les taluds des faces ſont égaux entr'eux. Car lorſqu'il y en a une plus inclinée que l'autre de la face en retour, l'arête d'encoignure n'eſt plus dans un plan vertical, mais incliné, ce qui la fait toujours paroître biaiſe ſans remede.

5°. Lorſque les faces ſont en taluds inégaux, il eſt clair qu'il en faut obſerver les différentes inclinaiſons, & avoir un biveau pour chacune.

6°. On pourroit compter un ſixieme angle ABK, formé par l'interſection d'un plan vertical BL*c*C, ſuppoſé d'un côté, au lieu de la face inclinée, avec celui de la face en retour GABK; celui-ci auroit ſon utilité pour tracer l'encoignure en talud, dans une pierre équarrie à angle droit ſur ſon lit. Nous avons donné la maniere de le trouver au commencement de cette démonſtration.

La diſtinction de ces angles n'eſt néceſſaire que pour en connoître la différence. Il ſuffit d'avoir les ouvertures des deux ſur leſquels il faut ſe régler pour le tracé, ſavoir, celui de l'encoignure, ſur lequel il convient de former un panneau, parce qu'il s'applique ſur les lits; & celui du talud qu'il ſuffit de prendre avec la fauſſe équerre, parce qu'il doit s'appliquer en même tems quarrément, ſur les faces & les lits, auſſi bien que ſur les joints montans.

Tout ce que nous avons dit ci-devant des angles ſaillans doit s'appliquer aux rentrans, avec cette différence, qu'alors il faut prendre le haut pour le bas, & ôter dans l'un la matiere de pierre ou de bois qu'on laiſſe dans l'autre.

PROBLÊME VI.

Raccorder deux taluds égaux ou inégaux par un arrondiſſement dans un angle donné.

On peut arrondir un angle de deux façons, ou d'un arrondiſſement cylindrique, qui ſoit égal en haut comme en bas, ou d'un arrondiſſemenr conique, qui diminue ou augmente en s'élevant ſur la baſe.

Des arrondiſſemens cylindriques.

Les murs qui forment une encoignure ſaillante, ou un angle rentrant, peuvent avoir des taluds différens, quoique ſuivant l'uſage ordinaire ils ſoient également inclinés à l'horiſon, comme au ſixieme, ou au douzieme, &c. Il arrive quelquefois que l'un penche plus que l'autre, ſoit parce qu'ils n'ont pas été bâtis en même tems, ſoit qu'il y ait eu quelque raiſon de ſolidité ou de ménagement, comme de différence de hauteur & de charge.

Premier cas où les taluds ſont égaux.

Fig. 24. Soit [*fig.* 24.] l'angle donné ABC aigu ou obtus, ſaillant ou rentrant, qu'on veut arrondir également en haut & en bas. Ayant déterminé le rayon EK de l'arrondiſſement de la baſe en arc de cercle, on diviſera l'angle donné ABC en deux également par une diagonale BE; enſuite on tracera le plan de chaque aſſiſe ſuivant le talud que donnera leur différente hauteur, ſi elles ſont inégales, par des paralleles aux côtés AB, BC, comme 1H, 2*m*, 3*b*, &c. On élevera ſur AB & BC les perpendiculaires KE & *k*E égales au rayon du cercle dont l'arc doit former l'arrondiſſement, enſorte qu'elles ſe terminent au point E de la diagonale BD. Par ces points K & *k* on menera deux paralleles à cette diagonale KN & *kn*, leſquelles couperont les projections des lits de chaque aſſiſe aux points *i*L & N, par leſquels on menera des paralleles aux lignes KE & *k*E, comme LF, *l*F, ND, *n*D, les points

EgFD feront les centres des arcs d'arrondiffement des lits de chaque affife, defquels on décrira les arcs *Kmk*, *ii*, L*l*, N*n*, & ainfi de fuite, jufqu'à ce qu'on foit parvenu à la hauteur du mur.

Si l'on vouloit connoître le reculement des centres de chaque affife par le calcul, il n'y auroit qu'à faire l'analogie fuivante :

Comme le finus de l'angle ABD, moitié de ABC,

Eft à la diftance perpendiculaire d'une affife à l'autre fur fon plan horifontal,

Ainfi le finus total

Eft à la diagonale ou diftance des centres de chaque affife.

DÉMONSTRATION.

Puifque l'arrondiffement de l'angle doit être d'une égale portion de cercle en haut & en bas, fuivant l'hypothèfe, & que cet arrondiffement doit être infenfiblement réuni aux furfaces planes des taluds, il s'agit de faire un fecteur de cylindre fcalene qui foit touché par deux plans inclinés à l'horifon : or un plan ne peut toucher un cylindre que fuivant fon côté droit, qui eft effentiellement parallele à fon axe. Donc les deux attouchemens des plans des taluds doivent être deux lignes droites parelleles entr'elles & à l'axe du cylindre comme KN, *kn* ; mais parce que les lignes AK, 3N, C*k*, 3*n* font paralleles entr'elles, elles font dans le même plan que les lignes KN, *kn*, & tangentes aux bafes fupérieures & inférieures du cylindre, puifqu'elles font [par la conftruction] perpendiculaire fur les rayons KE, ND & *k*E, *n*D ; donc ces plans de taluds font tangens au cylindre, fuivant les lignes KN, *kn* ; *ce qu'il falloit faire.*

Il eft clair que tous les centres des arcs de cercle des tangentes du folide coupé parallelement à fa bafe AK*mk*C, doivent être dans la diagonale, puifqu'on fuppofe les taluds égaux. Il n'eft pas moins vifible que leurs centres font entr'eux à diftances égales de celles des fommets des angles formés fur cette diagonale par les lignes paralleles qui expriment les joints de lit de chaque affife, dont elles font la projection. Car fi du fommet H on tire fur AB la perpendiculaire HG, on verra qu'à caufe de ces paralleles on aura plufieurs triangles rectangles femblables, qui donneront BG : GK :: BH : HE :: GH :

KE = LF = ND :: BH : BE :: HI : Hg ; c'eſt-à-dire, qu'il y aura toujours même rapport entre le rayon & le reculement, qu'entre le talud de chaque aſſiſe & ſa diagonale. Ainſi ſuppoſant les aſſiſes égales, les reculemens des centres ſeront égaux à la diagonale BH ; alors on aura Eg = gF = FD = Ki = iL = LN ; & ſi elles ſont inégales, on aura KP = GH : Ki :: LQ : LN.

Fig. 24.

Corollaire.

Puiſque la diſtance des centres des arcs d'arrondiſſement entr'eux, ou, ce qui eſt la même choſe, celle de la circonférence d'une aſſiſe à l'autre, priſe ſur la diagonale, eſt égale à celle du reculement d'une aſſiſe ſur l'autre, meſuré d'angle en angle ſur la diagonale, il ſuit que ſi l'angle des taluds eſt de 60 degrés, leur intervalle ſera le double du talud, parce que le talud GH ſera le ſinus de 30 degrés, ou de l'angle GBH ; par conſéquent BH = 2GH, ce qu'il eſt bon de remarquer ; comme auſſi que la diagonale BH étant toujours plus grande que le talud GH, la baſe des taluds d'arrondiſſement priſe à la diagonale, ſera toujours plus grande que celle du talud des faces, quand même l'angle des faces en talud ſeroit très-obtus, parce que BH eſt toujours une hypoténuſe à l'égard de GE.

Remarque ſur les erreurs des ouvriers.

On m'a fait remarquer dans deux places maritimes, l'une au château de Saint-Malo, à la pointe de la galere, l'autre à un baſtion du fort Saint Louis, à Saint Domingue en Amérique, des angles aigus de fortification arrondis cylindriquement, comme des traits de la coupe des pierres fort difficiles, dont les ouvriers ne pouvoient venir à bout, ayant été obligés de les démolir plus d'une fois, & d'en tracer les pierres piece à piece ſur le tas, parce qu'*en donnant le même talud à l'arrondiſſement qu'aux faces*, il prenoit une telle figure qu'on ne pouvoit le raccorder. Surpris qu'une choſe qui paroît ſimple eût tant de difficulté, j'y réfléchis un moment pour en chercher la raiſon, & j'apperçus auſſi-tôt que le talud de l'arrondiſſement changeoit continuellement depuis le trait d'équerre IN, ſur la naiſſance N à chaque face juſqu'à ſa diagonale gE, ce qui faiſoit un parement gauche, quoique faiſant partie d'un corps cylindrique régulier, mais qui paroît gauche, parce que

ſes quatre angles ne ſont pas dans un meme plan ; car ſi l'on tire au lit de deſſous de l'aſſiſe 2E2, les lignes DI, DL, DE, & qu'on en retranche les rayons de l'aſſiſe ſuivante, ou du lit de deſſus de la même aſſiſe, il eſt clair que IN eſt plus petit que L*x*, & L*x* plus petit que E*g*. Or il eſt conſtant que les ſurfaces des joints montans de chaque aſſiſe doivent être dans des plans verticaux dont les lignes DI, DL, DE, &c. ſont la projection ; par conſéquent le joint qui paſſe en *x*, doit tomber au lit de deſſous en L ; d'où il réſulte une nouvelle difficulté, qui ne peut être apperçue par les appareilleurs qui ne ſçavent point de géométrie ; c'eſt que le joint montant, dont L*x* eſt la projection horiſontale, ou pour parler comme eux, *le plan*, ne doit pas être une ligne droite, mais une portion d'ellipſe, puiſqu'elle eſt la ſection oblique d'un cylindre ſcalene K*mkng*N ; à la vérité cette courbure étant très-peu ſenſible, on peut la regarder comme une ligne droite ; cependant c'en eſt aſſez pour faire appercevoir dans l'ouvrage achevé quelque beſoin de ragrément, ſi les aſſiſes ſont fort hautes. Il eſt viſible qne cette courbure diminue à meſure que le joint approche de la diagonale DB ; car le joint qui ſera dans le même plan, comme pourroit être Eg de la ſeconde aſſiſe, eſt parfaitement droit, parce qu'il eſt dans un plan qui coupe le cylindre par ſon axe DE. On ne croiroit pas qu'il y eût tant de choſes à conſidérer dans l'exécution d'un ouvrage qui paroît tout ſimple du premier abord.

Second cas des arrondiſſemens cylindriques, lorſque les taluds des faces ſont inégaux.

La différence de ce cas avec le précédent ne conſiſte qu'en ce que dans la projection horiſontale des aſſiſes, qui eſt plus ſerrée d'un côté que de l'autre, parce que E*e* a moins de talud que A*a*, la ligne B*b*, qui paſſe par le ſommet de l'angle ſupérieur EBA, & *eba* inférieur, ne ſe confond pas avec la diagonale de chaque angle BC & *b*C, de ſorte que l'axe du cylindre, qui doit être parallele à l'interſection B*b* des faces en talud E*b* & A*b*, forme avec les trois lignes précédentes un parallelograme *b*BCC³, incliné à l'horiſon. *Fig. 25.*

Pour trouver les centres de l'arrondiſſement des lits de chaque aſſiſe, on portera ſur l'axe CC les longueurs FG en CC², & GH en C² C³ ; c'eſt-à-dire, les parties de la ligne FH, qui

eſt celle de l'attouchement des faces en talud & du cylindre ſcalene de l'arrondiſſement, compriſes entre les tranches paralleles & horiſontales des lits de chaque aſſiſe, comme on a fait au cas précédent, auquel on renvoie le lecteur pour la démonſtration, & les obſervations qui la ſuivent; il eſt d'ailleurs bien clair que l'axe du cylindre dans lequel ſont les centres de tous les arcs de chaque aſſiſe arrondie, doit paſſer par les diagonales BC & bC^3 de leurs angles EBA, & *eba*, qui ſont égaux, puiſque [par la 4e. du 4e. livre d'Eucl.] le centre d'un arc inſcrit dans un angle eſt dans ſa diagonale, & à cauſe que la diagonale bC^3 & BC ſont paralleles & égales, par la ſuppoſition, l'axe CC ſera auſſi parallele & égal à l'interſection des faces en talud B*b*, & aux lignes d'attouchement de ces faces avec le cylindre en FH & *f h*.

Remarque ſur cet arrondiſſement.

Il ſemble que lorſque les taluds ſont inégaux, il ne convient pas de faire un arrondiſſement cylindrique, mais plutôt un conique, parce que le biais de l'angle, qui ſe jette tout d'un côté, doit y être plus ſenſible à la vue, & en ſauver moins la difformité qu'un arrondiſſement conique, qui ſe partage un peu de chaque côté.

Seconde partie du problême pour les arrondiſſement coniques.

Les arrondiſſemens coniques ſont plus naturels aux encoignures en talud que les cylindriques; & le plus naturel, lorſque les taluds ſont égaux, eſt celui d'un ſecteur de cône droit, ou parfait ou tronqué.

Du conique droit.

Fig. 27. Cet arrondiſſement n'a aucune difficulté. Ayant diviſé à l'ordinaire l'angle donné ABE [*fig.* 27.] par la diagonale BD, & ayant déterminé le centre d'arrondiſſement ſur cette diagonale en C, & tiré CF & CG perpendiculaires aux côtés AB, BE; on portera ſur ces lignes les taluds de chaque aſſiſe F*n*, *no*, *op*, *pç*, & l'on fera par ces points *n*, *o*, *p*, autant de cercles concentriques à C, qui donneront les panneaux des arrondiſſemens des lits de chaque aſſiſe, juſqu'aux lignes FC, GC, où ſont les attouchemens du cône & des ſurfaces planes des taluds, auxquels l'arrondiſſement doit ſe raccorder imperceptiblement.

Du

Du conique ſcalene.

Premier cas.

De l'arrondiſſement d'une ſeule face d'encoignure.

Nous avons ſuppoſé dans le cas précédent qu'on vouloit arrondir l'angle ABE entierement, je veux dire à diſtances égales de ſon ſommet B ; mais il eſt des circonſtances où l'on ne veut arrondir qu'une partie de l'encoignure, ſeulement pour diminuer la grande foibleſſe d'un angle trop aigu, & faire enſorte que l'angle mixte de la face arrondie avec celle qui ne l'eſt pas, ſoit droit autant qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, que le côté CB & ſes paralleles ſoient perpendiculaires à la tangente TE de l'arc PE de l'arrondiſſement donné, & de tous ſes ſemblables. *Fig. 26.*

Soit [*fig.* 26.] l'angle donné ABC qu'on veut émouſſer. On commencera par faire le plan horiſontal de chaque aſſiſe par des paralleles à AB & CB, diſtantes entr'elles de l'intervalle ou reculement du talud qui convient à la hauteur de chacune, comme c^2e, c^3e, c^4e pour la face qui ne doit pas être arrondie, & $f2$, $f3$, $f4$ pour l'autre. Puis ayant pris à volonté un point P, ſur AB, pour la naiſſance de l'arrondiſſement, on y élevera une perpendiculaire PC, qui coupera toutes les paralleles de l'autre talud BC en des points C, c^2, c^3, c^4, qu'on prendra pour les centres des arrondiſſemens de chaque aſſiſe, & leurs diſtances aux lignes correſpondantes à l'autre face, pour la longueur des rayons. Ainſi du point C pour centre, & pour rayon CP, on décrira l'arc EP, qui ſe terminera à la ligne CB en E. Du point c^2 & de l'intervalle $c^2 2$, l'arc $2e$; du point c^3 & de l'intervalle $c\ 3$ pour rayon, l'arc $3e$, &c. & l'on aura ainſi les projections horiſontales des arêtes de chaque lit, qui ſe termineront à une droite Ee, différente de la diagonale BD de l'angle donné, laquelle ſera la projection de l'arête de l'angle des faces courbe & droite en talud.

REMARQUE.

Cette eſpece d'arrondiſſement, qui eſt ſouvent très-néceſſaire, réuſſit fort bien en exécution, comme je l'ai éprouvé aux chaînes de pierre de tailles des encoignures de pluſieurs

réduits que j'ai fait faire dans des places d'armes rentrantes, où j'ai arrondi une partie de la chaîne & laissé l'autre droite, je veux dire plane, pour correspondre avec la chaîne plane de l'angle saillant, & faciliter la position & l'allignement de celle de l'épaule; mais il faut avoir grand soin de tracer sur chaque panneau des lits de dessous l'arc du lit de dessus, qui ne lui est pas parallele, & veiller que les tailleurs de pierre observent le *gauche* que donne leur écartement vers l'angle, qui augmente le talud de la face à mesure qu'elle approche de l'arête de rencontre des deux faces, parce que les Appareilleurs & les Tailleurs de pierre s'imaginent que le talud doit toujours être égal, & regardent cette différence de parallelisme comme un défaut. Au premier que je fis faire, l'Appareilleur s'imaginant que je n'entendois pas aussi bien son métier que lui, faisoit sans m'en rien dire cette prétendue correction, & voyant qu'à chaque assise il y avoit de grands ragrémens à faire, qui augmentoient à mesure qu'il s'élevoit, il se récrioit sur la difficulté de cet ouvrage, qu'il mettoit au-dessus de tout ce qu'il avoit vu dans ses voyages. Je fus obligé de faire faire un plomb de talud pour l'arête de rencontre des faces, afin de le conduire, & lui faire sentir la différence du talud des faces planes, & la variation du talud de la partie qui étoit arrondie. Ensuite de quoi l'ouvrage se continua sans ragrémens à douze encoignures semblables.

Quoique dans cette encoignure nous supposions les taluds égaux, sa construction pourroit également servir, si les taluds des faces étoient inégaux.

Fig. 26 *La démonstration* de la régularité de cet arrondissement est sensible à la seule inspection de la figure; car puisque tous les rayons CE, *c e* sont paralleles entr'eux sur une face, par la construction, & qu'ils sont tous sur la même ligne PC perpendiculaire à l'autre face, il est évident que tous les secteurs de cercle PEC, $2ec^2$, &c. sont semblables; par conséquent les angles mixtes, qu'ils font sur la ligne E*e*, qui est la projection de l'arête de rencontre des deux faces droite & courbe, sont égaux entr'eux, & infiniment peu différents du droit; puisque le rayon est toujours perpendiculaire à la tangente de son arc, *ce qu'il falloit premierement faire.*

En second lieu, parce que la ligne P C est perpendiculaire au côté AB, le point P sera celui de l'attouchement de l'arc

PE, & de la tangente AP; par conféquent la naiffance de l'arrondiffement eft au point où elle doit être, pour que la jonction des furfaces plane P*f*, & courbe P*e*, foit imperceptible à la vue, par les raifons que nous avons données au fecond livre.

Il eft vifible par cette conftruction qu'on fait une portion de cône fcalene, dont le fommet eft en *s*, à l'interfection des lignes P*s* & E*s*, qu'on doit confidérer comme la projection des deux plans perpendiculaires à la portion de bafe PE*s*, partie du fecteur PEC; deforte que la ligne *s*C repréfente en projection l'axe de ce cône, qui eft par conféquent fcalene, puifqu'il n'eft pas perpendiculaire à fa bafe.

Second cas.

De l'arrondiffement conique fcalene d'une encoignure dont les taluds des deux faces font égaux.

Par l'exemple de l'arrondiffement conique du cône droit, on a vu qu'on peut arrondir une encoignure faillante par fa bafe, fans en arrondir le fommet, & dans l'angle rentrant arrondir le fommet fans arrondir la bafe. Nous faifons voir ici au contraire, que par un arrondiffement conique d'un cône fcalene, on peut ărrondir le fommet, fans arrondir la bafe de l'encoignure faillante; & au contraire dans un angle rentrant, arrondir la bafe fans arrondir le fommet, foit que les taluds des faces foient égaux ou inégaux.

Soit [*Fig.* 28.] l'angle ABE, fommet d'une encoignure rentrante, ou bafe d'une faillante, qu'on ne veut point arrondir, ou feulement l'arrondir d'un arc de cercle d'un plus petit rayon que l'oppofée FG*f*; ayant divifé l'angle donné ABE en deux également par la diagonale BD, & d'un centre C, pris à volonté, ou déterminé par la longueur d'un rayon donné CT de l'arc de cercle d'arrondiffement, on inferira cet arc entre les points d'attouchement T & *t*, defquels on tirera au point B les lignes TB, *t*B, qui feront celles de l'attouchement des faces en talud, au fecteur de cône T*mt*B, lefquelles couperont la projection des ioints de lit de chaque affife aux points *l*, *k*, L, K, par lefquelles menant des paralleles lc^2, kc^3 aux rayons donnés de la bafe TC, *t*C, on aura fur la diagonale CB les points c^2 & ^{3}, qui feront les centres des arcs d'arrondiffement des l ts de chaque affife, dont les rayons feront les lignes lc^2, kc, qui fe *Fig.* 28.

termineront aux ſections des lignes d'attouchement TB & *t*B, avec les joints des lits 3K, 2*l*, paralleles à AB; & 3*k*, 2L, paralleles à BE.

Application de ce trait à la formation des glacis des fortifications.

C'eſt depuis peu une eſpece de regle dans les fortifications, d'effacer les angles des glacis, tant ſaillans que rentrans, par des arrondiſſemens qui élevent les gouttieres & rabaiſſent les arêtes; ce que l'on ne fait pas réguliérement ſuivant les méthodes ordinaires; voici la mienne.

Soit [*Fig* 28.] l'angle donné ABE, rentrant à la paliſſade du chemin couvert, & ſon parallele FG*f* à la queue du glacis. Ayant prolongé la diagonale BG, je prends à volonté, ſuivant la convenance de l'ouverture de l'angle donné, les longueurs égales GT, G*t* de part & d'autre du point G, puis me retournant d'équerre ſur GT, la perpendiculaire TC rencontrant la diagonale GC me donne le point C pour centre de l'arrondiſſement T*mt* à la queue du glacis, duquel je tire les lignes droites au ſommet B, autant que je le juge néceſſaire, pour me donner des piquets d'allignement & de hauteur, par le moyen de ces bâtons égaux, qu'on appelle *jalons*, & dans quelques provinces *voyans;* ainſi les lignes d'attouchement BT & B*t* ſont les termes des parties planes du glacis, & de la ſurface conique de l'arrondiſſement, où ſe fait une jonction imperceptible de ces deux eſpeces de ſurfaces. Il eſt viſible que pour l'angle ſaillant l'opération doit être la même, avec cette ſeule différence que l'arrondiſſement fait en G auroit été fait vers B.

Quoique ce ne ſoit pas ici le lieu d'examiner ſi les arrondiſſemens conviennent à tous les angles ſaillans des glacis, je dirai en paſſant, que leur utilité eſt facile à prouver dans les ſaillans qui ſont débordés, ou pour me ſervir d'un terme de marine, *dépaſſés* par d'autres plus avancés dans la campagne, comme ſont les ſaillans au-devant des places d'armes rentrantes; parce qu'ils ouvrent un libre paſſage aux feux des branches collatérales; mais ceux qui arrondiſſent les ſaillans les plus avancés ſont des copiſtes peu judicieux, qui ne ſçavent pas faire du diſcernement de l'exigence des différentes circonſtances.

Troisieme cas, où les taluds sont inégaux.

Ayant fait la projection horisontale des assises de taluds inégaux, [*Fig.* 29.] on divisera en deux également l'angle donné ABE, pour placer dans sa diagonale BC le centre C de l'arrondissement, qui doit être un secteur de cone scalene tangent à deux surfaces planes A*b*, E*b*; on tirera de ce point C deux perpendiculaires CT, C*t*, égales au rayon de l'arc de cercle qui doit faire le plus grand arrondissement, lesquels donneront les points d'attouchement T & *t*, des lignes AT & E*t*. On tirera de ces points au sommet du cône les lignes T*b* &*tb*, qui seront les attouchemens des plans des faces en Talud & du cône. Enfin du point C, centre de sa face, on tirera une ligne C*b*, qui sera son axe, dans lequel tous les centres des arrondissemens des lits de chaque assise doivent se trouver, comme dans l'exemple précédent, par la section des lignes LC^1, KC^2 paralleles à TC; la seule différence de ce cas à celui-là est qu'à cause de l'inégalité des taluds, l'arête de l'angle des plans inclinés *b*B ne se confond pas avec l'axe du cône, parce que la projection horisontale de cet axe est inclinée à la diagonale CB de l'angle donné ABE. Fig. 29.

Explication démonstrative.

Pour se former une idée nette de cette construction, supposant que l'encoignure soit saillante, on peut la regarder comme une portion de pyramide dont la base de sa surface est l'angle *abe*, dans laquelle portion de pyramide tronquée on inscrit une portion de cône, tournée en sens contraire, ou renversée à l'égard de la pyramide, & concevoir que ces deux solides sont divisés par des tranches paralleles & horisontales.

Or puisque suivant la géométrie de l'infini, on peut considérer la pyramide & le cône comme une suite infinie de tranches de figures semblables & paralleles à leur base; il est clair que si l'on fait des tranches semblables & paralleles à cette base, c'est-à-dire, renfermées par des surfaces semblables, dont les côtés soient en même raison entr'eux que leurs distances au sommet, ou à la base, ces tranches rassemblées formeront le même solide, puisque les parties prises ensemble sont égales au tout.

Il n'est pas nécessaire de démontrer que tous les secteurs de cercle CT*mt*, c^1lL, C^2Kk sont semblables; puisque, par la

conſtruction, tous leurs rayons ſont paralleles entr'eux, & que de plus étant compris entre les lignes droites BT, B*t* & BC, ils ſont entr'eux dans le rapport de leurs diſtances au ſommet du cône *b*; puiſque *bk* : *kc* :: B*t* : *lc*; donc tous ces arcs ſont ſemblables, proportionels, & tangens aux lignes des joints de lit, *ce qu'il falloit faire.*

COROLLAIRE I.

Il ſuit delà que lorſque les arrondiſſemens coniques ne ſont pas des portions d'un cône entier, mais ſeulement d'un cône tronqué, on peut varier de différentes façons ces arrondiſſemens, dans les angles des taluds inégaux, ſelon les differentes circonſtances des points donnés pour le commencement ou la fin de l'arrondiſſement, en haut ou en bas, & ſelon la grandeur des rayons des arcs de cercle du lit ſupérieur ou inférieur du cône tronqué. Par exemple :

Fig. 30. *Le rayon CD & l'arc D*md *étant donnés, avec un point X, où l'on veut que l'arrondiſſement commence ou finiſſe, il faut trouver les deux lignes d'attouchement des faces en talud avec l'arrondiſſement conique, & le point* x, *où il finit de l'autre côté.*

Ayant fait la projection horiſontale des joints de lit de chaque aſſiſe par des lignes droites paralleles à l'ordinaire à leurs baſes AB & BE, & tiré les diagonales BC, *b*3 des angles ABE & *abe*, on prolongera la ligne B*b* d'interſection des deux taluds indéfiniment vers *s*; enſuite par le point donné X, & par l'extrêmité *d* de l'arc d'arrondiſſement donné, on tirera une ligne X*d*, qu'on prolongera juſqu'à la rencontre de B*s* en *s*, d'où par l'autre extrêmité D de l'arc donné on menera une ligne *s*D*x*, qui ſera celle de l'attouchement du talud, & de l'arrondiſſement conique, auſſi bien que X*d* de l'autre côté. Enfin du point *s* par le point *c*, centre de l'arc donné, on tirera une ligne *s*D juſqu'à l'interſection de la ligne BC, diagon ale de l'angle ABE; cette ligne *s*D ſera l'axe du cône ſcalene dans lequel ſeront tous les centres des aſſiſes entre l'eſpace des deux diagonales BC & *b* 3 des angles des baſes ſupérieure & inférieure ABE & *a b e*.

Pour trouver les centres de chacune des aſſiſes compriſes entre ces baſes, il n'y a qu'à mener par leurs angles *g* & *i* des lignes *gf*, & *ih* paralleles à C*s*, & en porter les longueurs *fg*, *hi* ſur cette ligne, qui eſt une partie de l'axe du cône, pour y avoir les

points 1 & 2, lesquels seront les centres des arcs K*k*, & L*l*, de l'arrondissement des lits de la premiere & de la seconde assise.

Corollaire II.

Secondement, on peut agrandir ou diminuer l'arrondissement dans une raison donnée.

On veut, par exemple, que l'arc *a e* soit à l'arc donné A*m*E, comme deux est à cinq. On divisera une des tangentes AB ou BE en deux parties, & l'on en portera cinq de D en *a* ou en *e*, & par les points *a* & *e*, & par les extrêmités de l'arc donné A & E on tirera des lignes *a*AS, *e*ES, jusqu'à la rencontre de DB prolongée en S, comme dans l'exemple précédent. Le point S sera le sommet du secteur de cône scalene qui fait l'arrondissement, par lequel & par le centre donné C, on tirera la ligne SC4, jusqu'à la rencontre de la diagonale D4 de l'angle *a*D*e*. Cette ligne S4 sera l'axe du cône dans lequel seront tous les centres des assises entre les points C & 4, compris entre les deux diagonales BC & D4, des angles ABE & *a*D*e*. Fig. 31.

Pour avoir ces centres, on tirera par les points *f* & *g* d'intersection des joints de lit des assises des deux faces en talud, des paralleles à la diagonale BC ou D4, lesquelles donneront les points 2 & 3, qui seront les centres des assises correspondantes.

Ce *trait* est celui que j'ai imaginé & fait exécuter à S. Malo, pour arrondir l'angle rentrant du flanc de la droite du bastion S. Michel, suivant l'intention de l'Ingénieur-Directeur (M. Garengeau) qui vouloit sagement y éluder par un arrondissement le choc des flots de la Mer, lesquels auroient rejailli avec violence dans un angle rectiligne, au lieu que par ce moyen ils ne font qu'y couler en tournant. Cet arrondissement n'a pas moins bien réussi pour y raccorder les taluds inégaux de flanc qui est au sixieme, & de la courtine qui est au douzieme; car à moins que d'en être informé on ne s'en apperçoit pas, tant l'art a de pouvoir pour cacher des difformités, en quoi la routine d'un bon appareilleur & celle du sieur D*** Ingénieur, mon ancien de 16 ans, avoient échoué après une tentative.

Jusqu'ici nous n'avons pourvu qu'à la position des centres des arcs de cercle des joints de lit, & à la longueur de leurs rayons, pour en former les cercles nécessaires à les tracer par différentes portions, comme il convient à la longueur de chaque pierre; il

nous reste à donner les moyens de former les joints de tête, tant pour trouver les biveaux des angles mixtes que leurs surfaces forment avec le parement extérieur, que pour déterminer la courbure de leurs joints montans.

Premiérement, à l'égard de l'angle mixte que les arêtes des lits de dessus & de dessous doivent faire à la courbe du parement avec la ligne droite du retour du joint, on doit en former le biveau sur la projection horisontale, puisque toutes les assises sont posées horisontalement. Mais la direction des lignes des joints de tête ne peut être prise, suivant notre regle du troisieme livre, perpendiculairement aux arcs de cercle, c'est-à-dire, à leur tangente au point de la division, lorsque les taluds sont inégaux; parce que le plan du joint passant par la direction horisontale, qui sera telle à l'égard d'un des lits, ne peut pas l'être à l'égard de l'autre; puisque les arcs des arêtes des lits de dessus & de dessous ne sont pas concentriques. Or puisque tous les joints de tête doivent être des plans verticaux, ils ne pourront être perpendiculaires aux arcs de l'arrondissement, que dans le seul cas où les taluds de face sont égaux, & l'arrondissement conique d'une portion de cône droit, comme dans le premier cas, figure 27, où les lignes CF, CT, C*t* sont des joints perpendiculaires aux arcs.

Par-tout ailleurs où les arrondissemens sont des portions de cône scalene, on ne peut les tirer des centres de chaque arc sans incliner le joint de tête, excepté le cas où la projection se confond avec celle du plus petit côté du cône.

Puisque la direction des joints ne peut-être tirée du centre de chaque arc, il paroît naturel qu'on les tire du milieu des deux qui comprennent les lits de dessus & de dessous de la même assise; ainsi [*Fig.* 31.] au lieu de tirer le joint *it* du centre 4 de l'arc *ae*, ou du centre 3 de l'arc *l*L, ausquels ce joint se termine, il convient de le tirer du point *z*, moyen entre les deux, & la direction de la coupe sera juste sur le milieu de la pierre, & à peu près également fausse au lit de dessus & de dessous; l'angle *ui*V sera le biveau de tête du lit de dessous dans un arrondissement concave, & *ut*V celui du lit de dessus.

Fig. 31.

Secondement, à l'égard du joint montant, il est encore visible qu'il ne peut être une ligne droite que dans l'arrondissement qui est portion d'un cône droit, ou dans le joint du milieu de l'arrondissement conique du cône scalene renversé, entre deux

taluds

taluds égaux, comme en *mo* ſur CB, figure 28 ; parce qu'il n'y a que ces deux cas où un plan vertical puiſſe paſſer par l'axe & par le ſommet du cône.

Dans tous les autres cas où les taluds des faces ſont inégaux, l'axe du cône devient incliné à l'horiſon ; mais quoique incliné il ſe trouve encore un cas, que nous avons excepté ci-devant, dans lequel la projection de tous les rayons ſe confond avec celle de l'axe, de ſorte qu'ils paſſent tous par le ſommet S, comme aux joints *op*, *pn*, [*Fig.* 31.] où ils ſe trouvent dans le plan vertical qui paſſe par la projection de l'axe 4S, & alors les joints *op*, *pn*, ſont des lignes droites, puiſque leur plan paſſe par le ſommet du cône.

Il reſteroit à déterminer la courbe des joints montans des arrondiſſemens ſcalenes, ſi dans la pratique ils étoient ſenſiblement courbes ; mais parce que la portion eſt peu conſidérable, approchant fort de la ligne droite, il ſuffit que l'on ſçache qu'elle n'eſt pas droite pour y avoir quelque égard. Cependant comme nous tendons à la perfection, autant qu'il eſt poſſible, nous ferons remarquer que ces joints ſont toujours des arcs de quelque ſection conique, qu'il ſeroit aiſé de reconnoître par la projection ; car ſi l'on tire le joint montant, dont la projection eſt *lx*, [*Fig.* 28.] ou L*x* [*Fig.* 29.] du point C, centre de la baſe du cône, & que du point B ſon ſommet en projection on tire une tangente à cette baſe, qu'elle touchera en *d*, la ligne B*d* repréſentera le côté du cône ; ainſi il n'y aura plus qu'à examiner la direction de *lx* à l'égard de ce côté ; ſi elle lui eſt parallele, le joint montant ſera une portion de parabole ; ſi *lx* étant prolongée rencontre ce côté auſſi prolongé au-delà de B, ce ſera une hyperbole, & ſi la même ligne rencontre le côté B*d* prolongé au-delà de *d*, ce ſera une ellipſe ; parce que la projection ne change point la nature du triangle par l'axe du cône, ni les ſections, elle ne fait que les raccourcir, comme nous l'avons dit au ſecond livre.

Si ces arcs étoient aſſez conſidérablement courbes pour qu'il fût néceſſaire d'en chercher la courbure, nous trouverions aſſez de données pour les décrire ſuivant les problêmes du ſecond livre ; car la direction du joint ſera toujours un axe de la courbe, & l'intervalle *lx* celui de l'abſciſſe de l'arc qu'on cherche. Le point *z*, qui coupe le côté *d*B au deſſus de *l*, ſera le ſommet de la courbe; parce qu'il eſt dans la ſection commune d'un triangle par l'axe

CaB, & d'un plan qui lui est perpendiculaire ; on a de plus la base, & l'obliquité de l'axe du cône scalene, qui est la hauteur verticale de l'encoignure, dont l'intersection bB des faces en talud est l'hypotenuse, & le point B la projection de l'à-plomb. On peut donc décrire ces courbes, ou par la voie de la projection, comme nous l'avons enseigné aux problêmes du chap. II. du 2[e] liv. ou par d'autres voies suivant les problêmes 35, 36, 37, l'arc qui aura xl pour abscisse sera celui que l'on cherche.

Application du trait sur la pierre.

Lorsqu'on a trouvé par l'épure toutes les lignes & tous les angles nécessaires pour en venir à l'exécution de tracer la pierre, il faut encore un peu d'attention & d'industrie pour en faire usage, & sçavoir connoître s'il est plus avantageux de les tailler par le moyen des panneaux ou par la méthode de l'équarissement. Dans les arrondissemens dont il s'agit, nous préférons cette derniere, mêlée si l'on veut de la premiere.

Fig. 30. Soit pour exemple une pierre à tracer, qui doive occuper l'espace xqtK de l'épure de la fig. 30, que nous supposons partie d'un arrondissement concave dans un angle rentrant.

On commencera, à l'ordinaire, par faire une surface plane, suivant le problême I, laquelle servira pour un des lits de dessus ou de dessous, comme l'on voudra, lequel étant fait on retournera la pierre pour en faire un parallele. Ensuite ayant levé un panneau du quadriligne oKtp pour le lit de dessous, on l'appliquera sur la pierre pour y en tracer le contour, & en abattant les parties de la pierre qui excedent les lignes tp & Ko, on fera les deux joints de tête à l'équerre sur les lits de dessus & de dessous ; de sorte qu'on en formera une espece de coin tronqué AFTB, (fig. 32.) ensuite ayant porté sur ces bases des joints les longueurs tq d'un côté, & Kx de l'autre ; par les points q & x on élevera deux perpendiculaires qQ, xX sur ces bases par le moyen d'une équerre, lesquelles donneront au lit de dessus les points Q & X ; ensuite on prendra la cerche de l'arc xq de la fig. 30, ou si l'on veut un autre panneau de lit $oxqp$, différent du premier, posant les points x & q du panneau sur les points X & Q trouvés, comme nous l'avons dit, à l'arête du lit de dessus de la pierre, & l'on tracera l'arc XQ suivant le contour du panneau & de la cerche. Enfin on tirera sur les joints de tête des lignes droites tQ & KX, au lit de dessus, & l'on abattra toute

Fig. 30. & 32.

la pierre qui excede ces quatre traits ; ſçavoir les deux arcs opposés K *t* au lit de deſſous, XQ à celui de deſſus, & les deux joints montans, que nous ſuppoſons ici droits, quoiqu'à la rigueur ils ne le ſoient pas, mais des portions d'arcs hyperboliques, à la vérité ſi peu concaves, qu'on peut les conſidérer comme droits, leur courbure étant preſque imperceptible dans l'exécution, ou tout au plus matiere à un petit ragrément. Au reſte ſi la courbure étoit ſenſible, nous avons donné les moyens d'y pourvoir. Il ne convient pas d'embrouiller ici une propoſition élémentaire de tant de difficultés. Enfin, le ſolide priſmatique, K*k*XQT*t* étant enlevé, la pierre ſera achevée, la parement qui doit reſter ſera la ſurface gauche KXQ*t* concave, ſi l'angle eſt rentrant ; & au contraire, ſi l'angle étoit ſaillant ſon arrondiſſement ſeroit la même ſurface renverſée ; alors on conſerveroit toute la pierre qu'il faut enlever dans cet exemple, en prolongeant les joints *q*, *t* & *x* K, vers C, & non pas vers *o*. *Fig.* 30 & 32.

La fig. 33, qui repréſente une pierre convexe, peut faire voir d'un coup d'œil que la maniere de la tracer eſt la même dans un ſens oppoſé. *Fig.* 33.

Uſage des arrondiſſement des angles & remarques ſur les fautes qu'on y trouve ſouvent.

Lorſque les angles ſaillans des fortifications ſont trop aigus, comme de 60 degrés & au-deſſous, il convient de les arrondir pour leur donner plus de ſolidité ; on doit ſeulement prendre garde de ne pas laiſſer une place aſſez grande à la diagonale pour qu'un homme puiſſe s'y cacher à la vue des parties flanquantes collatérales, à cauſe des inconvéniens qui en peuvent arriver.

On peut auſſi avoir d'autres raiſons d'arrondir les angles ſaillans, de quelque ouverture qu'ils ſoient, par la ſujétion des lieux. Quelquefois d'arrondir la baſe ſans toucher au ſommet du revêtement, comme, 1°. lorſqu'un chemin tourne au pied d'une terraſſe, dont on ne veut pas émouſſer l'encoignure au ſommet par raiſon de ſimétrie, ou de propreté, ou pour y laiſſer une place de guérite plus avancée pour la découverte des lieux circonvoiſins ; alors l'arrondiſſement doit ſe faire en portion de cône ſcalene, comme à la fig. 27, C*f*M*g*C, qui émouſſe la pointe du bas *f*B*g*, ſans toucher à celle du haut SC*s*.

2°. Si au lieu d'un chemin il paſſoit à cet angle une riviere

ou la mer, comme aux forts bâtis ſur les rochers de la conchée & du petit bai, dans la rade de Saint-Malo; alors il convient de faire l'arrondiſſement en portion de cône droit, comme CFKGC, de la même figure, par raiſon de plus grande ſolidité, pour faciliter le paſſage des eaux, ou en éluder le choc & les retours, qu'on appelle en terme de marine *remoux*. Ce changement n'empêche pas cependant qu'on ne conſerve l'angle rectiligne du ſommet de revêtement, ſi on le juge à propos, en ne commençant l'arrondiſſement qu'à la perpendiculaire tirée de la projection de cet angle à la baſe du talud.

Ces raiſons d'arrondiſſement peuvent être communes aux ouvrages de fortification & d'architecture civile. Dans les premiers il s'en trouve auſſi pour arrondir au contraire le haut ſans toucher à la baſe de l'encoignure, comme lorſque le revêtement peut être un peu vû de la campagne au ſommet, & qu'on doit conſerver le pied; alors il faut que l'arrondiſſement ſoit en portion de cône renverſé comme aux figures 28 & 29. 3°. Enfin s'il ne s'agit que d'émouſſer une arête trop aiguë du haut en bas, il doit être cylindrique, comme aux figures 24 & 25.

Il eſt encore à propos de faire attention aux effets des arrondiſſemens ſur les taluds qu'ils alterent.

1°. Le conique droit n'augmente ni ne diminue le talud des faces, ni dans l'angle rentrant ni dans l'angle ſaillant.

2°. Le conique ſcalene en ſituation naturelle, la baſe en bas & le ſommet à celui de l'encoignure, diminue toujours le talud que feroit l'arrête de rencontre des faces, ſi l'angle n'étoit pas arrondi dans l'angle ſaillant, & au contraire il l'augmente dans le rentrant.

3°. Le conique ſcalene renverſé augmente le talud dans l'angle ſaillant & le diminue au rentrant, plus ou moins, ſelon la grandeur du rayon de la baſe du cône.

4°. Le cylindre augmente le talud au retour des faces, mais non pas celui de l'arête d'encoignure, auquel il eſt égal dans ſon milieu.

D'où il ſuit que ces arrondiſſemens ont des avantages ſelon leur ſituation, car, en rendant les taluds plus ou moins couchés, ils peuvent ôter ou faciliter l'accès des ſommets des encoignures des revêtemens, & occaſionner ainſi ou empêcher la déſertion; une fâcheuſe expérience nous apprend que les

ſoldats ſe laiſſent couler dans les angles rentrans, lorſque les revêtemens n'ont que quinze à dix-huit pieds de haut ; ils ne l'oſeroient pas ſi les angles étoient arrondis en cône ſcalene renverſé.

Sans avoir recours à cette raiſon, on en a de fréquentes pour arrondir les angles rentrans dans les ouvrages qui ſont au bord de la mer, afin que l'eau des *lames* ou vagues, qui s'y viendroient briſer, n'y rejailliſſe pas avec violence, mais s'échappe à côté en tournant ſuivant le contour du parement, comme je l'ai exécuté au flanc du baſtion de Saint-Malo, dont j'ai parlé.

A l'égard des arrondiſſemens coniques droits, on en fait à tous les angles rentrans des contreſcarpes ; & parce que les taluds ſont ordinairement égaux de part & d'autre, il ne ſe rencontre pas de grandes difficultés dans cet arrondiſſement ; mais lorſque les taluds des côtés de la contreſcarpe ſont inégaux, faute de les ſavoir raccorder, bien des gens ſont obligés de trancher le nœud de la difficulté par un reſſault, comme je l'ai vu à la contreſcarpe de l'angle de la pointe de la galere du château de Saint-Malo.

Cette faute eſt rare à cauſe de la rareté du cas ; mais il ſe préſente quelquefois une autre difficulté qui embarraſſe les gens ſans théorie ; lorſqu'un foſſé vient en baiſſant au retour de l'angle flanqué, & que l'on veut que l'arrondiſſement de la tablette de la contreſcarpe au chemin couvert, qui peut être de niveau, ne ſe ſente pas de cette irrégularité. Les ſimples praticiens tracent un arc de cercle dans le fond du foſſé, comme s'il étoit de niveau, & arrivent enſuite au ſommet, comme ils peuvent, en ellipſe contre leur intention ; il eſt cependant fort aiſé d'y finir par un arc de cercle, il n'y a qu'à tracer au rez du fond du foſſé la portion d'ellipſe qui convient à la portion de cône renverſé qui forme l'arrondiſſement.

La ſeconde faute des gens de routine, dont il paroît que le nombre n'eſt pas petit, par la quantité de ceux qu'on remarque dans les places, c'eſt que pour tracer l'arrondiſſement, ils prolongent les faces des baſtions & des demi-lunes juſqu'à la contreſcarpe, & commençant leur arrondiſſement aux points que donnent ces allignemens, ils prennent le centre des arcs d'arrondiſſement à l'angle flanqué du baſtion ou de la demi-lune. Lorſque ces angles ſont droits, cela va le mieux du monde ; mais

comme ils le ſont aſſez rarement, ces arrondiſſemens ſont toujours un jarret avec les portions droites des contreſcarpes auxquelles ils ſe réuniſſent. Plus l'angle eſt aigu ou obtus, plus cette irrégularité eſt ſenſible ; & comme on voit que cette jonction de droit & de courbe choque la vue, quelques-uns en corrigent le jarret à vue d'œil comme ils veulent, d'autres l'y laiſſent, croyant que la choſe doit être de même. Nous avons donné au livre II, les moyens d'y remédier, non-ſeulement pour les jonctions des arcs de cercle avec les lignes droites, mais auſſi pour celles des arcs elliptiques avec des lignes droites, par le moyen des tangentes, comme il convient de faire, lorſque l'arrondiſſement eſt elliptique, dans le cas de l'inclinaiſon du fond du foſſé dont nous venons de parler; ce qui arrive ſouvent dans les places bâties ſur des hauteurs.

Le cas du raccordement des deux taluds inégaux arrive tous les jours aux traverſes des chemins couverts, dont on arrondit un peu les angles, parce que le côté du paſſage a peu de talud, & celui du parapet extérieur eſt plus couché ; mais parce que ces angles ſe font en gaſon, que l'on coupe comme on veut après qu'il eſt poſé, les gazonneurs n'y ſont point embarraſſés ; quelque coups de louchet en font l'affaire pour contenter la vue : il n'en ſeroit pas de même s'ils ſe faiſoient en pierres de taille.

CHAPITRE IV.

Des voûtes planes, horiſontales ou inclinées.

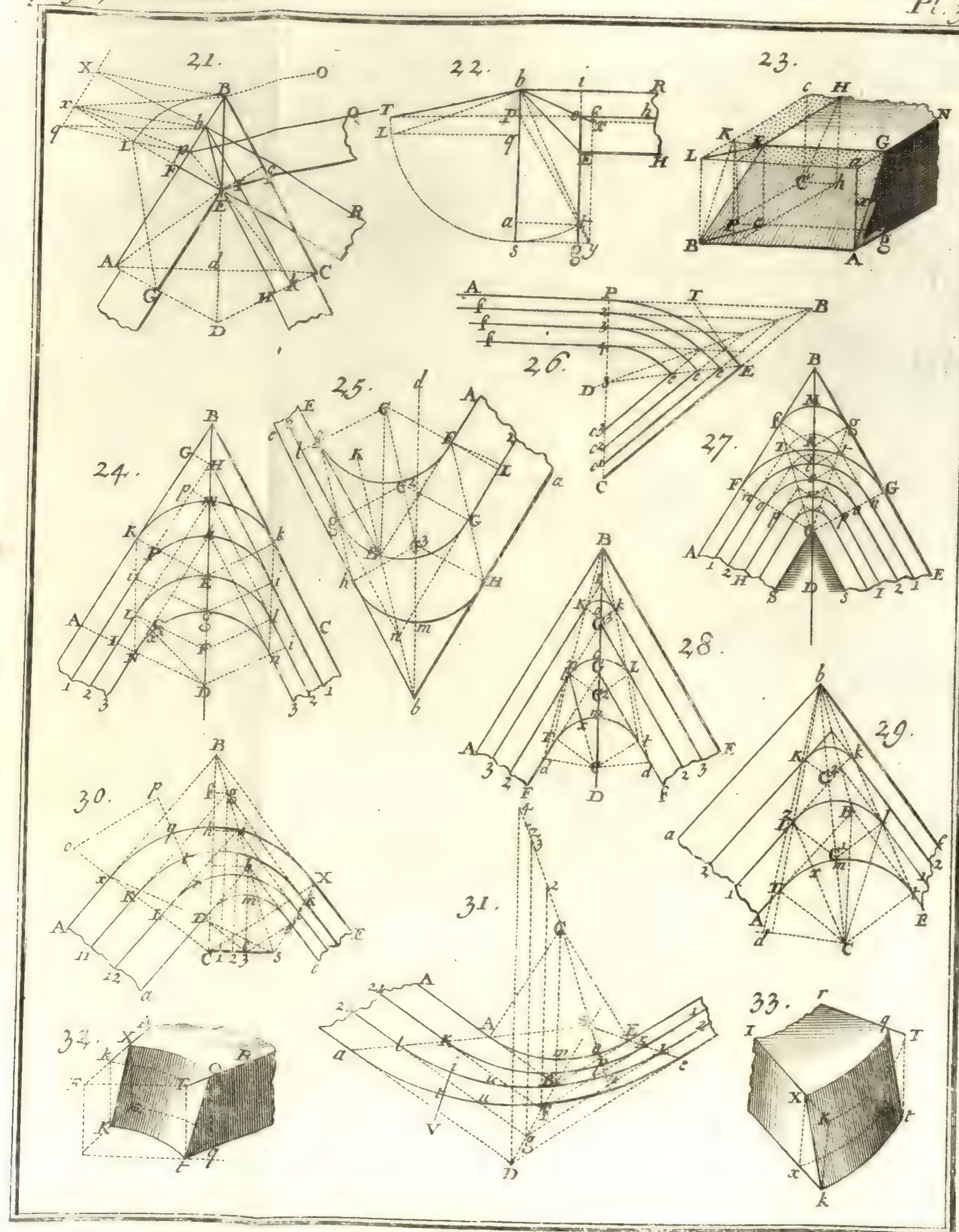
On peut faire des voûtes dont les ſurfaces ſont planes de différentes manieres.

1°. Les unes horiſontales, qui ne s'appuient que de deux côtés oppoſés, qu'on appelle *plate-bandes*.

2°. Les autres auſſi horiſontales, qui s'appuient de quatre côtés, que j'appelle *voûtes plates*.

3°. Les autres enfin inclinées à l'horiſon, qui s'appuient ſur deux côtés contigus, qu'on appelle *trompes plates*.

Il faut remarquer que les pierres qui compoſent les voûtes de ces trois eſpeces s'appellent *claveaux*, à la différence de celles des voûtes concaves, qui s'appellent *vouſſoirs*.



PROBLÊME VII.

Faire une plate-bande.

On peut tracer l'épure de cette eſpece de voûte de pluſieurs manieres, qui reviennent toutes à la même fin, dans leſquelles il y a plus de diſpoſition de gout que de géométrie ; & l'on peut dire que la ſolution de ce problême eſt aſſez arbitraire pour la détermination de l'inclinaiſon des joints en lit ; car à conſidérer la conſtruction de la plate-bande dans la rigueur méchanique, pourvu que les claveaux ſoient pyramidaux & bien butés, ils doivent ſe ſoutenir, parce que la partie ſupérieure eſt plus grande que l'ouverture inférieure entre les appuis de ces tronçons de pyramide renverſée.

Soient les piédroits AM, BO, écartés de l'intervalle AB, qu'on appelle, en termes d'architecture, la *portée* de la plate-bande, on la diviſera en deux également au point D, par lequel on lui tirera la perpendiculaire EDC, ſur laquelle on prendra DC égale à AB, ou bien ſuivant l'uſage ordinaire, on fera ſur AB le triangle équilatéral ABS. Du point C, ou S, ſi l'on veut, on décrira un arc de cercle AFB, que l'on diviſera en autant de parties égales que l'on voudra avoir de claveaux, comme ici en cinq aux points 1, 2, 3, 4, toujours en nombre impair, afin qu'il n'y ait pas de joint au milieu. Par le point C, ou S, comme centre, on menera les rayons C1, C2, C3, &c. juſqu'à l'extrados LG, qui ſera une parallele à AB, où ſe terminera la hauteur de la plate-bande. Plan. 31. Fig. 34.

La direction de ces rayons donnera l'inclinaiſon des joints en lit, ſur leſquels les claveaux s'appuient mutuellement, comme *nx*, *oy*, *qz*, A*g*, & l'épure ſera faite.

Je baiſſe le centre de la coupe un peu plus que le ſommet du triangle équilatéral auquel les Architectes s'aſſujettiſſent, parce que la coupe A*a* ou B*b* du ſommier en eſt un peu moins oblique, & que celle des claveaux donne des parties un peu moins inégales, & des angles *y* & *t* moins aigus auprès du ſommier AL, ou BN ; en effet les arêtes du joint de lit de ce premier claveau ſont ſi aiguës ordinairement qu'elles ſe caſſent à la charge pour peu que la pierre ſoit fragile. Les Architectes, pour obvier à cet inconvénient, ont imaginé de faire une portion de joint à plomb comme 1*r*, qui fait un coude dans le joint 21*r*, & un pli dans le contigu, c'eſt-à-dire, un angle ſaillant dans l'un &

rentrant dans l'autre claveau. Mais il faut remarquer que ce retour d'équerre ſur le plafond AB, eſt autant de retranché de la longueur de la coupe inclinée qui fait le ſupport des claveaux, & par conſéquent une diminution ſur la force de la plate-bande, qu'il ne faut plus compter de *q* en *z*, mais de 1 en *z*, parce que la partie verticale 1*r* eſt inutile pour l'appui. D'où l'on doit conclure que, lorſque les butées des piédroits ſont bonnes, il convient de prendre le centre encore plus bas que je ne le propoſe, parce que les angles des premiers claveaux en deviendroient plus forts, les inclinaiſons des lits moins différentes, & les claveaux plus uniformes à la vue, puiſque leurs extrados augmentent ſur l'égalité des diviſions de la moitié de l'arc FB dans le rapport des tangentes.

Quelques Architectes, pour plus de ſimétrie & d'uniformité, ſe contentent de régler l'inclinaiſon de la coupe des ſommiers à l'angle de ſoixante degrés, par le moyen du côté du triangle équilatéral; après quoi il ne font plus d'uſage du centre S; mais ils diviſent l'intrados AB & l'extrados *ab* en un même nombre de parties égales, & tirent les joints de tête de l'un à l'autre par les diviſions correſpondantes *nx*, *oy*, *qz*; tout cela ſe peut ſans inconvénient.

Il faut ſeulement remarquer que M. de la Hire & ceux qui l'ont ſuivi, ont réglé le calcul de la pouſſée des plate-bandes ſur le ſyſtême de l'inclinaiſon des lits des ſommiers au triangle équilatéral, ce qui ſoit dit en paſſant, pour y faire attention dans la recherche de l'épaiſſeur des piédroits.

Il nous reſte à dire quelque choſe des moyens de donner de la ſolidité à ce genre de voûte, où les pierres ſont dans une ſituation plus forcée que dans toute autre. Pour cela les Architectes ſe ſont aviſés de différens expédiens. Les uns font des reſſauts ou redens, comme on voit en *gm*, *ef*, *i*2 au milieu du joint; mais c'eſt une difformité qui n'eſt ſupportable que lorſqu'ils ſont cachés par quelques moulures, comme lorſque la plate-bande eſt taillée en architrave, & que le reſſaut eſt caché ſous la ſaillie d'une face. Pour moi, je préfere à cet artifice l'uniformité des joints unis, qui s'affaiſſent auſſi plus également ſous la chrage de la plate-bande. Je voudrois cependant pour empêcher les claveaux de couler de long de leurs joints en lit, y faire de petites cavités hémiſphériques, propres à loger une balle de plomb d'un pouce de diametre, moitié dans chaque claveau,

claveau, & y en mettre deux au moins à chaque lit, ce qui eſt d'une exécution très-facile, puiſqu'il ne s'agit que d'y pratiquer deux cavités égales & bien également placées. Quoique cette invention ſoit nouvelle, il me ſemble que la raiſon en aſſure le ſuccès.

D'autres Architectes, au lieu de reſſaut dans le milieu des claveaux, en font au-deſſus de l'extrados qui ſe ſurpaſſent les uns les autres par des crochets appellés *croſſettes*, en s'élevant juſqu'à la clef, comme on voit en H7*x*; cet artifice eſt plus ſûr que le précédent, mais il n'eſt propre qu'à des portes ruſtiques, & ne feroit pas bien au-deſſus d'une architrave.

Enfin les plus timides fortifient les plate-bandes par des barres de fer dont ils traverſent les claveaux, ou par dedans ou par derriere, ou par deſſous; ce dernier eſt le plus déſagréable à la vue & le plus mauvais. Car le fer n'eſt pas d'une rigidité infléxible, il plie ſous la charge, comme on le voit en pluſieurs endroits. Il faut avouer que le fer eſt le grand antidote contre les affaiſſemens de cette eſpece de voûte, cependant lorſque les butées ſont bonnes, & la pierre dont les claveaux ſont faits, de bonne conſiſtance, & qu'on a ſoin de décharger la plate-bande du fardeau qui eſt au-deſſus, par une arcade apparente ou cachée, on peut s'en épargner la dépenſe, mettant en uſage l'expédient que je propoſe.

Quelques Architectes, au lieu de faire les joints apparens inclinés, comme ils doivent être, les ont fait à plomb, comme on voit au dedans du vieux Louvre, ce que l'on appelle en *fauſſe coupe*; mais, puiſqu'une telle ſituation de pierres ſans ſupport n'eſt pas naturelle, elle n'eſt pas belle ſelon moi; elle ne ſurprend point le ſpectateur, & ne fait point admirer l'induſtrie de l'Architecte par les connoiſſeurs; on conjecture bien que les claveaux ſont ſoutenus ou par des barres de fer, ou par de *bonnes coupes*, pratiquées au dedans des *fauſſes*, qui ne ſont qu'une trompeuſe apparence, comme on voit à la fig. 34.

Remarques ſur l'exécution.

Quoique le détail de la conſtruction ne ſoit pas de notre ſujet, je crois devoir avertir que quelque exactitude qu'on apporte à l'appareil & à la poſe des plate-bandes, on ne doit jamais les faire horiſontales ſur leur étaiement, mais un peu

bombées, parce qu'en ôtant leur ſupport, elles s'abaiſſent toujours un peu vers le milieu. On ne peut dire de combien doit être cet exhauſſement, pour que la charge mette le plafond de niveau; cela dépend, 1°. de la longueur de la portée, 2°. du nombre des claveaux, 3°. de la qualité de la pierre, & de l'adreſſe des ouvriers qui la taillent, 4°. enfin de l'attention à les poſer & ſerrer au joint.

On en voit une de 26 pieds 6 pouces de *portée* à l'égliſe des Jéſuites de Nîmes, dont les claveaux n'ont que deux pieds de coupe à la clef & qu'un pied d'épaiſſeur. M Gautier dit qu'on lui donna ſix à ſept pouces de bombement en la poſant, & qu'elle ne deſcendit que de trois pouces, après qu'on eut ôté l'étaiement, de ſorte qu'elle bombe encore à préſent de quatre pouces.

Les Appareilleurs croient qu'il faut que les plate-bandes bombent un peu, prévenus qu'elles paroiſſent bomber en *contrebas*, quand elles ſont exactement de niveau; c'eſt une erreur que l'optique condamne dans d'auſſi petites longueurs que celle qu'on peut donner à leur portée; car celle dont nous venons de parler eſt peut-être la plus grande qui ait été exécutée, encore ne peut-elle l'être à ce point qu'avec bien des précautions, & une qualité de pierre d'une forte conſiſtance.

A propos de pierre forte, je dirai qu'il s'en trouve de telle qu'on lui fait des tenons & des queues d'hironde, comme à la menuiſerie; des témoins oculaires m'ont dit avoir vu en Languedoc des plate-bandes, ſe ſoutenir avec très-peu de butée, & qu'en ayant approfondi la conſtruction, ils ont trouvé les claveaux liés entre eux par des tenons à queue d'hironde logés dans des mortoiſes, à peu près comme on en voit aſſez ſouvent aux bahus des garde-fous des ponts. Fig. 34[e].

Uſage des plate-bandes.

Les plate-bandes ſont en uſage dans toutes les portes de villes de guerre, au-deſſus de l'arcade de la baye ceintrée, pour y pratiquer le renfoncement néceſſaire à loger le *chevêtre* du pont-levis, lorſqu'il eſt levé; mais comme ce renfoncem nt n'a pas une grande profondeur, les claveaux ſont liés avec les vouſſoirs de l'arcade de la porte ceintrée, ſur laquelle ils ſont appuyés. Cependant on voit des portes où le centre C de la direction de la coupe des claveaux eſt plus près de la plate-bande que le

ſommet d'un triangle équilatéral fait ſur ſa portée, comme ſi l'on avoit craint la pouſſée & l'affaiſſement de la plate-bande, quoique dans cette circonſtance on doive placer ce centre beaucoup plus loin, parce que la butée eſt d'une force infinie au milieu d'un revêtement.

Cette mauvaiſe conſtruction peut venir apparemment de l'écartement qu'on a pu remarquer à quelques plate-bandes de portes de fortification à demi revêtement, où l'on n'a pas donné aux piédroits la largeur convenable pour leur butée, autre faute d'ignorance de théorie. J'en ai vu un effet au fort de L * *, où malgré l'arcade de la baye ceintrée au-deſſous de la plate-bande, & une barre de fer miſe dans la conſtruction, & non après coup, la plate-bande s'eſt affaiſſée, & a fait écarter l'arcade en plein ceintre de la baye au-deſſous, faute de butée ſuffiſante, peut-être pour ménager la grace d'un colifichet de pilaſtre.

Nous donnerons à la fin de cet ouvrage des regles ſûres pour ne pas tomber dans cet inconvénient.

Les Architectes font auſſi des plate-bandes dans le même goût, en ſaillie au-deſſus des arcades, décorées de quelque Ordre par devant, pour continuer ſans retour les architraves d'une colonne ou d'un pilaſtre à l'autre; nous dirons notre ſentiment ſur cette ordonnance dans une diſſertation ſur les Ordres d'architecture à la fin de cet ouvrage.

Quoique le principal uſage des plate-bandes ſoit de ſuppléer à la grandeur des pierres qu'il faudroit employer pour faire les fermetures ou *linteaux* des portes & des architraves d'une piece, comme les anciens le pratiquoient; on emploie auſſi le même trait & appareil à faire les voutes plates entieres aux endroits où l'on n'a pas aſſez de hauteur pour y en faire de concaves, dont il faudroit prendre la naiſſance trop près de terre; c'eſt ainſi qu'on a voûté les chapelles ſouterraines de la nouvelle égliſe cathédrale de Cadix en Eſpagne, qu'on a rendu par ce moyen fort belles; les plus larges ont environ vingt-quatre pieds, & les claveaux que j'ai vu poſer ont trois pieds de queue, d'une pierre peſante, quoique poreuſe & percée de trous comme la pierre ponce.

Nous ne diſons rien ici de l'application du trait ſur la pierre, elle eſt trop facile pour s'y arrêter; il ne s'agit que de prendre l'ouverture des angles avec la fauſſe équerre & l'appliquer ſur

les faces, ou si l'on veut lever un panneau de chaque claveau en particulier sur l'épure, en tracer le contour sur un parement dressé, & enlever la pierre qui l'excede au retour d'équerre sur les arrêtes de la face; on se contente d'en représenter une à crocette à la fig. 34[b] qui paroît tirée d'une pierre équarrie, où ce qui doit être enlevé est distingué par des points & des hachures.

On a aussi représenté à la fig. 34[a] un claveau en *fausse coupe* dessiné en perspective, pour en mieux faire voir les différentes surfaces.

Des voûtes plates.

Ce nom est aussi nouveau que l'invention de ces voûtes, qui ne sont pas des plate-bandes, en ce qu'elles butent de quatre côtés, & que les claveaux sont faits tout différemment.

L'époque de cette invention, que nous tenons de M. Abeille, fameux Architecte, qui a été dans le Corps des Ingénieurs, est de l'année 1699, suivant la date de l'approbation de l'Académie des Sciences. Voici mes conjectures sur son origine.

Serlio, à la fin de son premier livre de géométrie, qu'il a composé à Fontainebleau en 1545, a donné une maniere de faire des planchers avec des poutrelles trop courtes pour être appuyées de part & d'autre sur les murs des salles, par le moyen d'une certaine disposition, qui consiste à les faire croiser alternativement, ensorte qu'elles s'appuient réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre, duquel arrangement on voit le premier élément à la fig. 36.

Fig. 36.

Quand je dis le premier élément, je n'entends pas celui de tous les arrangemens possibles, qui est le triangulaire qu'on voit à la figure 35, lequel est, sans contredit, le plus simple, n'étant composé que de trois pieces, AK, ID, BG, qui s'appuient réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre; mais comme cette disposition donneroit des angles trop aigus si on l'imitoit en pierre, nous n'en tirerons aucun avantage pour la construction des voûtes plates.

Wallis, dans ses œuvres de mathématiques en latin, en trois volumes *in-folio*, vers la fin du premier, a varié de différentes manieres l'arrangement des poutrelles pour produire le même effet, parmi lesquels il y en a dont il cite des exemples exécutés en Angleterre.

On ne peut douter que nos voûtes plates n'aient été imitées de la charpente ; car si l'on considere chaque parallelograme de l'extrados de la figure 37', comme une piece de bois, on verra qu'on a suppléé aux entailles & aux tenons de la figure 36, par des taluds sur les côtés, & par des coupes en surplomb sur les bouts ; les uns & les autres conservant toujours cette figure d'arrangement que les Architectes appellent à *bâtons rompus*.

Mais ce qui rend l'invention de cette voûte plus ingénieuse que la charpente, c'est que par le moyen de ces taluds & de ces surplombs prolongés, on remplit le vuide qui restoit entre les poutrelles dans le parement inférieur, où l'on forme le plafond continu, & d'une figure différente de la charpente, puisqu'il est tout composé de quarrés parfaits, arrangés de suite en échiquier [*fig*. 37[a]] qu'on appelle en architecture *en déliaison*, ce qui rend l'artifice digne d'admiration. *Fig.* 37.

Il n'en est pas de même dans la surface supérieure, elle ne peut être continue, parce que les coupes des taluds restent en partie découvertes, de sorte qu'il s'y forme des vuides en pyramide quarrée *abcds* renversée, dont le sommet *s* est en bas à la croisée des quatre joints ; mais cette imperfection donne occasion de faire un compartiment de pavé agréable & varié, parce qu'on peut y mettre des carreaux d'une couleur différente de celle des premieres pierres ; & si l'on n'habite pas le haut de la voûte, on peut se contenter de remplir le fond de ces pyramides d'un peu de mortier ou de plâtre pour y boucher le passage de l'air, & épargner ainsi une charge inutile à la solidité de la voûte.

Cette interruption de continuité a donné occasion au Pere Sébastien, Carme, de l'Académie des Sciences, de chercher un moyen de remplir les vuides pyramidaux par des claveaux mixtes, dont les lits sont des surfaces gauches ; ce qui cause quelque difficulté dans l'exécution, parce qu'il faut de bons ouvriers & une grande attention pour faire de telles surfaces concaves & convexes, qui s'ajustent bien l'une dans l'autre.

J'ai trouvé deux autres moyens de les remplir en faisant des surfaces de joint & de lit planes, & un troisieme de les faire mixtes, partie planes, partie coniques tangentes aux planes, comme je le dirai à la suite des traits de M. Abeille, & du Pere Sébastien.

PROBLÊME VIII.

Faire une voûte plate de claveaux égaux entr'eux, dont les joints de la doële ſoient en échiquier, & ceux de l'extrados en différens compartimens.

Premiere façon, où l'extrados eſt en compartiment de *bâtons rompus*. On trouve ce premier *trait*, de l'invention de M. Abeille, dans le *Recueil des machines de l'Académie des Sciences* [tome I, page 159] d'une maniere à laquelle je ne crois pas devoir me conformer, dans ce qui concerne l'épaiſſeur de la voûte ; j'en dirai la raiſon.

L'auteur veut que *le quarré du parement de doële des claveaux étant déterminé à une certaine grandeur, l'épaiſſeur de ces claveaux ait les trois quarts de la longueur du côté de ce quarré, & que la coupe des panneaux des joints ſoit d'un tiers de cette épaiſſeur.*

D'où il ſuit une abſurdité, que plus les quarrés ſeront grands, plus la voûte doit avoir d'épaiſſeur ; ſuppoſant, par exemple, le côté du quarré de 12 pouces, l'épaiſſeur de la voûte ſeroit de 9, & la coupe de 3, & ſi au lieu de 12 pouces les quarrés en ont 24, l'épaiſſeur de la voûte ſera de 18, & la coupe de 6 ; cependant le nombre des joints diminue dans la voûte, par conſéquent l'épaiſſeur & la coupe, c'eſt-à-dire, l'appui des claveaux, au lieu d'augmenter devroit plutôt diminuer. Ce raiſonnement eſt tout ſimple ; en effet, ſi les quarrés avoient trois pieds de côté, y auroit-il de la raiſon de faire une voûte de 27 pouces d'épaiſſeur ?

Je crois donc que l'épaiſſeur de la voûte eſt une affaire de jugement, indépendante de la grandeur des quarrés de la doële, où l'on ne doit avoir égard qu'à la largeur totale, au nombre de ſes claveaux, & à la qualité de la pierre qu'on emploie, qui doit occaſionner une plus grande épaiſſeur qu'on ne juge néceſſaire, ſi elle eſt caſſante ; cela ſuppoſé.

Ayant diviſé le plafond en un certain nombre de quarrés, pour autant de claveaux, on tracera l'épure de la doële en échiquier, ſur laquelle on ajoutera celle de l'extrados, comme on le voit ponctué à la figure 37[a]. ce que l'on ne peut faire qu'après avoir réglé l'épaiſſeur de la voûte & la coupe (c'eſt-à-dire, l'inclinaiſon des lits des claveaux), qui forme leurs appuis, & tient

Fig. 37[a].

lieu des entailles dans la charpente du plancher de Serlio dont nous avons parlé.

Cette inclinaiſon devroit être réglée à l'angle de 45 degrés, pour que la partie horiſontale de l'appui fût égale à la hauteur de l'épaiſſeur du claveau ; cependant, à cauſe que cette inclinaiſon donne une arête un peu foible, on peut augmenter le nombre des degrés de l'ouverture ; mais on augmentera auſſi la pouſſée, parce que la partie horiſontale de la coupe, dans laquelle conſiſte tout l'appui, diminue à l'égard de l'épaiſſeur. Suivant la regle, cette partie n'étant que *le tiers de l'épaiſſeur*, l'angle aigu ſera de 71 degrés 34 minutes, qui a pour tangente le triple du ſinus total, ce qui donne un angle fort ouvert, & par conſéquent beaucoup de pouſſée ſans néceſſité. Au reſte, comme les figures du *Recueil de machines* ne s'accordent pas avec cette partie du diſcours, on peut ſoupçonner qu'il y a quelque erreur dans l'un ou dans l'autre.

Quoi qu'il en ſoit, la retombée de la coupe étant déterminée, on la portera de part & d'autre des côtés des quarrés de la doële, & l'on tracera les lignes paralleles, qui ſe croiſeront & formeront la figure qu'on voit au deſſus, au chiffre 37^b, compoſée de rectangles *tb*, *ea*, qui auront en longueur le quarré de la doële, plus deux fois la retombée en ſaillie, au-delà de chacun des côtés oppoſés du quarré ; & en largeur celle du côté du quarré, moins deux largeurs de la retombée. Entre leſquels rectangles ſeront des quarrés vuides *abcd*, qui auront pour côtés le double de la retombée, traverſés alternativement par les rectangles de l'extrados de deux en deux, comme on le voit dans la figure, qui eſt en cela parfaitement conforme à la charpente de Serlio, de la figure 36.

Application du trait ſur la pierre.

Comme tous les claveaux ſont parfaitement égaux, excepté les parties de ceux qui entrent dans les murs, où ils n'ont pas beſoin de coupe, il nous ſuffit d'en tracer un pour ſervir de modele à tous les autres.

Ayant fait deux paremens oppoſés & jaugés à une pierre de longueur & d'épaiſſeur convenable, on ajoutera deux fois la retombée *pu* [*Fig.* 41.] de la coupe *gu*, à la largeur *us* d'un côté du quarré de la doële tracée à la figure 37^a, pour former un rectangle *go* qu'on tracera à l'extrados, dans lequel on me- *Fig.* 41

nera les lignes *ke*, VT, *il*, F*f*, à diſtance des points *g* & Q égale à la retombée *pu*; puis ayant repairé au parement oppoſé de la doële les points *u* & *s* par des retours d'équerre, on y fera les lignes *ut*, *sr* paralleles à VT, *f*F, & la pierre ſera tracée.

Il ne s'agit plus que d'abattre à la regle des priſmes triangulaires qui formeront les coupes en talud & en ſurplomb; ſçavoir *gput* TG, & ſon égal Q*sqo* pour former les deux coupes en ſurplomb, enſuite *gkuse*Q & ſon égal oppoſé G*ltroi* pour les coupes en talud, & le claveau ſera fait tel qu'on le voit par deſſus à la figure 1[e], par deſſous à la figure 1[d], par le bout à la figure 1*f*, & par le côté à la figure 41.

Il ne reſte plus, pour la conſtruction de la voûte, qu'à arranger les claveaux ſur un plancher d'étaiement de niveau, dans le même ordre qu'on les voit à la figure 37[b], s'appuyant réciproquement les uns ſur les autres. Il reſtera un vuide entre quatre marqué *abcds* en pyramide renverſée, dont le ſommet, c'eſt-à-dire, la pointe, eſt au fond du creux en *s*, & à la jonction du plafond au ſommet commun de quatre angles droits.

Seconde maniere de voûte plate ſans vuide à l'extrados, par le moyen des claveaux mixtes.

Si l'on inſcrit la partie ſaillante du polygone de la tête du claveau *iKlm* [*fig.* 37[b].] dans un arc de cercle convexe, comme en *nop* [*fig.* 38[e].] & la rentrante *mqrs* dans un arc concave de même grandeur que le précédent, & que l'on opere de même ſur les côtés oppoſés, on aura une figure curviligne quadrilatere *nizxypon*, ſemblable par ſes bouts à un tranchet de cordonnier, laquelle ſera le contour de l'extrados d'un claveau dont l'intrados reſtera cependant quarré, tel qu'on le voit par deſſous à la fig. 2[d], & poſé en échiquier, comme à la maniere précédente.

Ce claveau ainſi tracé, on abattra à la regle des figures ſolides curvilignes mixtes, au lieu des priſmes qu'on a enlevé dans la maniere précédente, ſuivant ce que nous avons enſeigné au chapitre premier pour la formation des ſurfaces gauches mixtes. Ainſi l'on formera deux ſurfaces creuſes en talud pour les lits de deſſous, & deux convexes en ſurplomb pour les lits de deſſus, comme on le voit à la figure 38[p] en perſpective.

Quoique

Quoique l'exécution de ces ſurfaces gauches ſoit très-poſſible, il eſt cependant vrai dans la pratique qu'il eſt plus difficile de les former que les ſurfaces planes, & qu'il eſt rare qu'elles conviennent aſſez exactement pour que la convexe s'adapte parfaitement dans la concave; c'eſt ce qui m'a donné occaſion d'imaginer trois autres moyens de remplir les vuides de la voûte de M. Abeille, plus faciles que celui du Pere Sebaſtien, en ce que les côtés des claveaux ſont des parties de ſurfaces courbes régulieres, dont la taille eſt plus ſimple que celle des gauches, ou de parties de ſurfaces planes.

Troiſieme maniere, où les lits des claveaux ſont des ſurfaces partie courbes, partie planes.

Si au lieu d'inſcrire la tête entiere du claveau *iKlm* de la fig. 37^b, on décrit ſeulement un quart de cercle du point *u* pour centre, & pour rayon la moitié du vuide *um* dans la tête ſaillante en ſurplomb, & de même du point V pour centre dans le lit rentrant concave *mq*, on aura la baſe d'un cône ſcalene, dont le ſommet ſera en *m*, les lignes *um* dans le convexe *lm*, & V*q* dans le concave *mq* repréſenteront en projection les axes. Par ce moyen, les têtes des lits *kl*, *qr* reſtant planes en ſurplomb & en talud, feront d'une plus facile exécution, & le contour des joints de l'extrados ſera un compartiment mixte, auſſi agréable au moins que le précédent, où les courbes ne feront aucun jarret, parce que la ligne qui paſſe par les centres oppoſés, paſſe auſſi par le point d'attouchement des arcs tournés en ſens contraire; & les parties courbes des lits étant des ſurfaces coniques régulieres, ſe pourront exécuter plus facilement. *Fig.* 37^b. & 41^b. *Fig.* 41^b.

Quatrieme maniere en ſurfaces planes, où le compartiment de l'extrados eſt compoſé d'exagones & de dodécagones irréguliers.

Si l'on ajoute aux têtes des claveaux de M. Abeille un triangle, comme *dsa* au claveau *ea* de chaque côté des deux têtes, qui ſoient le quart du vuide *abcd*, on aura une pyramide triangulaire *amds* [*fig.* 42.] qui eſt repréſentée droite au claveau renverſée *d*, & renverſée au claveau vu par deſſus (fig. 39^P.), laquelle rempliſſant le quart de vuide, il eſt évident que les quatre rempliront le tout, & ces quatre triangles *Fig.* 39^P.

ajoutant chacun deux côtés aux quatre du rectangle *ae*, il en résultera une figure de 12 côtés, telle qu'on la voit sous la figure 39 en 3[e] : par ce moyen tous les lits sont des surfaces planes.

Quoique le compartiment fait de ces dodécagones irréguliers mêlés d'exagones, ne soit point désagréable à la vue, comme on le voit à la fig. 39[b], on peut encore le varier & changer en celui qu'on appelle, en terme de vitrerie, *pieces de bornes* ; il ne s'agit que d'y graver quelques faux joints, comme l'on voit en *ef*, *gh*, d'où il résulte un mêlange de quarrés & & d'exagones oblongs.

Cinquieme maniere, dont l'extrados est en compartiment de quarrés réguliers diagonalement opposés à l'autre de l'intrados.

PLAN. 31. *Fig.* 40[b]. Si après avoir tracé les quarrés de la doële, comme on a fait dans tous les traits précédens, on prend leurs côtés pour les diagonales d'autres quarrés, on aura pour épure de l'extrados la fig. 40[b], à l'égard de celle de la doële 40[a], ce qui donnera pour chaque claveau vu par dessus la fig. 4[e], & par dessous 4[d] en projection ; les parties triangulaires rentrantes *asd* seront évuidées en pyramides quadrangulaires, dont un côté de la base sera le côté du quarré de la doële *ad*, & l'autre l'épaisseur de la voûte *a* A [*fig.* 4[f].] qui est le profil du claveau vu dans sa longueur, comme 3[f] l'est par sa largeur coupée au milieu.

Il faut observer que la pointe saillante *p* de la fig. 4[e] étant trop aiguë pour être conservée entiere, soit en la taillant, soit à la charge, il convient de la renforcer, comme on voit au profil 4[f] en R, *r* ; mais parce que cette coupure affoiblit le claveau dans son milieu, il faut y avoir égard lorsqu'on en regle l'épaisseur.

L'application du trait de toutes ces voûtes sur la pierre n'a aucune difficulté ; il ne s'agit que de dresser un parement pour y tracer l'extrados, qui est toujours plus grand que la doële, & y inscrire le quarré du parement de cette doële, comme il est à l'épure ; ensuite, ayant retourné la pierre, & l'ayant jaugée pour lui faire un second parement bien parallele, on fera un des joints à l'équerre, ou seulement deux plumées pour reporter au dessous par des traits d'équerre les quatre angles du quarré de la

doële, laquelle étant tracée on abattra la pierre qui excede les côtés de la doële & de l'extrados, ſuivant la nature de la ſurface plane ou gauche de ſes joints en lit, dont les uns ſont couchés en talud dans les rentrans, & les autres en ſurplomb dans les ſaillans, comme on pourra le voir en jettant les yeux ſur les figures qui ſont au bas de la planche, où celle qui eſt marquée en perſpective 41^{b} repréſente un quartier de pierre, tracé pour un claveau rectiligne rectangulaire vu par deſſus; la ſuivante 38^{p} repréſente auſſi en perſpective un claveau de la 2e eſpece mixte, vu par deſſus, les figures à côté du chiffre 42 repréſentent un claveau tracé pour la ſeconde eſpece à extrados en dodécagone, vu par le deſſous en *d*, & par deſſus en 39^{f}. Enfin, la figure 43 repréſente de la même maniere, en façon de perſpective, un claveau à extrados diviſé en deux quarrés, vu par deſſus.

Quoique toutes ces figures donnent une bonne idée de la conſtruction, on peut s'éclaircir encore mieux de leur effet en coupant du trait.

Nous avons dit que l'arrangement triangulaire des poutrelles qui ſe ſoutiennent mutuellement, comme à la fig. 35, étoit peu propre à ſervir de modele pour des claveaux de voûte plate, parce que les angles de ſuite ſont inégaux, l'un aigu IDB, l'autre obtus IDG, d'où il réſulte des figures diſſemblables; & ſi on les faiſoit égaux, il ſe formeroit ſix angles au point D, au lieu qu'il ne s'en forme que deux en *d* à la fig. 36, & ſi on mêle l'arrangement de triangles équilatéraux & d'exagones, comme à la fig. 35^{m}, il ſe formera encore quatre angles oppoſés au ſommet D, ſçavoir, deux aigus de 60 degrés, & deux obtus pour les exagones, laquelle diſpoſition pourroit cependant être exécutée en pierre dans le même ſyſtême des claveaux de M. Abeille, faiſant des taluds de part & d'autre de leur longueur, leſquels du côté des angles obtus ſerviroient de coupe à des claveaux exagones d'une ſeule piece, qu'on pourroit décharger d'une partie de leur peſanteur en y pratiquant un renfoncement de moulure, & l'orner au milieu d'un roſon, ſuivant le goût de l'antique, ce qui feroit un beau plafond, comme on en voit l'idée à la figure 35^{m}.

Je pourrois propoſer une infinité de variations des doëles plates, auſſi-bien que des extrados; car, quoique je les aye fait toutes quarrées en échiquier, rien n'empêcheroit qu'on ne les fît octogones régulieres avec des petits quarrés entre quatre

claveaux ; car, puiſque la force de la voûte ne conſiſte point dans le vuide du quarré *a b c d* [*fig.* 37^{b}.] qui n'eſt qu'une charge inutile, il eſt clair qu'on pourroit en émouſſer les angles autour du milieu du quarré, diſpoſé diagonalement, que l'on pourroit remplir d'un claveau qui auroit à l'extrados la figure d'un autre quarré circonſcrit à ce premier.

Si au lieu d'un quarré *a b c d* on faiſoit un trou rond, il ſe formeroit à la doële des quarrés à pans coupés à oreilles qu'on pourroit orner de moulures ravalées, & y mettre au milieu un roſon, ce qui déchargeroit auſſi la voûte d'une partie d'un fardeau inutile.

D'où il eſt aiſé de conclure que les voûtes plates, tant en arrangement quarré qu'en triangle, peuvent être variées de pluſieurs façons ſans en altérer la premiere ſolidité, puiſque tous les vuides qui reſtent entre les poutrelles de la charpente ne ſont remplis aux voûtes que d'un fardeau dans l'eſpace duquel l'Architecte peut exercer ſon génie. Il pourroit même donner à la doële l'arrangement des bâtons rompus de l'extrados, & ne couvrir les vuides que d'une dale ou pierre fort mince.

Remarque ſur l'uſage.

Puiſque les coupes des claveaux des *voûtes plates* ſont tournées de quatre côtés alternativement, il eſt clair que ces voûtes pouſſent auſſi de quatre côtés, à la différence des *plate-bandes*, qui ne pouſſent que de deux côtés ; d'où il ſuit qu'elles ſont la moitié moins d'effort que les plate-bandes pour renverſer leurs piédroits, & par conſéquent qu'elles demandent moitié moins d'épaiſſeur de mur, ce qui eſt un avantage.

Cependant il faut conſidérer que le poids que les claveaux du milieu ont à ſoutenir eſt très-conſidérable, puiſque dans un quarré de 36 claveaux les quatre du milieu ſont chargés d'un poids égal à quarante fois leur propre peſanteur, ſuivant le calcul de Wallis, pour la charpente ; ainſi, pour peu que la pierre ſoit caſſante ou *filardeuſe*, c'eſt-à-dire, ſujette à avoir des *fils* ou des liaiſons naturelles, il y a beaucoup à riſquer ; car, ſi un claveau ſeul vient à manquer, toute la voûte tombera, ce qui ne peut arriver à une voûte en plate-bande, où les claveaux ſont en liaiſon, & où ils s'appuient ſur leurs lits & non pas ſur leurs têtes, comme dans les voûtes plates où elles ſont encore affoiblies par leurs corps.

D'où il ſemble que l'on doit conclure que cette invention eſt plus ingénieuſe qu'utile, du moins dans une étendue un peu conſidérable. Je la crois ſeulement propre à voûter quelques cabinets que l'on veut mettre hors d'atteinte des accidens du feu, parce que n'étant pas concave, elle ne demande pas plus de hauteur d'étage qu'un plancher ou un plafond de plâtre, qu'on ne peut faire ſans mêlange de bois. On peut auſſi en diminuer la portée en fortifiant ſa naiſſance par une vouſſure ſuivant l'uſage ordinaire, ce qui eſt une décoration fort à la mode dans les étages un peu exhauſſés.

A l'égard des précautions néceſſaires dans ſa conſtruction, il eſt de la prudence de ne pas poſer les claveaux ſur un étaiement de niveau, mais un peu bombé vers le milieu, afin que lorſqu'on le déceintre, le plafond ne bombe pas en *contre-bas*, l'affaiſſement étant inévitable, quelque précaution qu'on prenne dans l'appareil.

Il eſt encore viſible que l'on peut diminuer conſidérablement la pouſſée de ces voûtes, en faiſant aux claveaux des appuis à entailles; car, ſi l'on pouvoit, comme dans la charpente, ne les pas faire en plans inclinés, il n'y auroit point de pouſſée, mais ſeulement de la charge ſur les piédroits.

La démonſtration de la ſolidité de ces voûtes dépend de l'examen de l'arrangement méchanique de ſes parties, où l'on voit une ſuite de leviers dont les appuis ſe renvoient la charge de l'un à l'autre juſqu'aux piédroits: tel eſt celui de la figure 35, & de la figure 36, où l'on peut ſe repréſenter que le vuide qui reſte dans cette charpente eſt rempli par l'élargiſſement en talud de chaque côté des claveaux pour tenir lieu des entailles qu'on pratique dans le bois, & recevoir la piece qui croiſe. Ainſi, en réuniſſant le poids de chacun des claveaux à ſon centre de gravité, & à ſon appui ſur le ſuivant, on les réduira à autant de leviers qui s'appuient réciproquement les uns ſur les autres, comme dans la charpente; & par gradation, on parviendra à la connoiſſance du poids dont chacun d'eux eſt chargé, avec d'autant plus de facilité que la charge tombe toujours au milieu du levier. J'en ferois ici le calcul s'il n'avoit été fait par Wallis, & s'il s'agiſſoit ici de méchanique.

PROBLÊME IX.

Faire un voûte plate inclinée à l'horiſon, qui ne s'appuie que ſur les deux côtés inférieurs contigus.

En termes de l'Art :

Faire une trompe plate.

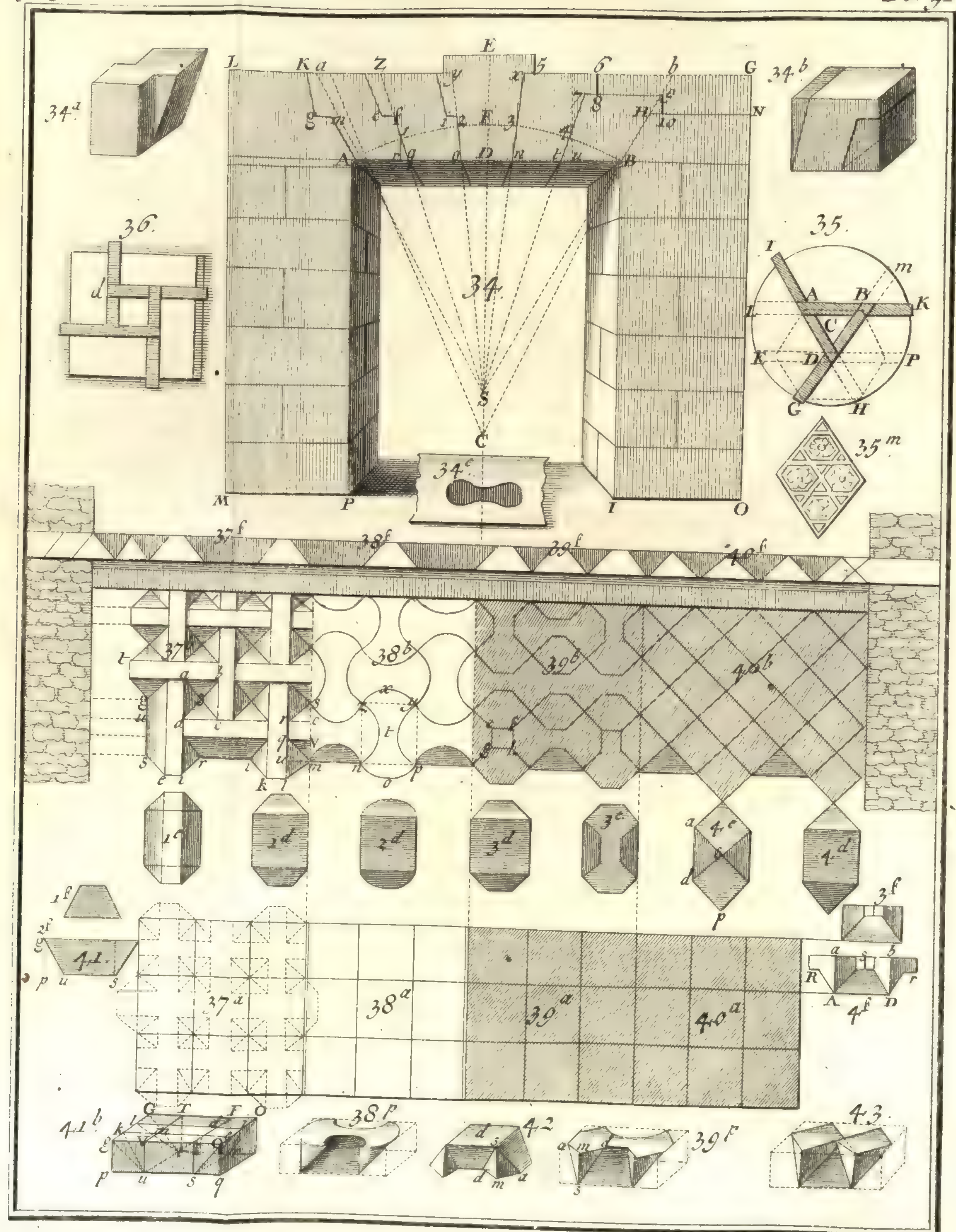
On trouvera peut-être étrange que dans un commencement de pratique j'entre dans les *traits* difficiles, mais l'ordre des choſes le demande, puiſqu'il s'agit ici des voûtes qui ne ſont compoſées que de ſurfaces planes, & que nous avons fait précéder des principes qui en ont déja réſolu toutes les difficultés.

Plan. 32. Fig. 44 & 45. Soit [*fig.* 44.] le quarré ABCD la projection horiſontale d'une ſurface plane inclinée à l'horiſon, dans un angle rentrant de deux murs, comme on la voit à la figure 45 en petit profil, ſur leſquels elle doit s'appuyer.

On commencera par tracer l'angle de ſon inclinaiſon par un profil, dont nous prenons ici la baſe pour la commodité du trait ſur le côté CB, ſur lequel, ayant élevé une perpendiculaire B*a* égale à la hauteur de l'inclinaiſon d'un des côtés de la trompe, on tirera la ligne C*a*, qui ſera la rencontre de ſa ſurface avec le piédroit du mur. Et, parce que les quatre côtés ſont ſuppoſés égaux, ce profil ſervira pour tous; c'eſt-à-dire, que la ligne C*a* exprimera la vraie longueur des quatre côtés CA, CB, AD, BD, qui ſont raccourcis dans la projection.

Formation de la figure de la doele.

Les quatre côtés de la doële étant donnés par le profil, il ne reſte plus qu'à trouver les angles qu'ils font entre eux, dont les oppoſés ſont égaux, & ceux qui ſont de ſuite ſont leurs ſupplémens à deux droits. Du point C pour centre, & pour rayon C*a*, on décrira un arc de cercle *a b*, dans lequel on inſcrira la diagonale A B du plan horiſontal en *ab*; puis des points *a* & *b* pour centre, & pour rayon C*a*, on fera une interſection d'arcs en 2 *h*, à laquelle on tirera les lignes *a* 2 *h*, *b* 2 *h*, & *b* C : le rhumbe C *b* 2 *h a* ſera la vraie figure & grandeur de la ſurface de la doële dont ABCD eſt la projection.



Panneaux de tête, ou élévation d'une des faces en ſaillie.

Ayant prolongé indéfiniment les côtés AD, CB, vers ²H & a^2, on portera la hauteur Ba en Ba^2, & deux fois la même de D en ²H; puis on tirera a^2, ²H, qui ſera l'élevation de l'arête de rencontre de la doële & d'une des faces.

Préſentement, pour y marquer les joints de tête des claveaux, on décrira de la pointe C de la trompe un arc AB, qu'on diviſera en tel nombre impair que l'on voudra pour autant de claveaux, comme ici aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera des lignes Ci, CK, CE, CF, qui ſeront les projections des joints de lit; par les points E & F, où ils rencontrent la projection de la face D B, on lui élevera des perpendiculaires Eg^e Ff^2, qui couperont l'élevation a^2 ²H aux points g^e f^2, par leſquels & par le point D, on tirera les joints de tête f^2 24, g^e 23, & on aura l'élevation d'une des faces à laquelle l'autre eſt égale, par la ſuppoſition que la trompe ne ſoit pas biaiſe, ni irréguliere.

Panneaux de doele.

Les intervalles des joints de tête étant trouvés, comme nous venons de le dire, on les portera ſur la doële étendue de part & d'autre de l'angle ſaillant, comme ²Hg^e en ²hE², & en ²hk; ²Hf^2 en ²hF & ²hI; puis l'on tirera du point C les lignes CI, Ck, CE², CF², & l'on aura les panneaux de doële.

Nous avons marqué dans la figure 44 la maniere de trouver toutes les longueurs des joints de lit à part, ſuivant la regle générale des profils des trompes, où l'on voit que quoique toutes ces lignes ſoient en effet dans une ſurface plane, & terminées à une ligne droite a^2h, la ſuite de leurs profils raſſemblés en projection eſt terminée par une ligne courbe $a^2 f^2 g^2 h$, ce qui fait voir la différence des productions de l'arrangement des profils.

Nous avons dit que les joints de tête devoient être tirés du point D, où eſt l'angle ſaillant, comme d'un centre; mais rien n'empêche qu'on ne le prenne plus près ou plus loin du centre C, ſuivant qu'on voudra donner plus ou moins d'inclinaiſon aux coupes des lits. Il ſuffit que leur centre ſoit dans la ligne du milieu CD, qui doit être la commune interſec-

tion de tous les plans des lits. Le plus ou le moins d'inclinaison de la doële peut occaſionner du changement dans cette diſpoſition.

Nous avons déja quatre différentes repréſentations de la trompe, 1°. Celle de ſon plan ou projection horiſontale. 2°. Son profil. 3°. L'extenſion de ſa doële. 4°. L'élévation d'une de ſes faces. Il ne nous reſte plus qu'à trouver les angles que les ſurfaces planes de ſa doële & de ſes lits, ou de la doële & de la tête, font entre elles. C'eſt-à-dire, les biveaux de lit & de doële, ou de doële & de tête.

Les angles des plans pour former les biveaux.

Fig. 44. Premierement pour tracer l'angle que fait la ſurface de la *doele* avec celle de la *tête*. Ayant fait au point C la ligne OCX perpendiculaire à la diagonale CD, on prolongera BD en H à diſtance égale à D H, CA en *a* à diſtance égale à B*a*, & DA juſqu'à la rencontre de CO en O; puis ayant tiré H*a* on lui fera une perpendiculaire HP, qui rencontrera AD prolongée en P, par où on tirera auſſi à la même PA une perpendiculaire PX, qui rencontrera OC prolongée en X; enſuite ſur OP prolongée on portera la longueur PH en P*h*, d'où l'on tirera une ligne au point X, qui fera avec la précédente l'angle obtus M*h*L, lequel ſera celui que l'on cherche de la *doele avec la tête*, pris quarrément ſur l'arête de leur interſection; cet angle eſt le même à chaque vouſſoir de cette trompe.

Secondement pour avoir l'angle de la *doele avec les lits*, par exemple, pour le biveau de lit & de doele du joint dont la projection eſt CE & l'élévation de tête g^{2} $^{2}3$, on élevera ſur CE, au point E la perpendiculaire EG, égale à la hauteur Eg^{e} de ce joint ſur le plan horiſontal, & l'on tirera GC, à laquelle on fera la perpendiculaire GQ, qui rencontrera CE prolongée en Q. Sur la même prolongée on tranſportera la longueur QG en Q^{2}G; ſur le point Q on fera la perpendiculaire QT ſur CQ, qui ſera inclinée à l'horiſontale OR, enſorte qu'elle la rencontrera étant prolongée hors de cette planche, & par le point ^{2}G on tirera une autre ligne G*t*, qui concoure au même point (par le problême I, page 286 du troiſieme livre) l'angle N GV, ſera celui du biveau que l'on cherche, lequel ſera aigu du côté de l'impoſte, & obtus du côté de la clef, comme *n*^{2}GN, qui ſervira pour le lit en joint de cette clef, & l'autre aigu pour le lit de deſſus du

claveau

claveau ſuivant, lequel aura auſſi un angle obtus à ſon lit de deſſous.

Les biveaux étant trouvés, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les claveaux, par exemple, le ſecond CEF.

Premierement, on a pour ſon panneau de doële le triangle CE^2F^2.

Secondement, le panneau de tête en $^2 3 gef^2\,{}^2 4$ qu'on terminera à volonté aux points $^2 3$, $^2 4$.

Troiſiemement, le biveau ou angle d'inclinaiſon de la doële ſur la face eſt trouvé en M*h*L.

Quatriemement, le biveau ou angle des plans de la doële & de ſon lit de deſſus eſt trouvé en V^2GN; il faut encore celui du lit de deſſous que nous n'avons pas cherché; mais il eſt aiſé de le trouver, de même que le précédent.

Pour *appliquer le trait ſur la pierre* on commencera par faire un parement, ſur lequel on appliquera le panneau de doële CF^2E^2, enſuite on en fera un ſecond ſur l'arête F^2E^2, non pas à l'équerre, mais avec le biveau L*h*M, poſé cependant à angle droit ſur cette arête.

Ce ſecond parement ſervira à placer le panneau de tête $^2 3 g^e f^2\,{}^2 4$.

Enfin avec le biveau de lit & de doële poſé toujours à l'équerre ſur les lignes CE^2, CF^2, on abattra la pierre qui les excede, & l'on formera les lits, dont le ſupérieur fera avec la doële une arête maigre, & l'inférieur une graſſe, qui font une figure de coin, à peu près ſemblable à celle qu'on a deſſinée à gauche, au chiffre 46. La figure de la droite, qui a deux faces, repréſente la clef en perſpective.

Explication démonſtrative.

Pour entendre l'explication de la conſtruction de cette voûte en trompe plate, il faut conſidérer que nous avons étendu la ſurface du quarré ABCD en un rhombe C^2 *ha*, que ce quarré repréſentoit en raccourci par la projection donnée ſuivant les côtés inclinés; mais parce que la diagonale AB doit être de niveau, elle eſt parallele à l'horiſon, & égale à celle du rhombe que le quarré horiſontal repréſente, c'eſt la ſeule ligne qui lui doit être parallele. L'alongement du rhombe donne auſſi celui de toutes les lignes qui y ſont ſemblablement poſées qu'à ſa projection, comme ſont les joints de lit CE, CF, &c. leſquels ſont terminés

aux côtés de ce rhombe à des diſtances proportionnelles à celles de la projection.

A l'égard des faces verticales dont les lignes AD & DB ſont la projection, il eſt clair qu'il en faut faire l'élévation pour les connoître ; puiſque tous les joints de tête qui ſont dans ce plan, ſont confondus par la projection dans la même ligne DB horiſontale, laquelle repréſente l'inclinée ²Ha^2, dont l'inclinaiſon nous eſt donnée par la hauteur trouvée D²H de ſon angle, par le moyen de la hauteur donnée Ba^2 en Ba ſur le piédroit BCa par l'angle de ſon inclinaiſon.

Nous avons auſſi trouvé les angles des plans ſuivant nos principes généraux de Goniographie ; premierement, la ſection de la doële avec l'horiſon par la ligne OR ; parce qu'il eſt clair qu'en prolongeant les côtés du rhombe inclinés également ſur leur projection DA, DB, ils couperont le plan horiſontal dont DACB eſt partie, en O & en z ; donc la ligne qui paſſera par OCz ſera la commune ſection du plan incliné de la doele & de l'horiſontal de la projection.

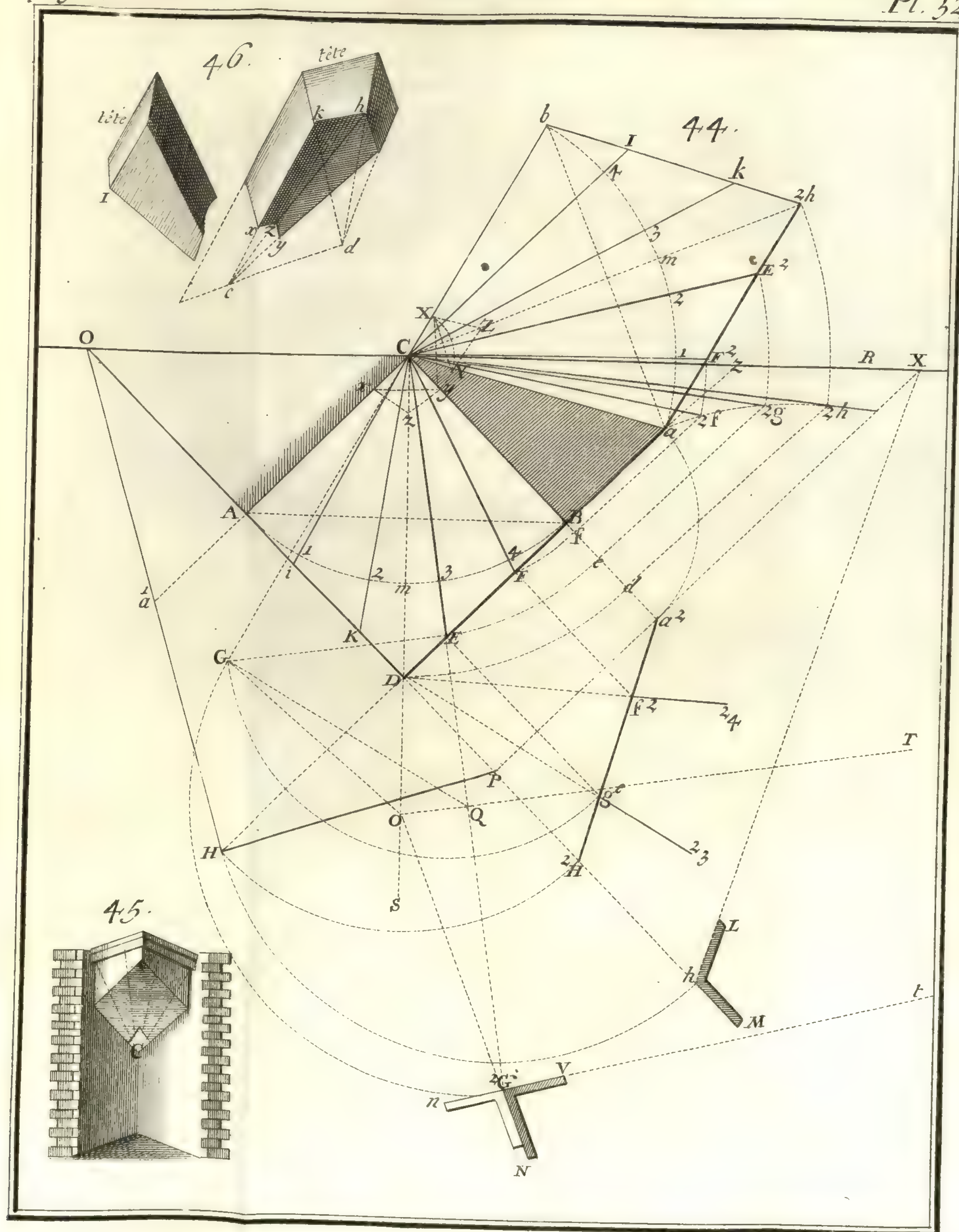
Secondement, puiſque nous voulons que tous les plans des lits ſe coupent au milieu de la projection ſuivant la diagonale horiſontale CD, cette ligne ſera la commune ſection de tous les lits avec l'horiſon.

Troiſiemement, puiſque les faces ſont verticales, leurs communes ſections avec l'horiſon ſeront les lignes de leur projection AD, DB ; nous connoiſſons donc les ſections de trois plans, qui forment un angle ſolide, & la hauteur de la perpendiculaire DH ; donc (par le problême 13 du 3ᵉ livre) nous trouverons les angles de ces trois plans entre eux, ce que nous avons fait, comme il eſt aiſé de le voir par la conſtruction, & ce qu'il *falloit trouver*.

REMARQUE.

A cauſe que les angles des claveaux réunis au point C deviendroient tellement aigus qu'on ne pourroit les tailler ſans en caſſer la pointe, il eſt de néceſſité indiſpenſable de faire d'une ſeule pierre tout l'angle xCy, ou en partie triangulaire, comme CXY, ou mixte, ou à pans, ou en parallelograme, ce qui donne occaſion à un nouvel appareil pour les têtes inférieures des claveaux, qui doivent s'appuyer ſur cette pierre *en trompillon*.

La maniere la plus ſimple ſeroit de faire ce trompillon iſoſcele, retranchant des côtés Ca & Cb une grandeur à volonté égale, en


46.
tête
tête
44.
45.

CY & CX, & faiſant la tête à l'équerre ſur l'arête marquée par la ſoutendante XY de la doële, & de couper de même les têtes inférieures des claveaux. Cependant comme c'eſt l'uſage des Architectes, par raiſon de beauté, de faire le trompillon de même figure que la trompe, dont il eſt une partie, on ſe ſervira des mêmes biveaux de tête & de doële pour le trompillon que pour les claveaux dont nous venons de parler.

Il y a encore une obſervation à faire ſur la coupe de la tête, c'eſt qu'on peut la faire de deux manieres; ſçavoir, 1°. à plomb, lorſqu'on fait le trompillon ſemblable à la figure totale de la trompe, auquel cas cette coupe devient inutile pour l'appui des claveaux, qui ne ſe ſoutiennent plus que ſur les lits. 2°. On peut la faire en coupe à l'équerre ſur la doële, & alors elle porte une partie de la charge des claveaux, qui y ſont appuyés ſur leurs têtes inférieures, de ſorte que dans cette conſtruction ils font moins d'effort ſur leurs piédroits pour les écarter. Dans l'une & l'autre conſtruction on voit que le lit inférieur de la clef doit être diviſé en deux parties, par un angle rentrant *xzy* [*Fig.* 46.] qui doit recevoir le ſaillant du trompillon. *Fig.* 46.

CHAPITRE V.

Des voûtes cylindriques.

En termes de l'Art.

Des berceaux.

L'Espece des voûtes la plus uſuelle eſt ſans contredit celle des berceaux; la conſtruction de celui qu'on appelle droit, c'eſt à-dire, dont la face eſt perpendiculaire à ſa direction, eſt le premier de tous les *traits* chez les appareilleurs.

Les tailleurs de pierre les moins habiles ſçavent l'exécuter au moins en plein ceintre; mais leur ſcience ne va gueres plus loin, ils commencent à faire des fautes aux ſurhauſſés & aux ſurbaiſſés. Premierement, en ce qu'ils en tracent le contour avec des portions de cercle mal aſſemblées, qui font des jarrets à leur jonction; ſecondement, en ce qu'ils tracent mal les joints de tête, lorſqu'ils font le ceintre d'une maniere plus correcte, par *le trait du jardinier*, de ſorte qu'on peut avancer qu'ils ont beſoin

d'être conduits dès les premiers pas qu'ils font dans l'art dont ils font profeſſion.

Nous allons entrer en matiere par des principes généraux.

Formation générale des berceaux.

Sous le nom de *berceaux* nous comprenons toutes les eſpeces de voûtes qui ſont des moitiés de cylindre proprement dit, dont la baſe eſt circulaire ou elliptique, même celles qui pourroient être de quelqu'autre courbe, comme de parabole, d'hyperbole, ou de chaînette, &c. Suivant cette définition nous pouvons expliquer la formation d'un berceau comme celle d'un cylindre, par la trace d'une ligne AB [*Fig.* 54.] mue parallelement à elle-même, autour d'une courbe quelconque AGD ou BEF; cependant comme il ne s'agit pas ſeulement ici d'une ſurface, mais d'un corps d'une certaine épaiſſeur, qui en comprend deux, l'une concave, l'autre convexe, nous exprimerons la formation d'un berceau, par *la trace du mouvement du plan rectiligne ou mixte quadrilatere D Aa d, qui ſe meut autour d'une courbe DHB, enſorte qu'un de ſes côtés droits, qui parcourt la circonférence de la courbe, ſoit toujours parallele à lui-même, & que ce plan ſoit toujours perpendiculaire à la tangente de cette courbe, au point où il la coupe.*

Plan. 34, Fig. 54. Fig. 55.

Lorſque le plan générateur eſt un parallelograme rectangle, comme l'on ſuppoſe *a*AD*d* [*Fig.* 55.] qu'on repréſente par un oblique à cauſe de la perſpective, & qu'il eſt perpendiculaire au plan de la courbe *a a b*, le berceau formé par ſon mouvement autour de cette courbe s'appelle *droit*, de quelque figure que ſoit la courbe, cercle, ellipſe, parabole, hyperbole, chaînette, ou toute autre.

Lorſque le plan générateur rectangle parcourt un demi-cercle ſuivant les mêmes circonſtances, le berceau s'appelle *droit & en plein ceintre;* alors ce plan eſt toujours également éloigné du centre C, & de l'axe du cylindre C*c*; telle eſt la figure que décriroit le mouvement du couvercle d'un coffre ſur ſes charnieres.

Cette figure de berceau étant la plus ſimple & la plus naturelle, eſt regardée comme la plus parfaite; les berceaux qui s'écartent plus du diametre de leurs baſes s'appellent *ſurhauſſés*, comme s'ils étoient trop exhauſſés, tel eſt celui de la fig. 60 ou AHB, fig. 57; & ceux qui s'en approchent plus s'appellent *ſur-*

baissés, comme s'ils étoient trop écrasés; tel est ASB, fig. 57: ceux dont le diametre est incliné à l'horison s'appellent *rampans*, tel est A*h*B, fig. 61.

Par où l'on voit que ce mot de *droit*, ne signifie ni une érection verticale de ses côtés, qu'on exprimeroit par le mot *debout*, comme sont les tours rondes; ni la droiture de ses côtés, qui est commune à toutes sortes de berceaux; ni l'érection verticale de ses faces ou bases, qui est commune aux berceaux *biais*, ni la projection horisontale de son axe; car un berceau peut être droit sur ses bases, quoiqu'elles soient inclinées à l'horison aussi bien que leur axe; mais il signifie la *direction perpendiculaire des côtés ou de l'axe sur une base*; parce qu'en langage de Géométrie on dit qu'une ligne est *droite* sur un plan, ou qu'un plan est *droit* sur un autre, lorsqu'il lui est perpendiculaire. En effet puisque le parallélograme *a*D, qu'on suppose rectangle, est partie du parallélograme *a*C, qui se meut sur son côté C*c*, il est évident qu'étant élevé à la hauteur 2, 2 ou *a* A³, il sera toujours perpendiculaire à la base; puisque cette transposition ne change rien à ses angles avec les rayons du cercle AC, 2C, A 3C, CB. *Fig.* 55.

Corollaire I.

D'où il suit 1°. que quoique les surfaces soient l'une concave & l'autre convexe, elles sont formées par le mouvement des lignes droites; par conséquent qu'elles peuvent être imitées par le mouvement d'une regle, comme nous l'avons dit ci-devant.

Corollaire II.

2°. Que puisque, suivant les regles de la construction, que nous avons données au livre précédent, les joints de tête doivent être perpendiculaires aux tangentes des courbes, leur direction doit tendre au centre des berceaux en plein ceintre, & leur plan de lit à son axe.

Corollaire III.

3°. Que puisque le berceau droit est formé par la transposition du même parallélograme, les surfaces de lits sont toutes égales à celles des premiers lits à l'imposte, si la voûte est extradossée, c'est-à-dire, si elle conserve la même épaisseur à la clef, comme à l'imposte; car on peut, en bonne construction, lui en donner moins à la clef; mais nous la supposerons toujours également épaisse, suivant l'usage le plus ordinaire.

COROLLAIRE IV.

4°. Que les arcs extérieurs ou intérieurs de la couronne de cercle qui est la base ou la face du berceau, sont la mesure de l'inclinaison des plans des lits avec l'horison, puisque leur direction tend au centre de cette base.

COROLLAIRE V.

5°. Que les cordes des arcs compris entre deux lignes, font toujours avec les joints de tête des angles rectilignes obtus, qui ont un rapport constant avec ceux que ces mêmes joints prolongés font au centre de l'arc de face ; parce qu'ils sont toujours *égaux à la moitié de l'angle du centre ajouté à un angle droit.* *

* *Voyez le Lemme.* Liv. III. *page* 442.

Fig. 56.

Pour le démontrer, du point C on menera une perpendiculaire sur la corde AB, & par le point A, on lui menera une parallele EA, qui fera l'angle EAB droit, & FAE égal à l'intérieur du même côté ACD ; donc l'angle FAB du joint de tête, & de la corde d'une doële plate, est obtus, & égal à un droit plus à la moitié de l'angle du centre.

COROLLAIRE VI.

D'où il suit 6°. que si l'on a l'angle du centre, c'est-à-dire, de la rencontre des plans des lits prolongés jusqu'à l'axe du berceau, on aura celui de ces lits avec la doële ; & au contraire si on a celui-ci, par la déduction de l'angle droit on aura la moitié de celui du centre ; & en le doublant celui du centre.

COROLLAIRE VII.

7°. Que puisque les angles des plans ne se mesurent que par des perpendiculaires à leur commune section, ceux des lits & des doëles ne se peuvent connoître que par la supposition d'un berceau droit, lorsque la direction de ses côtés est oblique sur ses faces, ce qui établit la *nécessité de faire un arc droit dans toutes sortes de voûtes cylindriques ;* car quoique la base ne soit pas circulaire, mais elliptique, ou d'autre courbe, on la peut toujours supposer inscrite ou circonscrite au cercle, au centre duquel se mesurent les angles d'inclinaison des lits prolongés, soit que ce centre de leur intersection parvienne au diametre, ou qu'il soit en dedans ou au dehors, comme dans les coupes elliptiques, qui sont dirigées sur la tangente, & non pas à l'axe du berceau, contre ce que les mauvais ouvriers ont coutume de faire.

On peut encore tirer d'autres conſéquences de la génération des berceaux pour connoître quelques-unes des ſurfaces de leurs rencontres avec d'autres voûtes ; car ſi l'on ſuppoſe le triangle AD*k* retranché du parallélogramme rectangle générateur *a*AD*d* [*Fig.* 55.] le mouvement de la ligne A*k*, tranſportée autour du centre C, formera une portion de cône tronqué. Et ſi au lieu de ce triangle rectiligne on en retranchoit un ſecteur de cercle DA*i*, l'arc A*i* formeroit une zone de ſphere, ou de ſphéroïde ſi le ſecteur étoit elliptique, ou de paraboloïde ſi la courbe A*i* étoit portion d'une parabole ; ce qui ſert à faire connoître que lorſque les berceaux droits rencontrent directement d'autres ſolides qui ont un axe commun avec le cylindre, tous les panneaux de lit ſont égaux entr'eux, ou ils ſont des trapezes rectilignes, ou des trapezes mixtes, ce qu'il n'eſt pas inutile d'obſerver pour la conſtruction. Nous traiterons de leurs irrégularités dans la ſuite. *Fig.* 55.

La génération des berceaux étant bien entendue, il ne ſera pas difficile de les conſtruire de pluſieurs portions raſſemblées, qu'on appelle *vouſſoirs*, lorſque le plan générateur ſera perpendiculaire à celui de la courbe qui ſert de baſe au cylindre ; mais comme il lui eſt ſouvent oblique, & qu'il en réſulte pluſieurs variations & quelques difficultés, il eſt à propos de les examiner avant que de paſſer outre.

Des variations des berceaux.

Les berceaux peuvent varier de pluſieurs façons, qui ſe réduiſent toutes à deux.

Premierement, *par le contour de leurs ceintres*, qui peut être de différentes courbes.

Secondement, *par la direction de leurs côtés*, à l'égard de leurs faces ou terminaiſons.

La premiere eſpece de variation peut encore être ſubdiviſée en deux ; car les ceintres peuvent être formés d'une courbe *ſimple*, ou d'une *compoſée* de portions de courbes.

Les *courbes ſimples uſitées* ſe réduiſent à deux, qui ſont le *cercle* & l'*ellipſe*, dont nous avons ſuffiſamment parlé au 2e livre, pour n'avoir rien laiſſé à deſirer de ce qui peut concerner leur deſcription, ſuivant différentes circonſtances *données*, & leur diviſion par des perpendiculaires à leurs arcs, en quoi conſiſte tout l'uſage qu'on en peut faire pour les ceintres ; il nous reſte à dire

quelque chose des autres courbes qu'on peut leur substituer, & dont les Architectes pourroient faire usage.

Des courbes des extrados & des ceintres inusités, quoique convenables à la construction.

Si l'on avoit plus d'égard à l'équilibre des voussoirs d'un berceau, qu'à la grace du contour de sa doële, il est certain que les ceintres circulaires ne seroient pas les plus usités; car si l'on veut que les voussoirs soient d'égale épaisseur entr'eux, plusieurs Mathématiciens ont démontré que la courbe du ceintre prise au milieu de l'épaisseur de la voûte, doit être celle de la *chaînette* lâche, que l'on peut prendre dans la pratique pour la *parabole*; car ces deux courbes different si peu entr'elles, que de bons auteurs s'y sont trompés en les confondant, comme nous l'avons dit ailleurs: tels sont Galilée, Blondel, Parent, & le P. Castel, qui en ont été repris par Messieurs Leibnitz & Bernoulli; mais parce que le contour de ces courbes n'est pas agréable à la vue comme celui du ceintre circulaire ou elliptique, il semble qu'en faveur de cette beauté on doit faire les berceaux avec des voussoirs inégaux pour en mieux conserver l'équilibre. Quoique jusqu'à présent l'usage des Architectes n'ait pas été directement conforme à cette convenance, on peut dire qu'il l'a été équivalemment; car ils remplissent les reins des voûtes avec de la maçonnerie, pour les appuyer, lorsque les reins ne sont pas butés par quelques directions de lunettes qui les croisent. Je sçais bien que cette précaution fait l'effet des voussoirs inégaux, que nous proposons; mais comme on ne sçait pas quelle est l'épaisseur qu'il faut ajouter aux reins pour les fortifier, il n'est pas inutile de faire connoître celle que la théorie de la Méchanique des voûtes nous indique, pour en faire usage dans l'épaississement des voussoirs inégaux, ou en les appuyant par une addition de maçonnerie aux voussoirs égaux.

Des courbes d'équilibre des extrados & intrados des voussoirs polis.

Si l'on suppose qu'une voûte doit être faite de voussoirs extrêmement polis & glissans, il est démontré qu'ils doivent être de longueurs de queues inégales, & que la courbe du ceintre à la doële ne peut être semblable à celle de l'extrados: ainsi faisant le ceintre de l'intrados circulaire, l'extrados devient une courbe ondée

ondée, qui s'ouvre infiniment, & ſi l'on prend le ceintre circulaire dans le milieu de l'épaiſſeur de la voûte, celui de l'extrados ſera à peu près de même que dans le cas précédent; mais le ceintre de la doële ſera une courbe de cette eſpece que quelques géometres appellent *lenciſcate*, qui rentre en elle-même, & ſe croiſe en forme de nœud de ruban; nous allons donner la conſtruction de ces courbes.

Premiere diſpoſition où l'intrados eſt circulaire, dont nous ne prenons qu'une moitié pour exemple.

Soit [*Fig.* 47.] le demi-cercle BM, diviſé en parties de vouſſoirs 10, 9, 8, 7, 6 égales entr'elles, plus la moitié 6M pour la clef 6, 5. Soit auſſi la longueur HM donnée pour l'épaiſſeur de la clef, il faut trouver celle de chacun des autres vouſſoirs 6*i*, 7*g*, 8R, 9*s*, laquelle augmente tellement leur peſanteur, que tout gliſſans qu'on les ſuppoſe, ils demeurent en équilibre. Sur HC, comme diametre, on fera un demi-cercle HIC, qui coupera le ceintre de doële BIM au point I par lequel on menera IK perpendiculaire à HC. Planche 33, fig. 47.

Enſuite on portera la moitié de la longueur de la clef HM ſur le diametre AB de C en *d*, par où on menera *dm* parallele à CH, qui rencontrera le rayon C6 en *m*, où l'on menera LN parallele au diametre AB, laquelle coupera les rayons tirés par les diviſions des vouſſoirs 6, 7, 8, 9, aux points *m*, *n*, *o*, *p*, dont nous ferons uſage. Par exemple, pour trouver l'épaiſſeur 8R, on portera la longueur *op* de K en P, puis ſur PC comme diametre, on décrira un arc de cercle PQ qui rencontrera la tangente H*a* au point Q; le rayon CQ tranſporté en CR, donnera la longueur 8R que l'on cherche.

Il en eſt de même pour tous les autres vouſſoirs. Si l'on avoit cherché la longueur 7*g*, au lieu de la partie *op* de la ligne LN, on auroit pris *no*, qui répond au vouſſoir 7 8, & l'on auroit fait la même opération, qui auroit donné un rayon C*g*; par conſéquent ſon excès ſur la doële 7*g*, ainſi des autres.

Suppoſant qu'au lieu de faire des reſſauts d'un vouſſoir à l'autre, comme *ui*, on mene une ligne H*xyz*Y par les milieux, on aura une courbe d'extrados, qui ſeroit celle des vouſſoirs qu'on ſuppoſeroit fort étroits par leurs têtes, enſorte que les reſſauts de-

viendroient presqu'imperceptibles, quoique toujours réels; parce qu'il les faut supposer pour la démonstration.

Seconde disposition, où l'on prend le ceintre circulaire au milieu de l'épaisseur de la voûte.

Fig. 47. Soit pour une moitié le demi-cercle ADM, le ceintre donné pour le milieu de l'épaisseur de la voûte, laquelle épaisseur est donnée à la clef en hm^i. Ayant divisé ce ceintre également en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. & tiré les rayons C1, C2, C3, &c. on portera le quart de la longueur hm^i de la clef en C*f* sur AB, pour tirer par le point *f* une parallele à C*h*, qui coupera le rayon C5 en *a*, par où on menera RG parallele à AB, qui coupera les rayons en *a*, *b*, *c*, 2^i, R; ensuite on prendra successivement les longueurs *ae* double de *a*G, *ab*, *bc*, $c2^i$, 2^iR, pour les porter sur les rayons correspondans en dessus & en dessous de l'arc donné ADM, sçavoir *ae* en 55e & 55^i; *ab* en 44e & 44^i, *bc* en 33e & 33^i, $c2^i$ en 22e & 22^i; enfin 2^iR en 11e, 11^i, & par les points trouvés 1e, 2e, 3e, 4e, &c. on tracera à la main, ou avec une regle pliante, la courbe d'extrados WE*h*, de même que par les autres points 1^i, 2^i, 3^i, &c. celle d'intrados CFm^i, dont la partie CF devient inutile, & même contraire à la construction, parce qu'elle rentre en dedans du berceau qu'on doit voûter; de sorte que supposant le point F, le plus écarté de la ligne du milieu C*h*, ce doit être celui de la jonction du piédroit F*p*, s'il est vertical, c'est-à-dire, à plomb, comme ils le sont ordinairement; ainsi par cette construction le ceintre ADM se change à l'intrados en un surbaissé F$4^i m^i$, dont l'imposte qui étoit donnée en A est remontée en F.

DÉMONSTRATION.

Il est démontré dans presque tous les traités de Méchanique, & particulierement dans la proposition 22 de celui de M. de la Hire, que les perpendiculaires aux directions de trois puissances en équilibre qui tirent ou poussent un même point, forment un triangle, dont les côtés expriment le rapport de ces trois puissances; or dans chaque voussoir il y en a trois à considérer autour de son centre de gravité; sçavoir l'effort de la pression des deux voussoirs collatéraux, qui agissent perpendiculairement à l'inclinaison du joint en lit, c'est-à-dire, à la *coupe* de la pierre, pour le soutenir à peu près comme dans une foule deux hommes

en ſoutiennent un troiſieme entre deux, & la troiſieme puiſſance eſt la peſanteur du vouſſoir, qui fait effort pour s'échapper d'entre deux & tomber. Cela ſuppoſé,

Il eſt clair que dans les conſtructions de nos courbes nous avons commencé par former des triangles, dont les côtés ſont perpendiculaires à ces trois puiſſances: tels ſont les triangles C*ae*, C*ab*, C*bc*, C*nm*, C*no*, &c. car les parties horiſontales *ae*, *ab*, *bc*, *mn*, *no*, &c. ſont perpendiculaires aux directions verticales des peſanteurs, & les parties des rayons C*a*, C*b*, C*c*, C*m*, C*n*, C*o* ſont perpendiculaires aux directions des preſſions; donc ces triangles expriment les rapports de chacune des puiſſances.

Mais parce que nous n'avons beſoin, pour trouver les longueurs des vouſſoirs, que de connoître l'expreſſion de leur peſanteur, il ſuit qu'ayant déterminé une ligne qui exprime une longueur de queue donnée en *rm* ou en *ae*, on aura la ſuite des expreſſions des autres longueurs en *mn*, *no*, *op*, ou pour le ſecond cas en *ab*, *bc*, &c. par conſéquent les longueurs ſont bien trouvées.

Corollaire. I.

Comme toutes ces parties horiſontales ſont inégales, étant proportionnelles aux tangentes T, *t*3, *t*4, *t*5, H*h*, correſpondantes à des parties égales du cercle, il ſuit que les courbes de doële & d'extrados ne ſont pas ſemblables, puiſque l'on ajoute au dehors des rayons du ceintre circulaire, ou qu'on en retranche au dedans, des parties inégales.

Corollaire II.

Si au contraire on fait les parties d'un ceintre inégales, provenant des diviſions égales d'une horiſontale LN ou GR, alors l'extrados & l'intrados deviendront paralleles, & l'épaiſſeur de la voûte ſera égale, quoique les vouſſoirs ſoient en équilibre; ce qui ne peut être appliqué au ceintre circulaire, mais ſeulement à celui que l'on feroit de la courbe de la chaînette lâche, comme il eſt démontré par pluſieurs Mathématiciens & fort nettement par M. Couplet, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1729.

Corollaire III.

Il ſuit auſſi de cette conſtruction, que quoique la courbe donnée

du ceintre ne soit pas circulaire, mais elliptique, surhaussée ou surbaissée, & même si peu bombée qu'elle dégénere en ligne droite comme aux platebandes, pourvu que les directions des coupes partent toujours d'un même centre C, il sera toujours vrai que les courbes ou les droites d'extrados & d'intrados mettront l'équilibre entre les voussoirs qu'elles comprennent; parce que les directions des puissances restant toujours les mêmes, il sera aussi toujours vrai que les *pesanteurs des voussoirs seront en raison des différences des tangentes des angles que font les lits*, en commençant au milieu de la clef, comme il est démontré dans la Méchanique de M. de la Hire, proposition 125.

COROLLAIRE IV.

D'où il suit, comme l'a démontré M. Couplet au Mémoire cité, que la surface rectiligne de la platebande Thm^i est égale à sa correspondante ceintrée $2^e hm^i 2^i$, ce qui fournit un moyen facile de faire le toisé de cette surface mixte, & par conséquent celui de la solidité de la voûte.

COROLLAIRE V.

Il suit aussi qu'il n'y a aucune autre espece de voûte que les platebandes qui puissent avoir un extrados en ligne droite, & par conséquent que dans le systême des voussoirs infiniment polis, une voûte arasée de niveau ne pourroit subsister, quoique l'expérience nous assure du contraire dans les pierres de surfaces raboteuses, & même que cette pratique soit fort usitée.

COROLLAIRE VI.

Enfin que si les voussoirs étoient infiniment polis, il faudroit que les piédroits & les coussinets fussent infiniment longs; parce que la courbe d'extrados *h*EW ne rencontre l'imposte BA prolongée qu'à une distance infinie, ce qui montre qu'il faudroit une force infinie pour résister à la poussée des voussoirs suspendus, dans la supposition qu'ils soient infiniment glissans, sans aucun frottement, suivant l'hypothèse nécessaire pour établir un raisonnement géométrique. Mais comme il n'est rien de tel dans la nature, particulierement dans le genre des pierres taillées pour les voûtes, dont les lits les mieux dressés sont toujours fort raboteux, cette spéculation devient inutile pour l'exécution; cependant elle ne l'est pas pour les conséquences qu'on en doit tirer.

Premierement, que l'uſage ordinaire des vouſſoirs d'égale épaiſſeur eſt très-défectueux, parce qu'il n'a aucune conformité aux principes de la théorie, auxquels il doit avoir au moins quelque rapport, puiſque les frottemens ne ſont pas ſuffiſans pour reſiſter à la pouſſée & au *gliſſement* des vouſſoirs, & qu'ils ne font qu'en diminuer l'effort.

Secondement, qu'ayant égard aux frottemens des lits des vouſſoirs, on doit diminuer de l'épaiſſeur qui leur conviendroit s'ils étoient infiniment polis, ſuivant un rapport des tangentes priſes ſur T*h*, dont les longueurs diminueroient dans la raiſon de la réſiſtance des frottemens, que perſonne que je ſçache n'a encore pu aſſigner, cette détermination étant trop mêlée de cauſes phyſiques, en ce que les pierres ſont plus ou moins dures ou tendres, grenées ou polies, peſantes ou légeres, & plus ou moins uniment applanies & dreſſées dans leurs lits, ſelon l'adreſſe de l'ouvrier. D'ailleurs les vouſſoirs plus ou moins gros comprennent un arc du ceintre d'un plus grand ou plus petit nombre de degrés, ce qui augmente ou diminue le nombre des lits, par conſéquent les frottemens.

D'où l'on peut conclure qu'il eſt aſſez difficile de pouvoir bien déterminer une courbe d'extrados; tout ce qu'on en peut dire ſûrement, c'eſt qu'elle ne doit pas être la même que celle de la doële, contre l'uſage ordinaire de la plûpart des Architectes, & la ſuppoſition de tous les livres de la coupe des pierres, à laquelle je me ſuis cependant conformé, pour ne pas embarraſſer les traits, & parce que je n'ai rien de bien prouvé à ſubſtituer à cet uſage, dont la ſeule expérience a fait ſentir le défaut.

Il ſeroit inutile de remarquer ce défaut, ſi l'on n'y apportoit quelque correction; c'eſt pourquoi j'ai cru que je devois en propoſer une, tirée partie de l'expérience, partie de la théorie.

Premierement, je puis faire remarquer que les anciens Architectes, guidés par la ſeule expérience & les regles du bon ſens, ſe ſont parfaitement rencontrés avec celle de la théorie, qui n'ont cependant été découvertes que de notre tems; car, ſi l'on en croit les profils que Palladio nous a donnés des voûtes du panthéon & de la galluce, qui ſont des plus grandes qu'il nous reſte de l'antique, on trouvera que leur épaiſſeur priſe à 30 degrés au deſſus de leur naiſſance, eſt environ triple de celle de la clef, ce que l'on peut comparer avec la figure 47, où la ligne EF paſſant par le point D, à 30 degrés au deſſus de la naiſſance A, du

quart de cercle ADM, eſt auſſi le triple de l'épaiſſeur hm^i.

Les Architectes modernes en ont uſé de même ; ſi l'on en croit auſſi les profils gravés par Marot, du dôme du Val-de-Grace à Paris, on y remarquera le même épaiſſiſſement de la voûte à 30 degrés au deſſus de la naiſſance.

Je tiens cependant qu'un ſi grand épaiſſiſſement n'eſt pas néceſſaire, & qu'on peut ſans crainte le diminuer d'un ſeptieme ; en voici la raiſon. L'épaiſiſſement EF vient de la ſuppoſition que les vouſſoirs ſoient des corps infiniment polis, mais il s'en faut de beaucoup que nos pierres, quelque fines qu'elles ſoient & proprement taillées par leurs lits, ne ſoient telles ; puiſque nous voyons par expérience, qu'elles ne gliſſent plus ou très-peu, ſur un plan dont l'inclinaiſon eſt moindre de 30 degrés & au deſſous lorſque la longueur de la coupe du lit eſt plus grande que la corde de la doële, ou, pour parler plus poſitivement, lorſque le centre de gravité du vouſſoir ne tombe pas au dehors du plan incliné du lit ſur lequel il eſt poſé ; or en ce cas le côté du lit incliné eſt à ſa projection horiſontale, comme 2 eſt à la racine de 3, ou à très-peu près comme 7 eſt à 6 ; donc il ſuffit que les reins de la voûte à 30 degrés au deſſous de la naiſſance, ſoient à l'égard de la hauteur de la clef, où eſt la moindre épaiſſeur, comme 18 eſt à 7.

D'où je crois qu'on peut tirer une aſſez bonne *regle de pratique pour les extrados*, qui eſt de porter trois fois de ſuite l'épaiſſeur
Fig. 48. de la clef à l'impoſte comme hm^i en AL [*Fig.* 48.] ou HQ en AO ; puis ayant tiré la corde LH, on élevera ſur ſon milieu M une perpendiculaire Mc^d, qui coupera l'à-plomb du milieu HC prolongé en c^d, où ſera le centre de l'arc de l'extrados LeH, lequel arc ſera toujours moindre que le quart de cercle, & ne ſera pas équidiſtant de la doële.

On pourroit trouver plus préciſément la courbe de l'extrados dans un ſyſtême tout oppoſé à celui que nous venons d'établir, conſidérant les vouſſoirs comme des corps qui ne gliſſent point ſur leurs lits, mais qui ne font effort que pour s'écarter & ſe renverſer ; c'eſt ainſi que M. Couplet les a conſidéré dans un Mémoire qui a été inſéré dans ceux de l'Académie, de l'année 1730, dont il ne ſera pas inutile de donner un extrait pour les ceintres de demi-cercle entier & de 120 degrés. Il trouve par un long calcul algébrique qu'une voûte de 28 pieds de diametre d'épaiſſeur par-tout égale, dont l'intrados & l'extrados ſont des arcs

de cercles concentriques, ne peut avoir moins d'un pied cinq pouces dix lignes & un quart d'épaiſſeur, qui ſont près de 18 pouces, & que celle d'un même rayon de quatorze pieds, qui ne ſeroit que d'un arc de 120 degrés, pourroit être près de cinq fois moins épaiſſe, n'ayant que trois pouces trois lignes & trois quarts d'épaiſſeur.

Si au lieu de conſidérer la largeur de 28 pieds comme diametre d'un demi-cercle, on la conſidere comme la corde d'un arc de 120 degrés, on n'aura pour ſon épaiſſeur que trois pouces & près de dix lignes, c'eſt-à-dire, ſeulement environ ſix lignes de plus. D'où il ſuit évidemment, que ſi l'arc étoit d'un moindre nombre de degrés, & cependant toujours d'un même rayon, l'épaiſſeur diminueroit encore, puiſque la charge diminue.

Cependant comme dans cette hypothèſe l'effort de la peſanteur de la voûte ſe fait ſur les arêtes des vouſſoirs, qui peuvent s'écraſer par la charge plus ou moins facilement, ſuivant la conſiſtance de la pierre, laquelle peut être plus ou moins dure; il croit, pour éviter tout accident, qu'il faut au moins doubler & même tripler l'épaiſſeur trouvée par la formule algébrique, afin que les points ou plutôt les lignes des appuis ſe trouvent au quart ou au milieu des lits des vouſſoirs, & non pas ſur les arêtes. D'où je tire une conſtruction qui me paroît d'autant plus convenable à la pratique, qu'elle differe peu de la précédente, quoique venant d'une hypothèſe toute oppoſée, & avec cet avantage, qu'en celle-là nous avons donné à la clef une épaiſſeur arbitraire ſans en connoître la néceſſité, & qu'ici nous connoiſſons la moindre épaiſſeur que la prudence d'un Architecte doive haſarder; la voici.

Suppoſant encore le diametre de la voûte en plein ceintre de 28 pieds, on portera ſur le rayon *Ch* prolongé une longueur de 8 pouces de *h* en Q, ſi la pierre eſt dure, ou bien un pied ſi la pierre eſt tendre, & la ſixieme partie de ce rayon de C en *g*; d'où comme centre, & de l'intervale *g*Q pour rayon, on décrira un arc de cercle *o*QO, qui ſera celui de l'extrados de la voûte, ce qui donnera à peu près l'épaiſſiſſement qu'exige la formule doublée ou triplée, comme on le jugera à propos, en déterminant l'épaiſſeur de la clef, afin de donner aux appuis la réſiſtance convenable à la charge. Fig. 48.

En effet, puiſque la formule donne pour un arc de 120 degrés & de 18 pieds de rayon 3 pouces 3 lignes $\frac{3}{4}$, dont le double eſt 6 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, en prenant 8 pouces à la clef, on a en-

core un pouce quatre lignes $\frac{1}{2}$ de renfort à la clef; & à la hauteur de 30 degrés, on aura environ un pied trois pouces d'épaisseur, quoique la formule ne demande que 6 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$; par conséquent la force est plus que doublée aux reins. Enfin si l'épaisseur de la formule doublée à l'imposte d'une voûte d'égale épaisseur de 28 pieds de diametre ne donne qu'environ trois pieds, & même un peu moins, celle de notre construction sera plus que suffisante pour une voûte d'épaisseur inégale, qui diminue continuellement depuis l'imposte à la clef, ensorte qu'elle est déchargée de plus des $\frac{3}{4}$ de la pesanteur qu'elle auroit si elle étoit d'égale épaisseur par-tout.

L'extrados de la moindre épaisseur étant ainsi supposé & tracé, il sera facile d'en tracer un autre de plus grande épaisseur, s'il est nécessaire par quelque raison de fortifier la voûte, comme en *h*H au lieu de *h*Q; puisqu'il n'y a qu'à faire passer par le point H un arc de cercle H*d* concentrique à Q*o*, qui ajoute par-tout une égale épaisseur.

Au reste il ne faut pas regarder cette pratique comme une regle géométrique absolument conforme aux loix de la Méchanique & de la Statique, mais comme un bon guide pour se conduire dans l'exécution, & ne rien risquer du côté de la solidité.

Nous avons toujours supposé les ceintres circulaires, pour plus de facilité; mais s'ils étoient surhaussés ou surbaissés, il faudroit avoir égard au plus ou moins de poussée, sur quoi nous donnerons quelques regles à la fin de cet ouvrage.

On peut faire une objection contre la maxime que je viens d'établir, de diminuer l'épaisseur des voûtes depuis l'imposte jusqu'à la clef, c'est que, quoique les voussoirs ne soient pas des corps polis, ils ne sont pas aussi des corps adhérens, comme dans la seconde hypothèse, ils tendent à glisser sur leurs lits, d'autant plus qu'ils approchent de la situation verticale; or en diminuant la longueur de la coupe qui fait la largeur des lits, on diminue deux choses qui contribuent à les soutenir, l'une c'est le frottement, qui est plus considérable dans une grande que dans une petite surface, l'autre c'est la retombée, qui est d'autant plus grande, que le joint de tête de la coupe est plus long; or cette retombée, qui est une ligne horisontale, exprime la force qui soutient le voussoir contre la verticale qui exprime sa pesanteur, par conséquent plus on diminue la retombée

bée, moins on eſt aſſuré du ſupport de la clef.

Pour répondre à cette objection, on peut premierement lui oppoſer la fig. 47, où les regles de la Méchanique & de la Statique nous font voir que le ſommet de la voûte doit être la partie la plus mince. Secondement, quoiqu'il ſoit vrai que le frottement ſoit plus conſidérable dans une grande que dans une petite ſurface, qu'il augmente & diminue ſelon la peſanteur des vouſſoirs, il eſt auſſi vrai que l'effort pour le vaincre augmente ou diminue ſuivant le plus ou moins d'épaiſſeur. Enfin il eſt viſible que la coupe d'un joint de tête d'une inclinaiſon conſtante donnera toujours des retombées & des hauteurs de retombées proportionnelles, quoique prolongée ou raccourcie; par conſéquent qu'en diminuant l'épaiſſeur d'un vouſſoir, on diminue autant de l'effort du poids qui le pouſſe en bas que de la puiſſance du vouſſoir contigu qui le ſoutient en l'air; puiſque l'une de ces puiſſances eſt exprimée par la hauteur de la retombée, & la ſeconde par l'hypotenuſe de la retombée.

On me demandera peut-être ici quelque regle, tirée de l'expérience, touchant l'épaiſſeur des voûtes à la clef, ſur laquelle on puiſſe raiſonnablement compter, ſans avoir recours au calcul algébrique, dont tout le monde n'eſt pas capable, & auquel les cauſes phyſiques ne ſont pas ſujettes, ſans quelque correction, comme dans cet exemple des pierres plus ou moins dures. A quoi je répondrai qu'il faut premierement faire attention aux uſages des voûtes; il en eſt qui doivent porter de gros fardeaux inégalement diſperſés ſur leur ſurface, comme ſont les arcs des ponts, ſur leſquels paſſent de peſantes voitures; il en eſt qui en portent peu, comme des voûtes ſur leſquelles on appuie quelques pieces de charpente; il en eſt qui ne portent rien du tout, comme pluſieurs voûtes d'égliſes, dont la charpente porte ſur les murs.

1°. A l'égard des voûtes de la premiere eſpece, on remarque dans quelques ponts antiques, que leur épaiſſeur à la clef eſt au plus le dixieme du diametre de l'arche, & plus ordinairement le douzieme, & que le moins qu'on puiſſe leur donner, ſuivant le ſentiment d'un bon Architecte, Leon Baptiſte Alberti, eſt le quinzieme.

2°. Lorſque les voûtes ne portent rien, il ſuffit de leur donner moitié moins d'épaiſſeur, que je réduis à une vingt-quatrieme partie du diametre, c'eſt-à-dire, un demi-pouce par pied; ma

raiſon eſt que la voûte de la nef de l'égliſe de Saint Pierre de Rome, qui eſt des plus grandes que je ſçache, & qui n'eſt pas même abſolument ſans charge, puiſqu'elle porte une partie de la charpente de la couverture, eſt à peu près dans cette proportion; car ſuivant les meſures de M. Tarade, elle a 82 pieds de diametre, & ſeulement trois pieds ſix pouces d'épaiſſeur en brique, ce qui revient à $\frac{1}{23}$ & $\frac{5}{7}$; ſur ce principe une voûte de 28 pieds de diametre auroit 14 pouces à la clef, ce qui paroît aſſez conforme à la conſtruction ordinaire, pourvu que les reins ſoient épaiſſis au moins du double à 30 degrés de hauteur au deſſus de la naiſſance, ou butés par quelques lunettes.

Si l'on deſcend dans les plus petites voûtes, comme d'un pied ou deux de diametre, on trouvera une comparaiſon ſurprenante des épaiſſeurs que je propoſe, avec celles de la table de M. Gautier; puiſque pour un arceau d'un pied, il donne 25 fois plus d'épaiſſeur en pierre dure, & 36 fois en pierre tendre, c'eſt-à-dire, un pied ſix lignes en pierre dure, & un pied ſix pouces en pierre tendre; mais il faut faire attention qu'il pourvoit à la charge des voitures, & moi ſeulement à la peſanteur de la voûte conſidérée dans ſes parties; en effet on ceſſera d'être ſurpris qu'un demi-pouce d'épaiſſeur puiſſe ſuffire à un arceau d'un pied, lorſqu'on ſçaura que des voûtes gothiques en tiers point de 24 & de 25 pieds de rayon ſubſiſtent avec une épaiſſeur de 5 & 6 pouces, laquelle devroit être du double ſuivant notre regle, prenant le rayon des gothiques pour diametre ou largeur de la voûte, comme il l'eſt en effet; il eſt vrai que ce n'eſt que dans des arcs de 60 degrés; car je doute qu'elles euſſent ſubſiſté à 90 degrés, ſi elles n'avoient eu qu'un ceintre.

De la chaînette.

S'il eſt démontré que le ceintre d'un berceau étant circulaire, on ne peut mettre l'équilibre entre ſes vouſſoirs qu'en les faiſant de longueur inégale, il l'eſt auſſi par l'inverſe que lorſqu'on veut faire des vouſſoirs d'égale épaiſſeur, on ne peut les ranger ſur une courbe circulaire, mais ſur une autre eſpece, qui eſt celle que forme le poids d'une chaîne ou corde chargée à diſtances égales de poids égaux, ſuſpendue par les deux bouts, & plus ou moins lâche, comme on la veut, pour la diſtance de la ligne d'impoſte juſqu'au milieu de la clef.

C'eſt donc à l'Architecte à prendre ſon parti dans la conſ-

truction d'une voûte, sur l'égalité ou l'inégalité de son épaisseur, & à voir s'il n'est point asservi à la grace du contour circulaire ou elliptique. S'il veut que sa voûte soit également épaisse, il n'a rien de mieux à faire qu'à tracer sur un mur à plomb, une ligne qui soit de niveau ou rampante de longueur égale à sa hauteur. S'il pend ensuite une corde aux naissances, & qu'il la lâche jusqu'à ce que son milieu parvienne à l'extrêmité de la verticale qui exprime la hauteur renversée, cette corde lui marquera le contour qu'il doit suivre & tracer sur le même mur, cette courbe sera le ceintre demandé, qu'il n'y aura plus qu'à renverser pour le mettre dans sa situation naturelle, comme on voit AGB ou ANB, fig. 50, tournée au dessus en A*g*B & A*m*B. Fig. 50.

Cependant cette courbe qui convient si bien à l'équilibre des voussoirs égaux, ne convient guere à la beauté du contour de la doële; parce qu'elle fait un jarret avec le piédroit à sa naissance en A & B, qui devient d'autant plus choquant à la vue, que le ceintre est surbaissé, comme on voit en RA*m*. Dans ce cas, si l'on veut en faire usage, il faut prendre sa naissance, non pas sur le tableau du piédroit en A, mais un peu en dedans, comme en *a*, pour y inscrire un arc de cercle d'un ceintre pris sur la ligne AB, comme AT du centre C, pour la moitié de la chaînette ATG ou *a*T*n*, ensorte qu'il la touche en un point T pour effacer le jarret, faisant cet arc plus ou moins grand, comme on le jugera à propos, je veux dire d'un plus grand ou d'un plus petit rayon; car pour le nombre de degrés, il est déterminé par l'attouchement à la chaînette; mais cette correction ne fait que transporter le jarret de *a* en T, & le rendre le moins sensible qu'il se peut, elle ne l'ôte pas tout à fait; le cercle & la chaînette sont deux courbes trop différentes pour que l'œil n'en apperçoive pas encore un peu la jonction, lorsque la hauteur, qui est ici la profondeur de la voûte, n'est pas plus grande que sa demi-largeur.

Le ceintre usité qui approche le plus de cette courbe est le gothique, comme on voit à la fig. 50, ou A*us* est presque confondu avec la chaînette A*xg*, dont il ne se détache que vers la clef, où se fait l'angle gothique.

On peut voir les propriétés de la chaînette pour les voûtes dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1729, où M. Couplet les a clairement démontrées.

Dans le systême des voussoirs inégaux, on pourroit faire

les ceintres des voûtes de plusieurs sortes de courbes, dont le contour seroit agréable à la vue : telles sont, par exemple, l'ovale de Cassini, la cycloïde pour les surbaissés ou surmontés, la spirale pour les arcs rampans, & plusieurs autres.

De l'ovale de Cassini.

Fig. 49. Le contour de la Cassinoïde ressemble beaucoup à l'ellipse des sections coniques, elle est seulement un peu plus ouverte entre ses axes, comme on peut le voir à la fig. 49, ce qui fait aussi que ses foyers ne s'approchent pas tant des extrêmités du grand axe.

Nous avons remarqué, en parlant de l'ellipse, que la somme des lignes *f*T & FT, tirée des foyers à un point de la circonférence, étoit égale à la longueur du grand axe AB; dans la Cassinoïde, le produit ou rectangle fait de ces deux lignes est égal au rectangle fait des lignes A*f* & *f*B, ou, ce qui est la même chose, de BF & AF.

Soit AB le grand axe, & CD la moitié du petit. Du point C pour centre, & CB pour rayon, on décrira un quart de cercle BH, dans lequel on tirera une ordonnée *fd*, telle qu'elle soit égale à D*f*; en portant CH en B*h*, & tirant du point *h* par D, la ligne D*h*, qui coupera le quart de cercle H*d*B en *d*, par où on menera *df* parallele à CH, qui coupera le diametre AB en *f*, ce point *f* sera un des foyers; puis, portant l'intervalle C*f* de l'autre côté en CF, on aura l'autre foyer F.

Présentement, pour trouver autant de points qu'on voudra à la circonférence, comme en T, on cherchera une quatrieme proportionnelle à trois lignes données, sçavoir B*p* : BF :: B*f* : B*x*, dont la premiere B*p* est prise à volonté, mettant le point *p* entre C & *f*. Ce que l'on peut faire facilement en tirant du point B une ligne B*g*, qui fasse avec AB un angle quelconque, puis on fera B*g* égal à BF; alors après avoir tiré la ligne *pg* on lui fera la parallele *fx*, qui coupera B*g* en *x*; la ligne B*x* sera la quatrieme proportionnelle demandée pour la longueur *f*T. Ainsi du point F pour centre, & pour rayon B *p* on fera un arc de cercle en T, & du point *f* pour centre, & pour rayon B*x*, on en décrira un autre qui coupera le précédent au point T, lequel sera à la circonférence de l'ovale.

La raison de cette construction est qu'il s'agit de trouver des côtés inégaux de rectangles égaux; or, à cause que les rectangles

égaux ont leurs côtés en raiſon réciproque (par la 14ᵉ. du 6ᵉ. livre d'Eucl.), on a fait $Bp : Bg :: Bf : Bx$, ce qui donne $FT : BF :: Bf : fT$; donc $FT \times fT = BF \times Bf$ ou AF, *ce qu'il falloit faire.*

Préſentement, pour tirer les joints de tête de cette eſpece de ceintre, par exemple, pour celui qui paſſera par un point de diviſion de vouſſoir comme T, on cherchera une troiſieme proportionnelle aux lignes FT & Tf, en portant la longueur TF en TI, & menant IK parallele à AB, qui coupera FT en K ; on portera la longueur TK ſur fT prolongée en k, par où on tirera kF, à laquelle on menera par le point T la parallele TN, qui ſera le joint de tête demandé.

La raiſon eſt que, ſi par le point T on mene tT perpendiculaire à kF, elle ſera tangente de l'ovale au point T, par conſéquent TN, qui eſt parallele à kF, lui ſera perpendiculaire, ce que M. Varignon a démontré dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1703.

De la cicloïde.

La ſeconde eſpece de courbe qu'on pourroit mettre en uſage ſeroit la roulette ou *cicloïde*, dont le contour eſt agréable à la vue. *Fig. 51.*

Soit [*fig.* 51.] un ceintre ſurbaiſſé à faire, dont la longueur du diametre horiſontal eſt AB, & ſa hauteur ſous clef MH ; du point C, milieu de MH, pour centre, on décrira un cercle MNH6, dont on diviſera la circonférence en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du ceintre, par exemple, ici en douze aux points 12M4567, &c. par leſquels & par le centre C on tirera autant de rayons ou de diametres. Enſuite on menera par le point C une ligne ab parallele & égale à AB, qu'on diviſera en autant de parties égales entr'elles, qu'on a diviſé la circonférence du cercle, & par tous ces points on menera des lignes paralleles & égales aux rayons du cercle correſpondans aux mêmes diviſions ; ainſi, par le point 5 de cette ligne ab, on tirera la ligne 5, 12 parallele & égale à C2 ; par le point 4 la ligne 4, 11 parallele & égale à C1, par le point 3 la ligne 3, 16 égale à Cn ou C6 ſur la même ligne, & ainſi de ſuite 2, 15 parallele & égale à C5, &c. Par les points trouvés A, 12, 11, 16, 15, 14, on tracera à la main ou

Fig. 51. avec une regle pliante une ligne courbe qui sera la cicloïde demandée.

Si la ligne AB a été faite égale à la circonférence du cercle MNH6, la cicloïde sera celle qu'on appelle du premier genre, laquelle convient à un arcade dont les piédroits sont à plomb; si la ligne ME, moitié de la base est plus grande que la moitié du contour du cercle, elle ne peut convenir qu'à des piédroits en surplomb, & au contraire si elle est plus petite que la demi-circonférence, comme MD ou M*d*, à des piédroits en talud, parce que ces dernieres rentrent en elles-mêmes: on pourroit aussi les employer en une voûte dont la naissance est ornée d'une corniche qui a de la saillie, & qui est assez élevée pour cacher une partie de cette naissance.

Il nous reste à donner la maniere de mener une tangente à cette courbe par un point donné, pour trouver la coupe ou inclinaison des joints de tête des voussoirs, qui doit être perpendiculaire à cette ligne, comme nous l'avons dit au troisieme livre.

Soit [*fig.* 51.] le point *d*, donné pour un joint, par où il faut mener une tangente pour le faire perpendiculaire à cette ligne, on menera par les points *d* & H les lignes *df* & HG, paralleles à AB, dont la premiere coupera le cercle générateur en *i*; on prendra sur *df* la longueur *dg* égale à *if*, & GH égale à *fg*; la ligne tirée de G par *d* sera la tangente qu'on demande, ce qui a été démontré par M. de la Hire, dans son traité des épicloïdes, & dans les Mémoires de l'Académie de 1706.

De la spirale.

La troisieme espece de courbe qui peut servir à la formation des ceintres, dans les cas où les naissances ne sont pas de niveau, est la spirale d'Archimede, ou de Varignon, dont nous avons parlé au 2[e]. livre, particulierement cette seconde, qui peut être variée suivant les occurences & les points donnés en beaucoup plus de manieres que les sections coniques, par le moyen des courbes génératrices différentes, qu'on peut choisir de telle espece qu'on jugera à propos. La seule raison qui pourra en empêcher l'usage, sera peut-être la difficulté de les tracer, & de les faire passer par des points & des lignes de sommité données; cependant, si l'on veut faire attention aux moyens que nous avons donnés pour faire

passer la premiere révolution par où l'on veut, & lui mener des tangentes par toutes sortes de points donnés, on verra qu'il n'est guere plus difficile de trouver des arcs rampans de portion de spirales, que de les faire de portion de sections coniques. Je suppose même que l'on se trouve un peu embarrassé, il y a un moyen simple & usité, dont j'ai parlé au même livre, de l'abaisser ou de l'élever par le moyen de la graticule, faite de parallelogrames plus ou moins oblongs, rectangles ou obliquangles.

On verra à la figure 52 l'effet d'une portion R*h*M de spirale circulaire AR*h*M*d*C appliqué à un arc rampant, où l'on a ponctué la continuation de cette courbe, qui est inutile au sujet dont il est question. Fig. 52.

Pour moi je trouve que lorsque la ligne de sommité n'est pas parallele à celle de rampe, qu'elle concourt avec elle au bas, du côté de l'imposte inférieure, & que le grand axe de l'ellipse est incliné d'environ 45 degrés à l'horisontale, il se fait une espece de jarret au-dessus de cette imposte, qui ne se trouve point dans le contour de la spirale de Varignon. La raison de cette apparence de jarret vient de ce que c'est à cette distance des axes que le changement de courbure des ellipses est le plus sensible, lorsque les axes sont considérablement inégaux; car la partie de la circonférence vers le petit axe s'applatit, c'est-à-dire, se redresse considérablement, & je suis persuadé que ceux qui compareront l'effet de l'une & de l'autre de ces courbes dans plusieurs cas, préféreront la grace du contour de la spirale circulaire ou elliptique appliqué à un arc rampant, à celles des portions de cercles rassemblées, ou de l'ellipse même, lorsque les piédroits sont à-plomb, & que les lignes de rampe & de sommité ne sont pas paralleles.

Des courbes composées.

Outre les courbes simples qui servent à former les ceintres des berceaux, il en est d'autres qui sont composées de deux ou plusieurs portions de courbes.

Premierement, la plupart des voûtes surbaissées, surhaussées & rampantes sont faites par les ouvriers ignorans de portions de cercles; nous en avons expliqué l'art au 2e. livre, il est inutile de le répéter ici.

2°. Les ceintres des voûtes qu'on appelle en *tiers point* ou *go-*

thiques ſont auſſi composés de deux arcs de cercles, dont les centres A & B [*fig.* 50.] ſont à diſtance égale entr'eux & avec le ſommet S, comme les trois angles d'un triangle équilatéral, d'où vient le nom de *tiers point* donné aux voûtes gothiques, parce que les bâtimens qui nous reſtent de l'architecture des Goths ſont la plupart ainſi voûtés, & ſi les arcs de chaque pendentif ne ſont pas exactement de 60 degrés, ils en approchent toujours beaucoup.

Cette conſtruction eſt déſagréable à la vue, à cauſe de l'angle que forment à la clef les doëles de chaque pendentif; mais elle avoit ces avantages :

1°. Qu'elle donnoit la facilité d'exécuter les voûtes avec de très-petits vouſſoirs, ſans façon; car ils étoient ſouvent à l'équerre ſans coupe, ce qu'on appelloit des *pendans*.

2°. Ils coûtoient peu de dépenſe.

3°. Ils rendoient les voûtes légeres, & cependant de longue durée, comme nous le prouvent la plupart de nos anciennes égliſes.

4°. Cette légereté diminuoit encore la dépenſe des piliers & piédroits, qui étoient contretenus facilement par quelques arc-boutans auſſi légers, mais ſuffiſans pour réſiſter à la pouſſée des voûtes.

Nos ceintres circulaires ou elliptiques n'ont pas le même avantage, parce que la coupe des vouſſoirs auprès de la clef eſt ſi inclinée, qu'elle approche beaucoup d'une ligne à plomb; de ſorte que pour augmenter la largeur de la queue à l'extrados ſur celle de la doële, on ne peut ſe diſpenſer d'allonger cette coupe, & de faire le vouſſoir un peu épais; au lieu qu'aux ceintres en tiers points les coupes de la clef même ſont toujours inclinées à une ligne à plomb d'un angle de 30 degrés, de ſorte que ſur ſix pouces d'épaiſſeur de vouſſoir, la queue à l'extrados eſt élargie de trois pouces, c'eſt-à-dire, de moitié, ce qui eſt conſidérable. Les Architectes de ces tems-là faiſoient de grands & bons ouvrages avec beaucoup moins de frais que nous ne faiſons aujourd'hui, par la ſeule diſpoſition de ceintres de leurs voûtes, mais ils étoient difformes.

Pour concilier la légereté des voûtes avec la régularité de la doële, on pourroit effacer l'angle rentrant que la clef fait en S, par le moyen d'un arc de cercle, qu'on y peut inſcrire, en prenant pour termes des points 5, 7, à diſtance du point S à volonté;

lonté ; ſi l'on tire 5B ou 7A , le point D où ces lignes coupent l'à plomb SC , donnera le centre de cet arc, qui touchera les côtés du ceintre en tiers point , en effacera l'angle rentrant , & le rendra fort ſemblable à la courbe de la chaînette, dont il conſervera quelque propriété , ſans avoir le défaut de ſon jarret à l'impoſte. Mais après tout, une demi-ellipſe vaut encore mieux que cette compoſition.

3°. Il eſt une autre ſorte de ceintre compoſé de deux portions de paraboles, que quelques bons Architectes ont mis en uſage & préferé aux compoſitions d'arcs de cercles ou aux ellipſes ; Maître Blanchard , qui ne s'embarraſſe pas des noms , l'appelle l'*ellipſe* ou *ovale*. En voici le trait.

Soit [*fig.* 53.] la largeur de la voûte D*d* & ſa hauteur IA ; on menera par le point A une ligne B*b* parallele & égale à D*d*, & l'on tirera les perpendiculaires BD , *bd*. On diviſera enſuite BD en autant de partie égales que l'on voudra avoir de points de la courbe , & BA en un même nombre de parties auſſi égales entr'elles , par exemple , ici en 4, ſuppoſant BD diviſé auſſi en quatre, & par les points correſpondans de ces diviſions , à commencer vers D & B, on menera des lignes droites 1 11 , 2 12 , 3 13, qui ſe croiſeront aux points *k* & *l*, & formeront une portion de polygone D1*kl*13A, dans lequel on tracera à la main une courbe , qui touche ſes côtés , telle qu'on la voit ſeule en A*ghsd* , laquelle courbe eſt une parabole , que les Architectes formoient ſans la connoître avant que M. de la Hire l'eût examinée & reconnue , comme il l'a expliqué dans les Mémoires de l'Académie des Sciences , année 1702. *Fig.* 53.

Si l'on veut trouver les lignes & les points néceſſaires pour décrire cette parabole , il n'y a qu'à mener la corde A*d* , la diviſer en deux également en *m*, tirer *mb* qui ſera un diametre [art. 47. du liv. 1 , pag. 20.] auquel ayant tiré par le point *b* la perpendiculaire E*f*, on menera par les points A & *d* les paralleles AE , *df* à *mb* , qui couperont E*f* aux points E & *f*. Si l'on porte la longueur *df* ſur *d*A en *d*F, on aura le point F , qui ſera le foyer de la parabole [l. 1 , art. 31.] & ſi par ce point on mene FX parallele à *mb* , on aura l'axe , [l. 1 , art. 20.] puis diviſant FX également en *s*, on aura le ſommet *s* de cette parabole ; avec ces données , il ſera aiſé de la décrire par le problême X du 2e. liv. pag. 155.

Remarques sur cette espece de ceintre.

Quoique les deux portions de parabole dont le ceintre est composé soient réunies au point A, ou chacune d'elles touche la même ligne B*b*; il est cependant vrai de dire qu'on doit y appercevoir un peu de jarret, particulierement si la hauteur de la clef AI est grande à l'égard de la largeur D*d*, de même qu'on en trouve dans la jonction de deux arcs de cercles dont les rayons sont de longueur bien différente, comme nous l'avons fait remarquer au 2e. liv. & encore plus parce que l'uniformité du cercle est plus propre à ces sortes de transitions. Il semble aussi qu'au sommet *s* de chaque parabole il se fasse un renfoncement un peu trop sensible, comme l'a remarqué M. de la Hire, qui le trouve convenable lorsque l'imposte de la voûte est ornée d'une corniche qui cache une partie de la naissance du ceintre; mais les Architectes y suppléent ordinairement par une portion de surface droite verticale qu'ils laissent au-dessus de la corniche, pour que sa saillie ne couvre pas une trop grande partie de la naissance de la voûte. Alors pour bien faire & éviter ce remede, il faut faire les corniches des dedans très-légeres, suivant le conseil de Vitruve, dont nous parlerons dans une dissertation à la fin de cet Ouvrage. Voilà à peu près ce que l'on peut dire de plus remarquable touchant les variations des berceaux à l'égard de leurs ceintres.

La seconde espece de variation des berceaux, qui vient du changement de direction de leurs côtés sur les faces, & où l'on considere leur situation à l'égard de l'horison, peut être divisée en six cas différens.

1°. Lorsque le berceau a son axe de niveau & perpendiculaire à ses faces, c'est-à-dire, lorsque le demi-cylindre est droit, le berceau s'appelle aussi en termes de l'art, berceau *droit & de niveau.*

2°. Lorsque le ceintre de face d'un berceau horisontal est dans un plan vertical, mais oblique à la direction des côtés, ou, ce qui est la même chose, à celle de l'axe; alors le berceau est appellé *biais*.

3°. Lorsqu'à cette obliquité de face à l'égard de l'axe, c'est-à-dire, à la direction du berceau, il survient une seconde obliquité de la face à l'égard de l'horison, auquel elle est inclinée en angle obtus, comme au talud, ou en angle aigu,

comme au ſurplomb, on ajoute au nom de *biais* celui de la double obliquité, en diſant *biais & en talud*, ou *biais & en ſurplomb*.

4. Lorſque l'axe du berceau eſt incliné à l'horiſon, & que ſa face eſt dans un plan vertical perpendiculaire à la direction horiſontale, alors la double obliquité à l'égard de l'horiſon & de la face, s'exprime en termes de l'art par le nom de *deſcente droite*, où il faut remarquer, que la direction horiſontale eſt exprimée par la projection de l'axe ou des côtés dans le *plan* ichnographique.

5°. Si la face de la deſcente, reſtant verticale, eſt tournée obliquement à la direction horiſontale du berceau, il ſe forme une triple obliquité qu'on appelle *deſcente biaiſe*.

6°. Si à ces trois obliquités; ſçavoir, 1°. de l'axe à l'horiſon, 2°. de l'axe à l'égard de la face, 3°. de la face à l'égard de la direction horiſontale de l'axe, il en ſurvient une quatrieme, qui eſt celle de la face à l'égard de l'horiſon en angle obtus de talud, ou en angle aigu de ſur-plomb, on exprime ces quatre obliquités par le nom de *deſcente biaiſe & en talud* ou en *ſurplomb*.

Nous ne parlerons pas ici des berceaux dont l'axe eſt en ſituation verticale, on ne les comprend pas ſous le nom de voûte, mais de *tour ronde* ou *creuſe*, & les obliquités de leur face ſupérieure ne peuvent varier que lorſque quelque berceau horiſontal ou incliné y aboutit. Nous parlerons de ces rencontres à la ſeconde partie de ce 4ᵉ. livre.

Obſervations générales ſur les effets que produiſent les variations des berceaux dans le trait des épures.

Premierement, il eſt évident que lorſque les berceaux ſont droits & extradoſſés circulaires, & leurs faces diviſées en vouſſoirs égaux, toutes les ſurfaces de même eſpece ſont égales entr'elles. Sçavoir, 1°. les têtes, puiſqu'elles ſont, par la ſuppoſition, des portions égales d'une même couronne de cercle. 2°. Les doëles plates & les creuſes, leſquelles ſont les unes des parallelogrames rectangle égaux, les autres des ſegmens de cylindre auſſi égaux. 3°. Les lits ſont auſſi des parallelogrames rectangles égaux entr'eux, ſuppoſant la voûte extradoſſée d'égale épaiſſeur; mais ſi elle ne l'étoit pas, ces parallelogrames rectangles deviendroient inégaux en s'élargiſſant de plus en

plus, à meſure que les lits approcheroient de celui des impoſtes.

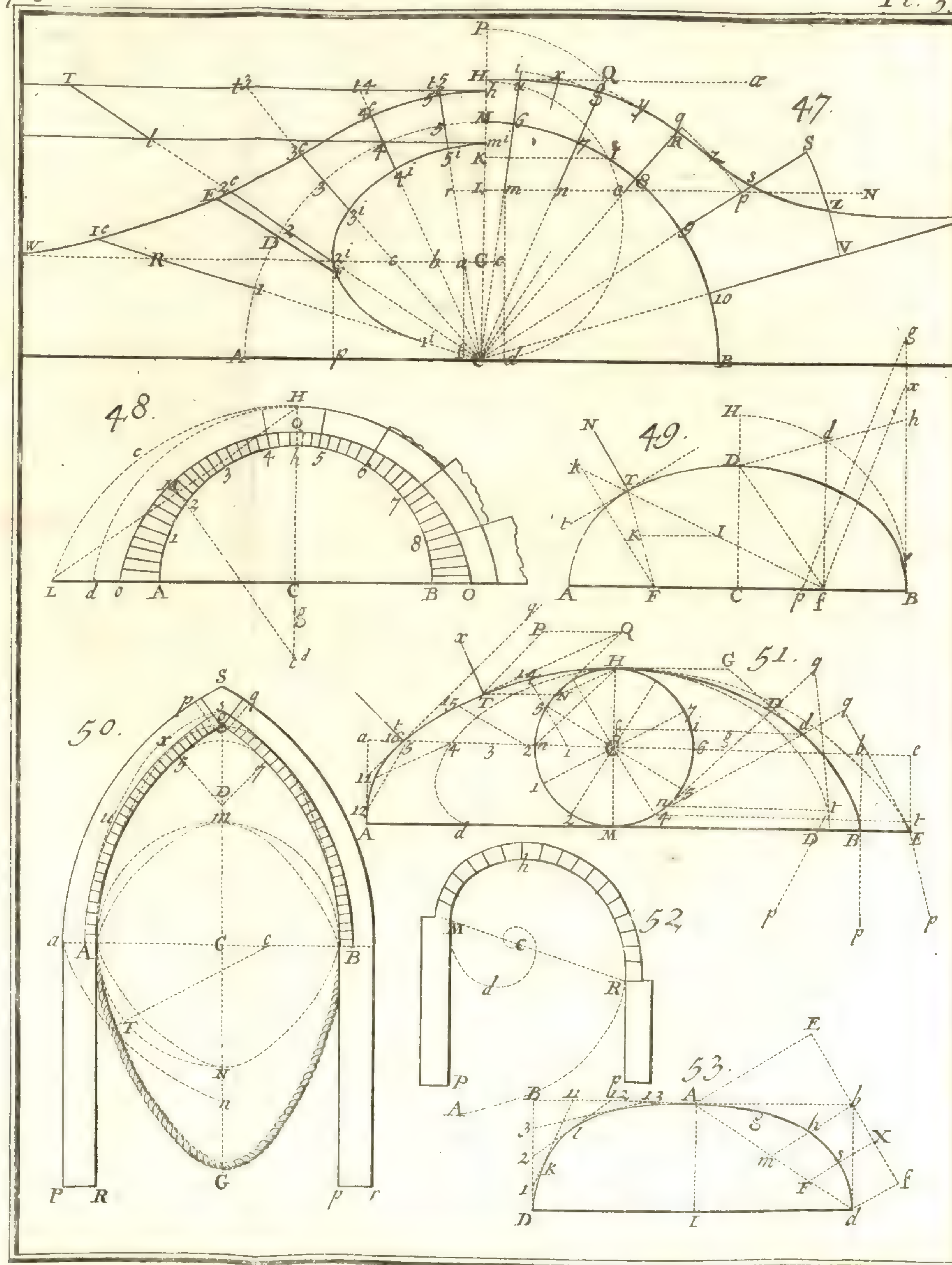
2o. Si le berceau, étant encore ſuppoſé droit, étoit elliptique par ſon ceintre, les ſurfaces des têtes, quoique provenant de diviſions égales des joints au contour de la doële, ne peuvent être égales entr'elles de ſuite, mais ſeulement les oppoſées à même hauteur ſur les impoſtes, parce que les couronnes d'ellipſes dont elles ſont partie ſont inégalement diviſées par des perpendiculaires à la tangente de dedans au dehors; ainſi il faut un panneau pour chacune.

3o. Dans les berceaux biais & deſcentes avec talud ou ſans talud, les ſurfaces rectilignes des doëles plates ou des lits ſont néceſſairement inégales, quoique l'on faſſe celles des têtes égales entr'elles, parce que ces doëles ou lits ne ſont plus des rectangles, mais des trapezes ou des rhomboïdes; ainſi il faut les tracer chacune en particulier.

A l'égard des différences des contours de ceintres qui réſultent des variations des berceaux, il eſt clair qu'elles ſont renfermées dans le plus ou le moins d'allongement des ellipſes, puiſque les berceaux étant des demi-cylindres, lorſque leurs ſurfaces ſont planes, il n'en peut réſulter que des ſections cylindriques, tant que le ceintre primitif ne ſera que circulaire ou elliptique, ſurhauſſé ou ſurbaiſſé; ainſi le biais, par exemple, ne peut produire dans toutes les manieres de le repréſenter dans l'épure, ſoit en élévation, ſoit en profil, ſoit en *plan*, je veux dire en projection horiſontale, que des cercles ou des ellipſes. Si *l'arc droit* eſt circulaire, tous les biais donneront des ellipſes, & jamais des cercles; mais ſi l'arc droit eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, il peut arriver que quelque ſituation de biais donnera un cercle, ou dans l'élévation, ou dans le profil, ou dans le plan horiſontal; ce que nous avons expliqué au premier livre en parlant des cylindres ſcalenes coupés par une ſection ſouſcontraire.

D'où il ſuit auſſi que ſi l'arc de face biaiſe eſt un cercle, non-ſeulement ſes paralleles ſeront des cercles, mais auſſi ceux qui feront un angle égal au biais de la face, tournés en ſens contraire, comme FGB = ABD ſur le même côté BD; ainſi

Planche 34, fig. 58. [*fig.* 58.] ſuppoſant que le parallelograme AD eſt le plan horiſontal d'un berceau dont la face AB eſt biaiſe & circulaire, non-ſeulement les ceintres qui lui ſont paralleles ED, *f*G lui


47.
48.
49.
50.
51.
52.
53.

ſont égaux, mais encore FG & ſes paralleles EI, &c. ſont auſſi circulaires, ce qui fait voir que quoique l'arc droit ſoit très-néceſſaire pour la formation d'un berceau biais, on pourroit, abſolument parlant, s'en paſſer pour creuſer une doële, ſi l'on avoit les poſitions paralleles & ſouſcontraires des arcs que chaque vouſſoir comprend ; mais comme la poſition à angle droit eſt la plus ſûre & la plus commode pour bien placer un cercle, ce moyen n'eſt pas convenable pour la justeſſe, parce qu'un angle obtus ou aigus plus ou moins ouvert, cauſeroit un grand changement au ceintre, quoique les hauteurs ſous la clef CH, M*h*, *mk* ſoient toujours égales.

Si par quelque cas extraordinaire, qui arrive cependant en certaines voûtes, le ceintre de berceau étoit de quelqu'autre ſection conique que le cercle ou l'ellipſe, comme, par exemple, celui qui eſt compoſé de deux portions de parabole, dont nous avons parlé ci-devant, & dont Maître Blanchard fait mention dans ſa coupe des bois, ou bien d'un arc d'hyperbole, comme le ceintre de ce berceau tronqué, qu'on appelle *trompe érigée ſur un ligne droite*, le biais d'une face ou d'un lit donneroit encore une ſection courbe de la même eſpece que la premiere, c'eſt-à-dire, que les faces biaiſes ou les lits obliques ſeroient encore dans leur contour des arcs de parabole ou d'hyperbole, qui différeroient du ceintre primitif en cela ſeulement qu'ils ſeroient un peu plus allongés, ou plus raccourcis, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité, ce que nous avons démontré au theor. III. du premier livre, pag. 31.

PROBLÊME X.

Faire un berceau droit, circulaire ou elliptique, ou rampant.

Le berceau droit n'eſt ſuſceptible d'aucune autre variété que de celle de ſon ceintre, qui peut être ſurhauſſé, ou ſurbaiſſé en plein ceintre, ou rampant. S'il eſt en plein ceintre, ſes vouſſoirs ſont ſi uniformes que lorſque leurs têtes ſont égales, par la diviſion arbitraire de leur ceintre, qui en a fait un, les ſçait tous faire, puiſqu'il ne s'agit que de la répétition d'une même choſe. Il n'y a quelque diverſité entre eux que lorſque le ceintre eſt elliptique ; car en ce cas les vouſſoirs du premier rang ne conviennent pas au ſecond ni aux ſuivans. Pour ne pas nous arrêter à des choſes trop faciles, nous commencerons

par donner la conſtruction d'un berceau droit elliptique, laquelle comprend celle du circulaire, en ce que celle-ci eſt plus aiſée ; & parce qu'on peut y parvenir par les trois méthodes dont nous avons parlé au chap. II, nous en ferons l'épure & l'application du trait des trois manieres.

1°. *Par équarriſſement.*

Fig. 59. & 60. Soit [*fig.* 59 & 60.] la face d'un berceau extradoſſé DHE, dont l'épaiſſeur de la voûte eſt une portion de couronne de cercle ou d'ellipſe A*h*BEHD, qui a ſon centre en C, & ſes foyers en *f* & F, ſi elle eſt ſurmontée, c'eſt-à-dire, verticale ſuivant ſon grand axe.

Ayant tracé cette couronne par deux courbes concentriques & ſemblables (par le problême 7 du 2e. livre) & de la grandeur dont on veut faire le berceau, ce qu'on appelle de grandeur naturelle, ou ſur un mur, ou ſur un plancher, on diviſera le ceintre intérieur A *h* B en autant de vouſſoirs que l'on voudra, & qu'il conviendra à la grandeur des pierres que l'on doit employer. Dans tous nos exemples nous ne les diviſerons qu'en cinq, pour ne pas multiplier les lignes dans les figures, & éviter la confuſion qu'elles cauſent ordinairement.

Fig. 59 Du centre C, ſi le ceintre eſt circulaire, on tirera la direction des joints de tête 1 . 5, 2 . 6, 3 . 7, 4 . 8, & ſi la face eſt ellip-
Fig. 60. tique, des foyers F & *f*, on tirera par chaque diviſion 1, 2, 3, 4, des lignes qui ſe croiſeront, comme F1L, *f*1N, F2*l*, *f*2*n*, dont on diviſera l'angle en deux également ; par exemple, du point 1, pour centre, on fera l'arc LN de tel rayon qu'on voudra, la ligne tirée de ſon milieu M au point 1 ſera la direction du joint de tête 1 . 5 ; on trouvera de même celle du ſecond & du troiſieme vouſſoir en 2 . 6, la moitié de la face ſuffira pour le tracé de l'épure, ſi le ceintre n'eſt pas rampant comme il l'eſt à la figure 61.

Fig. 61. Si l'arc eſt rampant [*fig.* 61.] & qu'il ſoit d'une portion d'ellipſe, comme il convient à la bonne conſtruction, on en cherchera l'axe & les foyers par les problêmes 2 & 20 du 2e. liv. & l'on s'en ſervira pour tracer la coupe des joints de tête, comme à la fig. 60.

S'il étoit rampant, compoſé de deux ou pluſieurs arcs de cercles de différens rayons, comme il a été enſeigné aux problêmes 22 & 23 ; il eſt évident que ces mêmes joints devroient

être tirés chacun du centre qui appartient à chaque arc.

Les joints de tête étant tracés, on abbaiſſera des perpendiculaires ſur le diametre du ceintre, de chaque point de diviſion des vouſſoirs, ce qu'on appelle des *à plomb*, comme à la fig. 60 les lignes 3 P, 4 *p*, &c.; enſuite on tirera des paralleles au diametre, comme 4 *g*, juſqu'à la rencontre de l'à plomb 3P en *g*; leſquelles donneront les ſaillies des retombées, & la différence des hauteurs des points 4 & 3; on fera la même choſe pour chaque vouſſoir, & l'épure ſera achevée.

Préſentement il s'agit *d'appliquer le trait ſur la pierre* qu'on veut tailler par *équarriſſement* dans une pierre brute, à peu près formée en parallelipipede, comme on les tire ordinairement aux carrieres. Ayant examiné ſi ſa hauteur eſt égale à 7*i*, & ſa largeur à *g*K, on lui fera deux paremens à l'équerre, l'un ſuivant ſa hauteur d'à plomb, l'autre ſuivant ſa largeur de niveau, par exemple D*g* & F*k* [*fig.* 62.]. Fig. 62.

Pour mieux faire connoître le rapport d'une pierre d'appareil d'un mur à plomb avec un vouſſoir, nous repréſentons dans cette figure une partie de chacune de ces deux eſpeces; tel ſeroit un vouſſoir, qui entreroit en partie dans un mur, & on le ſuppoſe tranſparent, pour y voir les arêtes que le devant doit cacher.

Ces deux paremens étant faits, on en fera encore deux autres, auſſi à l'équerre avec les premiers, pour ſervir de têtes à la pierre; tels ſont FA ou GC, & *g*B, ſur leſquels on portera au long des arêtes *g*K & F*k*, la retombée *g*4 de la figure 60, & ſur les arêtes *g*I, FD la hauteur de la retombée *g*3, enſuite par les repaires 4.4°, on tirera ſur le lit FK la ligne 44°, & ſur le parement FI, la ligne E3, par les repaires E, 3, ces deux lignes marqueront les arêtes des lits avec la doële.

On formera enſuite un panneau ſur l'épure de la tête 7, 3, 4, 8 de la fig. 60. avec du bois ou du carton contourné ſur le trait, & on l'appliquera ſur la tête *g*B, poſant les angles 3 & 4 ſur les repaires 3 & 4 de la fig. 62 pour y tracer le même contour à chaque tête oppoſée. Enfin on abattra toute la pierre qui ſera hors du tracé de ce panneau, & à la regle; ſçavoir, 1°. le priſme mixte F*g*43E4°, dont la partie 43E4° de la doële eſt une portion de cylindre qu'on creuſera comme il a été dit au

premier chapitre de ce livre, avec la regle & une cerche, pour former la doële.

2°. Le prisme rectiligne triangulaire EDH73I, pour former le lit de dessus E 7.

3°. Le prisme aussi triangulaire 4K8*k*4°*x* pour former le lit de dessous 4° 8.

4°. Le prisme mixte 7B8*x*AH, pour former l'extrados s'il en est besoin.

On peut au lieu d'un panneau de tête 3, 4, 8, 7, se contenter d'un biveau, si le berceau est en plein ceintre, mais s'il est surbaissé ou surhaussé, comme à la fig. 60, il en faut faire deux, l'un pour le lit de dessus sur l'angle mixte 4, 3, 7, l'autre pour le lit de dessous sur l'angle, 3, 4, 8, parce que ces angles des lits avec la doële sont inégaux.

Il est rarement nécessaire de former la surface convexe de l'extrados, mais si la voûte est extradossée, on peut le faire de la même maniere que la doële à la regle, comme il a été dit au problême II. Si au lieu de panneau pour tracer l'arc 7, 8, on vouloit se servir de biveau, il en faudroit un concave comme en B[e], de sorte que se servant de cet instrument, il en faudroit quatre différens pour chaque voussoir de ceintre elliptique, sçavoir, deux pour la doële, un au lit de dessus, un à celui de dessous, & autant à l'extrados, ce qui deviendroit fort incommode, & qui montre que les biveaux ne conviennent guere qu'aux voûtes circulaires, dans lesquelles un seul convexe suffit pour tous les voussoirs de la doële, & un convexe à l'extrados.

Lorsque l'on fait une voûte en plein ceintre seulement avec un biveau de doële, on peut tracer l'arc d'extrados sans le secours d'un panneau ni d'une cerche, en ouvrant le compas
Fig. 59. de la longueur d'un joint de tête comme 5, 1. [*fig.* 59.] en traînant une de ses pointes sur l'arc A1, & tenant l'autre dirigée perpendiculairement à cet arc, ensorte que la ligne qu'on tireroit par ces deux points passât par le centre C, cette seconde pointe tracera l'arc d'extrados. On fait la même chose avec un échantillon, c'est-à-dire, un morceau de bois, coupé de longueur égale au joint DA ou 1, 5.

Mais il faut bien se garder de suivre cette méthode dans les voûtes dont les ceintres sont surbaissés ou surhaussés, parce que premierement, il seroit assez difficile de tenir ces pointes ou ces

ces échantillons dirigés perpendiculairement à l'arc, dont les coupes ne tendent pas au centre C, mais à différens points du diametre AB. Secondement, parce que les ceintres de couronne elliptique ne ſont pas équidiſtans à la doële & à l'extrados, les contours s'approchent vers le petit axe DE, & s'éloignent davantage vers le grand, de ſorte que H*h* doit être plus long que DA; ce que les ouvriers n'obſervent cependant pas, & croient même qu'on ne doit pas obſerver; quoiqu'il ait été démontré aux Theor. 1 & 4 du I. livre, qu'on le doit, pour opérer régulierement.

On a pu remarquer que des deux premiers paremens qu'on a formé, l'un à plomb, l'autre de niveau, il ne reſte rien quand la pierre eſt achevée, que les lignes E3 & 4°4, qui ſont les arêtes des lits avec la doële. On voit auſſi qu'en ſuivant cette méthode par équarriſſement, la perte de la pierre eſt très-conſidérable; car le quadrilatere en trapeze mixte de la tête du vouſſoir 3, 4, 8, 7, eſt inſcrit dans un rectangle *g*B, où il laiſſe quatre triangles inutiles, ſçavoir pour les lits, deux rectilignes 3 . 1 . 7 . 4 . 8 . K, & deux mixtes 3*g*4 & 7B8, leſquels ſont les baſes d'autant de priſmes de la longueur du vouſſoir; ainſi il arrive ſouvent que l'on perd plus de moitié du cube, ſelon que les angles ſont plus ou moins ouverts & que les retombées ont plus ou moins grande raiſon à leur hauteur, puiſque les priſmes de même hauteur ſont entre eux comme leurs baſes; ce qui doit faire donner la préférence à la méthode où l'on ſe ſert de panneaux, dont nous allons parler.

Seconde maniere de faire un berceau droit.
Par panneaux.

La maniere de tracer les pierres par le moyen des panneaux eſt eſtimée la plus difficile & la plus ſçavante, c'eſt pourquoi les Maitres Maçons ne reçoivent que celle-là dans les chef-d'œuvres qu'ils exigent de ceux qui demandent à être reçus dans le corps du métier, c'eſt le P. Deran qui le dit; je cite mon garant, car je ne ſçais quel eſt leur uſage à Paris, il aura pu changer depuis l'année 1643 dans laquelle écrivoit ce Pere; nous en avons dit notre avis ci-devant.

Soit l'élévation d'une face de berceau en plein ceintre, comme à la fig. 59, ou ſurmontée, comme à la fig. 60, ou rampante comme à la figure 61, il n'importe. Le ceintre étant diviſé en *Fig. 59, 60 & 61.*

ſes vouſſoirs, & la direction tirée comme à la maniere précédente, on tirera les cordes des arcs A1; 1, 2; 2, 3, &c. & la longueur du piédroit étant donnée toute l'épure ſera tracée.

1°. Les *panneaux de tête* ſont donnés, puiſque ce ſont les portions de la couronne, ou d'ellipſe A*h*BEHD [*fig.* 60] ou de cercle [*fig.* 59] ou d'arc rampant [*fig.* 61.] coupée par les joints de tête 5.1; 6.2; 3.7; & 8.4; ainſi on n'a qu'à couper du carton ou une planche ſuivant le contour mixte DA15, & ce panneau ſuffira pour toute la face, ſi le ceintre eſt circulaire; car quand même on feroit des vouſſoirs d'inégale largeur, la direction des joints fera toujours le même angle avec la courbe de la doële.

Si le ceintre eſt elliptique, comme aux figures 60 & 61, il faut un panneau pour chaque tête de vouſſoir.

Secondement les *panneaux de doele* ſont auſſi donnés; car ils ſont tous des parallelogrames rectangles, dont la corde A1, ou 1.2; 2.3, &c. eſt un des côtés, & l'autre eſt la longueur du vouſſoir ſuppoſée A*a*, priſe au plan horiſontal, ou bien une partie de cette longueur, telle qu'il convient à la pierre qu'on veut employer, ou à la diſtribution de la longueur totale
Fig. 59. A*a* ou B*b*, pour la propreté de l'exécution, comme lorſqu'on veut obſerver une eſpece d'égalité de liaiſon d'un vouſſoir ſur l'autre; le modele qui ſera fait ſur ces deux côtés ſera le *panneau de doele plate*, qu'il faut tracer ſur la pierre avant que d'en creuſer la concavité.

Troiſiemement, les *panneaux de lit* ſont auſſi donnés ſur l'épure, parce que ce ſont encore des parallelogrames rectangles, comme D*a* & B*e* [*fig.* 59.] dont un côté eſt le joint de tête, & l'autre la longueur du vouſſoir qu'on a déterminé pour la doële.

La fig. 59[d] fait voir le développement du vouſſoir & l'arrangement de ſes ſurfaces, tel qu'en les pliant toutes ſur les côtés communs, on formera le vouſſoir à l'extrados près, dont on ne fait point de panneaux par deux raiſons; la premiere, c'eſt qu'on ne pourroit faire de ſurface plane qui le couvrît; car une tangente ne parviendroit pas aux côtés des autres ſurfaces de tête & de lit, entre leſquels elle laiſſeroit un vuide. Secondement, parce que le panneau, quand même il ſeroit courbe comme une tuile, & qu'il toucheroit les quatre angles de l'extrados, ſeroit inutile, puiſque les côtés des panneaux de tête &

de lit vers l'extrados étant tracés, il n'y a plus qu'à abattre la pierre qui les excede, comme l'on fait dans l'équarrissement.

Il ne reste donc plus qu'à faire les *biveaux* qui servent à donner à chaque surface du voussoir l'inclinaison qu'elle doit avoir avec sa contiguë. Or ce biveau pour les têtes & les doëles est une équerre, puisque le berceau est droit sur la surface ; quand les deux têtes opposées sont tracées, on n'a que faire de biveau pour situer les lits à l'égard de la doële, puisque leur inclinaison est déterminée par les côtés des joints de tête ; de sorte qu'on peut encore se passer de panneaux de lit, puisqu'il n'y a qu'à abattre à la regle la pierre qui se trouve entre les deux joints de tête & le joint du lit le long de la doële, & faire une surface plane, dont on a trois côtés donnés. De sorte qu'au berceau droit, de quelque courbe que soit son ceintre, on peut se passer de panneaux de lit & de biveau ; il n'en est pas de même lorsqu'il y a du biais, comme on le verra ci-après.

Les auteurs des livres de la coupe des pierres, pour voir le rapport & la figure des doëles & des lits, ont accoutumé de faire, comme nous l'avons dit, un développement des doëles & des lits, qu'ils mettent sur une même surface, ensorte que les panneaux de lit sont supposés couvrir une partie de ceux de doële, comme on voit ici à la figure 59[d], sous l'épure du plein ceintre. Cette extension des panneaux ainsi arrangés ne sert de rien, on peut les faire chacun à part, particulierement dans le cas présent, où un seul sert pour tous ceux de la même espece ; quand ils sont inégaux, comme dans les voûtes biaises, ils servent à guider un appareilleur pour la suite ; alors il peut les faire sur un morceau de papier, mais il est très-inutile de les faire sur l'épure en grand dans cet ordre d'arrangement.

REMARQUE.

Il faut aussi remarquer que les auteurs des livres de la coupe des pierres, au lieu des cordes des arcs de tête, prennent celles de leurs moitiés, pour approcher davantage de la rectification de ces arcs dans leurs développemens, mais cette pratique est très-mauvaise, parce qu'élargissant le panneau plus que la doële plate, il ne peut être fait qu'avec une matiere flexible, comme du carton ou du fer-blanc, & ne doit être appliqué que dans une surface creuse, qu'il faut déja supposer faite, laquelle est cepen-

dant à faire ; de sorte qu'un tel panneau ne peut servir qu'à terminer une portion cylindrique, déja faite à propos, mais qui seroit trop large ou trop longue, ce qui est très-inutile dans le trait dont il s'agit.

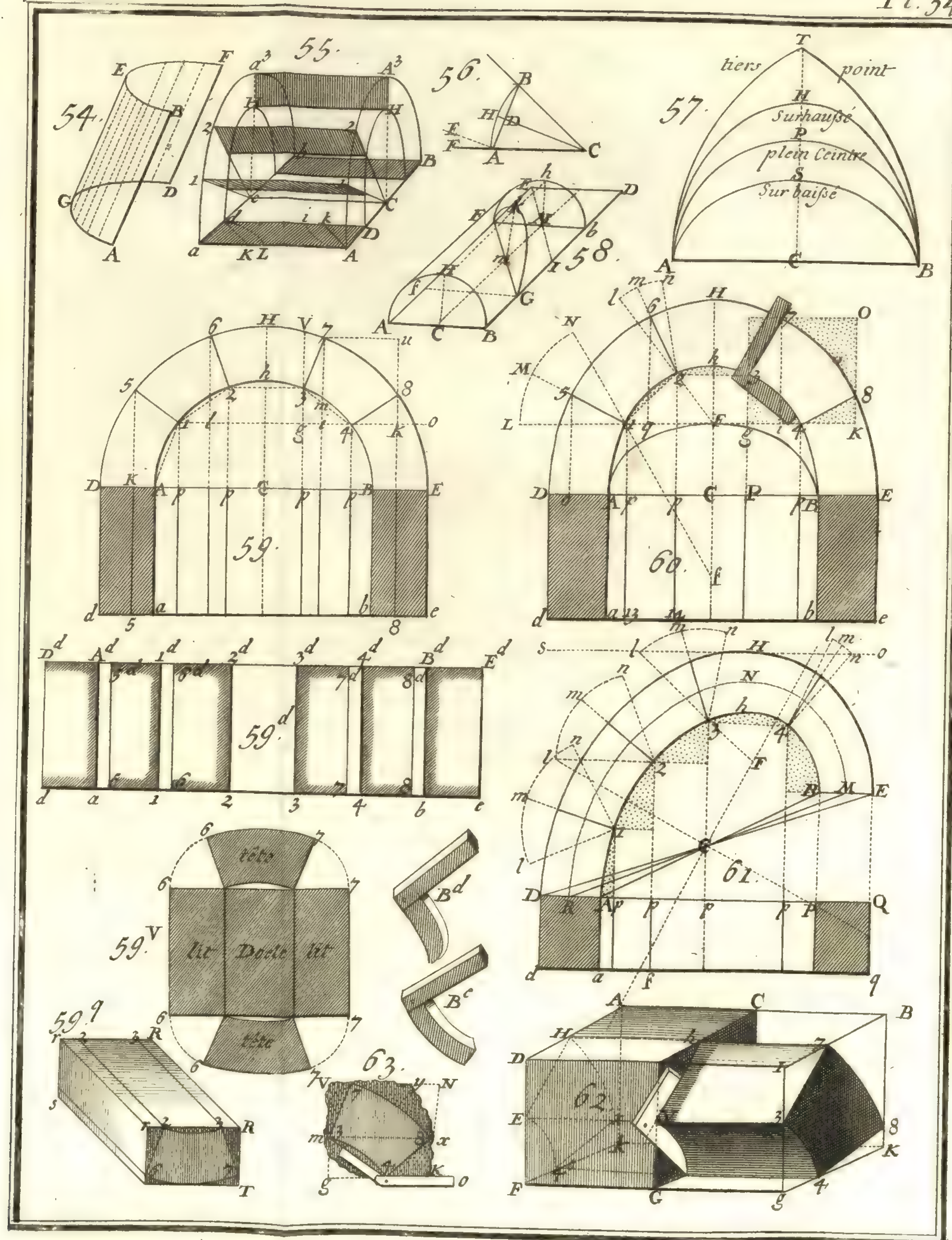
Nous n'avons pas compris dans les berceaux droits, les voûtes à *tiers-point*, dont on voit la figure du ceintre au nombre 57 en ATB, parce qu'ils ne sont plus gueres d'usage depuis qu'on a abandonné l'architecture gothique, & que les berceaux ne sont qu'un composé de deux portions de berceaux en plein ceintre, chacune ordinairement de 60 degrés, ensorte qu'elle fait le tiers d'un berceau simple en demi-cercle complet, d'où est venu le nom de *tiers-point*; soit aussi parce que dans cette construction les trois points du sommet à l'angle de la clef, & les deux des naissances aux impostes sont équidistans, comme les sommets des angles d'un triangle équilatéral; cependant on en voit, dont les arcs sont d'un nombre de degrés au-dessus de 60. Quoi qu'il en soit, il est clair que la construction d'une telle voûte ne differe en rien de celle du plein ceintre ordinaire, que dans la position des ceintres, qui ne sont pas au milieu du diametre, & dans la formation de l'angle de la clef.

REMARQUE.

Quoique les voûtes gothiques soient présentement hors d'usage, quelques Ingénieurs les ont employé à couvrir des magasins à poudre, comptant leur donner plus de résistance aux efforts des bombes; il est vrai que si leur chûte étoit en ligne verticale, ces voûtes leur présentant une surface plus oblique, en éluderoient beaucoup le choc; mais parce que les bombes tombent en ligne parabolique, dont l'amplitude est souvent fort grande, elles peuvent frapper l'extrados perpendiculairement à sa tangente, & faire plus d'effort vers la clef qu'aux voûtes en plein ceintre, ce que l'expérience a confirmé dans quelques siéges, où les dernieres ont plus résisté que les gothiques, particulierement à Landau, où les magasins voûtés en plein ceintre n'ont pas été percés par une quantité considérable qui y sont tombées.

Application du trait sur la pierre.

Pour en venir à *l'application du trait sur la pierre*, on commencera par dresser un parement qu'on destinera à servir de


54.
55.
56.
57.
tiers
point
Surhaussé
plein Ceintre
Sur baissé
58.
59.
60.
59.d
59.V
tête
lit
Doele
61.
59.q
63.
62.

doële plate, & l'ayant tracé avec le panneau appliqué dessus, on fera aux deux bouts deux autres paremens d'équerre sur les côtés, qui sont communs aux deux têtes, & sur chacun de ces paremens, on appliquera le panneau de tête, qu'on tracera en suivant son contour; ensuite on abbattra à la regle toute la pierre qui excédera les lignes des deux joints de tête opposés, & le joint de doële & de lit. Ainsi on peut se passer de panneau de lit. On pourroit aussi se passer ici de panneaux de doële, si ceux de tête sont bien placés parallelement entr'eux, & perpendiculairement à la ligne du milieu de la doële, ou bien tracer seulement au compas & à l'équerre la doële plate, mais il est toujours plus sûr dans la pratique de se servir de panneau, parce que pour peu qu'on varie dans les mesures, on trouve des différences sensibles, quand on vient à poser les voussoirs. On ne sçauroit trop prendre de soin pour l'exactitude, car les ouvriers sont assez sujets à faire des fautes sans les exposer à en faire par les moyens qui les guident moins sûrement. D'ailleurs la raison qui peut dispenser de faire des panneaux de lit aux berceaux droits n'est pas la même pour les doëles, parce que les lits ne se font qu'après qu'elles sont tracées; ainsi leur contour est déterminé, & leurs arêtes sont faites de trois côtés.

Après que le voussoir est taillé suivant les surfaces planes de doële plate de tête & de lit, il faut pour creuser la doële concave, abbattre les segmens de cercle 1, 2; 2*h*3 [*fig.* 60.] que la corde renferme, en faisant une ciselure suivant le trait courbe, & en posant la regle suivant les ciselures des deux bouts parallelement au joint de lit, on formera cette doële; cependant pour plus de perfecton on se sert encore souvent d'une *cerche*, qu'on pose bien d'équerre sur les joints de lit & sur le plan de la doële plate; on voit mieux par ce moyen ce qui manque à la concavité pour la rendre bien réguliere, en la promenant dans la même situation. La figure 59[q] représente le tracé sur la pierre avant que d'être taillée.

Troisieme maniere de faire un berceau droit.
Par demi-équarrissement.

Ce terme, comme nous l'avons dit, n'est pas usité dans les livres, parce que la méthode est nouvelle; voici en quoi elle differe de l'équarrissement ordinaire. 1°. En ce que à l'é-

quarrissement il y faut au moins deux paremens d'équerre l'un à l'autre pour y placer les hauteurs des retombées & leurs saillies, ce qui n'est pas nécessaire dans cette méthode. 2°. En ce qu'à l'*équarrissement* on peut se passer de panneau par le moyen des biveaux & des cerches ; ici il convient d'y en employer quelques-uns, mais moins que dans la méthode qu'on appelle simplement par panneaux ; un exemple rendra la chose sensible.

Fig. 63. Soit [*fig.* 63.] une tête de pierre brute $37y8k4$ de figure irréguliere, dont on veut faire le voussoir de la figure 60 marqué 4, 8, 7, 3 ; on tirera par le point 4 l'horisontale 4K, & on prendra avec un biveau l'angle K43 que l'on portera sur un parement qu'on aura dressé sur la tête de la pierre, qui doit avoir la largeur 4, 3 de la doële plate, & l'on fera une ciselure suivant l'angle $K4m$ tracé par le moyen du biveau que fait une ouverture de compas d'appareilleur, ou une sauterelle posée sur l'angle K43 de l'épure de la figure 60. Ensuite on fera un second parement en retour d'équerre à la tête sur la ligne 3, 4, sur lequel on appliquera le panneau de doële ; ou si l'on veut, par des retours d'équerre sur les angles 3 & 4, on fera un parallelograme rectangle, comme celui de Pp 14, 13 de la figure 60, & avec les biveaux des angles de coupe 3, 4, 8 & 4, 3, 7, s'ils sont inégaux, comme dans les voûtes elliptiques, on abbattra la pierre pour former les lits, après avoir fait à l'équerre la tête opposée à la premiere.

L'avantage de cette méthode n'est pas considérable dans l'exemple d'un berceau droit, dont l'uniformité ne présente point de difficulté pour tailler la pierre ; mais on verra dans la suite des exemples des autres voûtes combien elle est commode, & combien elle sert au ménagement de la pierre & à une plus prompte expédition que celle de l'équarrissement.

Premierement, quant au ménagement de la pierre, il est visible que lorsqu'elle est mal *pratiquée*, c'est-à-dire, d'une figure qui n'approche gueres du parallelipipede, il y a déja beaucoup de perte pour mettre deux paremens à l'équerre, & que s'il avoit fallu équarrir celle dont nous donnons la tête pour exemple, on auroit été obligé d'abattre en pure perte presque la valeur de la moitié, par la ligne $3x$, qui auroit retranché toute la partie irréguliere $3m4kx$, au lieu que par le moyen de l'angle de la doële avec l'horison, qui fait toujours un angle obtus $o43$,

on profite de cette partie irréguliere, & si on veut se servir de la hauteur de la retombée 3g, on peut la prendre sur une des branches de l'équerre, en posant l'autre sur la ligne droite 4k horisontale, ce qu'on ne peut faire par la méthode des panneaux.

Secondement, à l'égard de la prompte exécution, il est clair qu'on épargne le tems qu'il faudroit mettre à dresser toute la partie g4 du lit au parement horisontal, & toute celle g3 du parement vertical en retour d'équerre du premier, ce qui en certaines rencontres peut avoir son mérite, & qui fait toujours plus que la valeur de la doële, puisque deux côtés 4g, 3g sont plus grands qu'un 4, 3.

Troisiemement, quant à la justesse de l'opération, il est certain qu'une corde de doële qui est donnée de position immédiate, est toujours plus exactement située que celle qui suppose un angle droit & la longueur de deux côtés, puisque pour peu qu'il y ait d'élargissement ou de retrécissement d'ouverture, l'hypothénuse que l'on cherche sera allongée ou raccourcie, & si un des côtés differe tant soit peu de la retombée ou de sa hauteur, l'inclinaison de la doële sera altérée. Or il n'y a pas plus de difficulté à former un angle obtus avec un biveau qu'un angle droit avec une équerre; il faut que l'ouvrier ait la même attention de tenir les bras ou branches de l'instrument perpendiculairement à l'arête des deux paremens dans l'une & dans l'autre opération.

Cette méthode a encore un avantage, c'est qu'au lieu de se servir de l'angle de l'horison avec la doële, on peut se servir de l'angle de l'à-plomb avec la doële, selon qu'il convient à la facilité d'avoir l'un plutôt que l'autre, ou pour un plus grand ménagement de la pierre. Car dans l'exemple du quatrieme voussoir de la figure 59, il est visible que le triangle mixte 3V7 (fait par la verticale V3, & le joint 3, 7) est plus petit que le triangle o, 4, 8, fait de l'horisontale o, 4, & du joint 4, 8; de sorte qu'on a le choix de celui qui convient le mieux à abattre suivant l'irrégularité de la premiere tête que l'on dresse. On verra dans la suite que nous faisons usage de l'un & de l'autre.

Ces pratiques n'ont pas besoin de démonstration, on en a expliqué les raisons au troisieme livre.

Obſervations ſur les berceaux rampans.

Quoique les arcs des berceaux rampans ſoient de même eſpece de ceintre que les ſurhauſſés & les ſurbaiſſés dont les impoſtes ſont de niveau entre elles, puiſque les uns & les autres ſont elliptiques, il y a cependant quelques différences qui méritent des attentions particulieres.

Fig. 61. La premiere eſt que ſi l'on fait une voûte extradoſſée ou un bandeau à la face, on ne peut le faire, comme aux autres faces elliptiques, de deux arcs d'ellipſes concentriques & ſemblables à l'arête de la doële & de l'extrados, lorſque chacune des impoſtes eſt formée par un lit, ou par des moulures de niveau, parce qu'alors la ligne de rampe AB de la doële n'eſt pas de même inclinaiſon que celle de l'extrados DE, quoique l'une & l'autre paſſent par un centre commun C. Ainſi, ſuppoſant une ligne de ſommité horiſontale *so*, il eſt clair que ces deux ellipſes n'auront pas des mêmes diametres conjugués ſemblablement poſés. Alors il convient de prendre le ceintre au milieu de la largeur du bandeau, comme en RNM, & de porter au-deſſus & au-deſſous la demi-largeur, en la traînant avec le compas fixe, d'un côté ſur le trait du milieu, & la pointe de l'autre dirigée ſuivant la coupe, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à l'arc tracé au milieu.

La ſeconde obſervation à faire eſt ſur la poſition des axes de l'ellipſe qui ne paſſe pas par les impoſtes & par la clef dans les arcs rampans, comme dans les ſurhauſſés & les ſurbaiſſés dont les impoſtes ſont de niveau entre elles. Les lignes qui paſſent par ces points ſont ordinairement des diametres conjugués, ou des autres diametres, qui font entre eux des angles inégaux de part & d'autre de leur interſection ; ſçavoir, un aigu du côté de l'impoſte ſupérieure, & un obtus vers l'inférieure. D'où il ſuit que le contour de la demi-ellipſe, ou d'un autre arc plus ou moins grand, ſuivant l'inclinaiſon des piédroits, lorſqu'ils ne ſont pas à-plomb, étant partagé par le milieu de la clef en deux parties inégales, ne peut être diviſé en vouſſoirs égaux, comme les ceintres de berceaux ordinaires, ce qui entraîne des irrégularités inévitables. Si le haſard fait qu'on puiſſe diviſer chaque côté en parties égales entre elles, il eſt clair qu'elles ne ſeront pas égales en nombre, il y aura plus de vouſſoirs dans la partie inférieure que dans la ſupérieure. Si l'on veut que le nombre ſoit

ſoit égal de part & d'autre de la clef, il eſt évident que ceux de la partie inférieure ſeront plus grands que ceux de la ſupérieure, comme on voit à la fig. 64 de la planche 35. Planche 35. *Fig.* 64.

Il reſte à ſçavoir s'il convient de les faire égaux entre eux dans chaque partie, comme on a fait à la même figure, ou s'ils doivent être tous inégaux ſuivant une certaine progreſſion. Si on les fait égaux dans chaque partie, il eſt viſible que la différence de l'un à l'autre devient choquante au ſommet, par une trop grande proximité des deux contreclefs, qui en préſente de près la comparaiſon. Si l'on diſtribue la différence par une ſuite continue, depuis l'impoſte inférieure à la ſupérieure, on pourra conſidérer l'arc rampant comme une portion de ſpirale, prendre un centre & la décrire au-dedans, & l'on aura une diminution continuelle. Mais il en réſulte que le couſſinet de l'impoſte ſupérieure deviendra le plus petit de tous les vouſſoirs.

Si l'on veut faire la diminution depuis chaque impoſte à la clef, on peut trouver différentes manieres pour y parvenir. L'une eſt de diviſer les tangentes moyennes dans l'épaiſſeur, comme *r*S, SO, O*m* en un même nombre de parties égales, depuis les points d'attouchement *r*, T, *m*, ou en autant de parties que l'on veut avoir de vouſſoirs, comme ici en 7, pour en avoir dans chacun trois & demi, à cauſe de la moitié de la clef; puis, tirant les lignes droites de chacun des points *r*T*m* aux diviſions des tangentes oppoſées, les interſections de ces lignes donneront des points x^1, x^2, x^3, &c. qu'on cherche. Ainſi les lignes T1^s, *r*1^t donneront par leur interſection le point x^1; les lignes T2^s, *r*2^s donneront le point x^2, par où doit paſſer le ſecond joint de tête, ainſi du reſte. Il faut cependant remarquer que la diminution ne commençant pas à l'impoſte, mais au petit axe IC, il faut y ſuppléer en élevant un peu la premiere diviſion.

Cette opération eſt fondée ſur une propriété des tangentes, démontrée dans les traités des ſections coniques, ſavoir qu'elles ſont en même raiſon dans les parties compriſes entre leurs interſections & leurs points d'attouchement d'un côté à l'autre, ainſi ST : TO : : S*r* : O*m*.

On peut faire une diviſion inégale depuis les impoſtes à la clef, par le moyen des arcs de cercles égaux, laquelle paroît plus convenable que la précédente, parce qu'il n'y faut point de correction. Ayant tiré une perpendiculaire indéfinie TV7 à la

Fig. 64. ligne de sommité SO, par le point d'attouchement T, qui coupera la ligne de rampe RM au point V; de ce point pour centre & d'un rayon pris à volonté comme VC, on décrira un arc C78, qui coupera TV prolongé en 7; on fera l'arc 7, 8 = C7, & l'on tirera la ligne 8V, à laquelle on menera par le point M la parallele MX, qui coupera TV au point X. Ensuite du point V pour centre, & du rayon pris à volonté, on décrira un arc 9 10, qui coupera RM au point 9, & TV au point 10; puis du point X pour centre, & d'un rayon aussi pris à volonté, on décrira un autre arc 10 M. On divisera l'un & l'autre en parties égales pour autant de voussoirs qu'on voudra de chaque côté de la clef, & une moitié de plus pour la clef, comme aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lesquelles on tirera des lignes qui rencontreront l'arc rampant en des points qui en marqueront les divisions qu'on a ponctué & tiré des centres V & X, si l'on juge à propos, ou tous d'un seul centre V.

On pourroit encore faire une division des parties inégales suivant une certaine progression, par le moyen des arcs de cercles égaux entre eux, en supposant que le grand axe & les foyers de l'arc rampant elliptique sont donnés. Ayant tiré par un des foyers, par exemple F, l'horisontale $g7^{\circ}$, de ce même point F pour centre & d'un rayon pris à volonté on décrira un demi-cercle $gH^{\circ}7^{\circ}$, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra de voussoirs, comme ici aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7°, ensuite du foyer opposé f pour centre & pour rayon le grand axe Kk, on décrira un arc de cercle $d^{x}z^{1}Y$, qui coupera les rayons tirés du centre F aux divisions du demi-cercle en des points z^{1} z z^{3} z, &c. desquelles si on tire les lignes au second foyer f, elles couperont l'arc rampant aux points 11, 12, 13, &c. que l'on cherche. Ensuite pour trouver la coupe des joints de tête passans par ces points trouvés, on menera des lignes du centre F aux points z^{1} z^{2} z, &c & par les points trouvés r r^{1} r on leur menera des paralleles $11q$, &c. qui seront les coupes demandées pour les joints de tête. Quoique cette maniere soit différente de celle que nous avons donné ci-devant à la page 117, elle n'est pas moins géométrique, ce que je pourrois démontrer s'il étoit nécessaire.

Lorsqu'on a plusieurs arcs rampans à faire de suite, comme il arrive ordinairement sous les terrasses rampantes, ou sous de grands escaliers, il faut les aggrandir ou les diminuer dans une

même proportion, afin que le rapport des ouvertures soit toujours le même à l'égard de la hauteur des piédroits. Le trait n'en est pas difficile à quiconque a des principes de géométrie: cependant comme on voit des estampes gravées de la face du château neuf de Saint-Germain-en-Laye, où ces proportions ne sont pas observées, soit que cela vienne par la faute du dessinateur ou par celle de l'architecte, j'ai cru que je ferois bien de le donner ici, en suivant la même idée d'architecture.

Soit [*fig.* 65.] la ligne de rampe HB, que je prends ici sous la frise, il n'importe en quel endroit, sous laquelle le trapeze ABED est déterminé de largeur horisontale DE, pour y tracer un arc rampant avec deux moitiés des trumeaux qui doivent l'accompagner, il s'agit de continuer ces arcs en même proportion. Ayant tiré les diagonales AE, BD, on ménera par le point inférieur A la ligne A*a* parallele à DE, qui coupera le côté BE en *a*, par où on menera *ax* parallele à BA, qui rencontrera la diagonale AE en *x*, d'où on menera *x*F parallele à DE, & par le point F la ligne verticale FG, qui donnera sur ED prolongée le point G. Le trapeze FADG sera celui qui doit suivre le premier ABED. Pour avoir le troisieme, ayant prolongé F*x* en *f* à la rencontre de la ligne BE, on menera *fy* parallele à BA, & *y*H parallele à EG, qui rencontrera la ligne de rampe BF prolongée au point H; d'où abaissant l'à-plomb HI on aura le troisieme trapeze HFGI, pour la place du troisieme arc rampant. *Fig.* 65.

Présentement, pour avoir les largeurs proportionnelles, ayant déterminé celle d'une moitié de trumeau *e*L, avec son piédroit *e*K, qui couperont la diagonale AE en K & en L, on menera par ces points des lignes K*u*, LV, au point de concours des lignes EI & BH, qui sont convergentes; mais comme ce point est ici hors de la figure, on aura recours au problême 1 du troisieme livre. Ces lignes couperont toutes les diagonales des trapezes semblables en des points *kl*, *mn*, *op*, *qr*, *st*, &c. qui détermineront toutes les largeurs des trumeaux & des piédroits; il ne s'agira plus que de mener des verticales par ces points trouvés. La hauteur de l'imposte étant aussi reglée en *b*, pour le milieu du premier trumeau, on en aura la continuation en tirant de ce point une ligne à celui de rencontre des lignes de niveau EI & de rampe BH comme ci-devant.

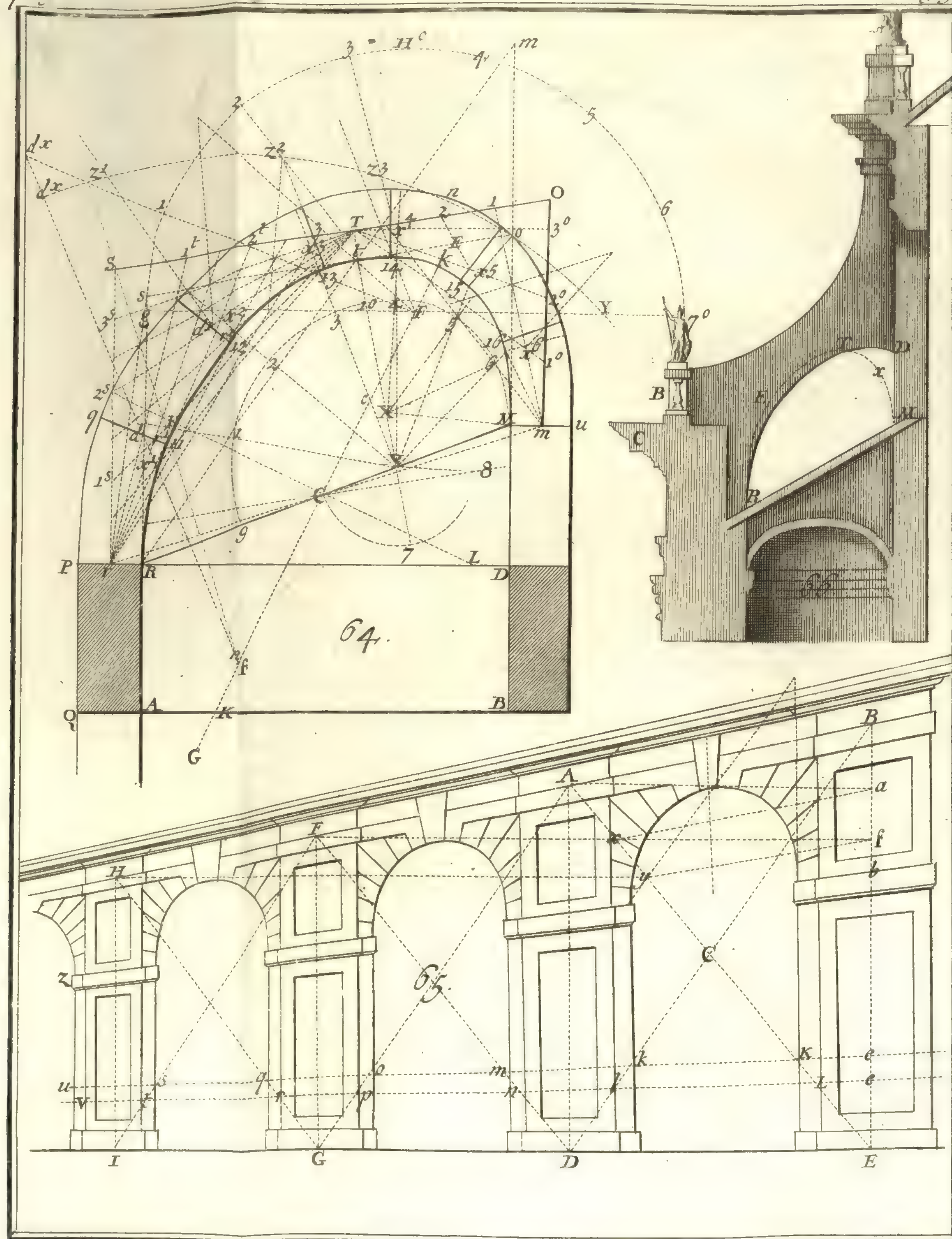
Il faut remarquer que ce n'est qu'en pareil cas de plusieurs

arcs rampans de ſuite qu'on doit faire les impoſtes rampantes, parce que cette diſpoſition de lit en plan incliné eſt contraire à la ſolidité, du moins en apparence ; car les bons appareilleurs font un joint de niveau.

Explication démonſtrative.

Puiſque les rapports de la largeur d'une baye à ſa hauteur & à la largeur de ſes piédroids & trumeaux ſont la principale grace de cette ſorte de piece d'architecture, il eſt de la convenance dès qu'on les a réglés, de ne les pas altérer dans la ſuite des arcs avec leſquels elle doit faire ſymmétrie. Or il eſt clair, par la conſtruction, que tous ces rapports ſont conſervés dans le triangle ABE du premier trapeze ABDE, puiſque la premiere hauteur BE eſt à la largeur inclinée BA, comme la ſeconde hauteur AD égale [par la conſtruction] à aE, eſt à la ſeconde largeur inclinée ax ou ſon égale AF, & comme la troiſieme hauteur FG$=f$E, eſt à la troiſieme largeur inclinée $fy=$FH. Ainſi des autres rapports de largeur de trumeaux & de piédroits, puiſqu'en imaginant les deux lignes de baſe EI & BH prolongées juſqu'à leur rencontre, on trouvera par-tout des triangles ſemblables formés par les verticales des arêtes des piédroits & de celles des avant-corps des trumeaux; *ce qu'il falloit faire.*

La même raiſon qui nous a engagé de tracer ici les arcs rampans de la deuxieme terraſſe du château neuf de Saint-Germain, nous invite à propoſer un changement aux arcs rampans de la chapelle de Verſailles: l'architecte Jules Hardouin, qui a un peu imité dans le comble & ſon couronnement le goût gothique, l'a auſſi fort imité dans les arcs rampans des *arc-boutans*, qu'il a fait buter preſqu'horiſontalement avec la clef en TD, au lieu de prendre la naiſſance ſur un doſſeret en MxT, & former un arc rampant complet RETxM, qui auroit eu plus de grace & plus de force. Il eſt vrai que la corniche C & la baluſtrade B cachent cette partie de bâtiment, ce qui l'a ſans doute déterminé à n'avoir aucun égard à la décoration; car quoiqu'il ne fût pas auſſi habile que le fameux François Manſard ſon oncle, dont il a pris le nom, on ne peut diſconvenir qu'il ne fût bon architecte.


64.
65.
66

DES BERCEAUX OBLIQUES.

TOUT berceau dont l'axe n'eſt pas perpendiculaire à ſa face, pourroit être appellé *biais*, en termes de l'art; cependant comme il y a des noms deſtinés pour exprimer différentes obliquités, on ne doit donner le nom de *biais* qu'à celui dont la face eſt verticale, mais inclinée à la direction horiſontale. Si l'obliquité conſiſte dans l'inclinaiſon de la face à l'égard de l'à-plomb ou du niveau, elle s'appelle *talud*. Et enfin ſi elle conſiſte dans l'inclinaiſon de l'axe à l'horiſon, elle s'appelle *deſcente*.

Les berceaux obliques doivent quelquefois être conſidérés comme des demi-cylindres ſcalenes, lorſque leurs faces étant circulaires, elles ſont inclinées à l'axe qui eſt proprement la direction du berceau. Quelquefois ils doivent être conſidérés comme des demi-cylindres droits coupés obliquement par leurs faces, lorſque *l'arc droit* eſt circulaire & la face ſurhauſſée ou ſurbaiſſée; ainſi on ne peut les bien déſigner par le mot de *ſcalene*, puiſque les berceaux droits de face elliptique ſont auſſi intrinſéquement des demi-cylindres ſcalenes. On peut ſeulement dire en général que la différence du berceau droit au biais, ſoit en talud ſoit en deſcente, conſiſte en ce que le ceintre de face n'eſt pas égal à celui de l'arc-droit.

D'où il ſuit, 1°. que dans la conſtruction d'un berceau biais il faut toujours connoître deux ceintres, l'un perpendiculaire à ſon axe, lequel eſt l'arc droit, qui d'un berceau biais en fait un droit, mais non pas toujours un demi-cylindre droit; l'autre eſt un ceintre oblique à ce même axe, qui montre l'excès dont le berceau oblique ſurpaſſe le droit. Secondement, que ces deux ceintres doivent être diviſés proportionnellement, puiſqu'ils doivent comprendre un nombre égal de vouſſoirs ſemblablement poſés, & ſéparés par les ſurfaces des lits dont chaque direction prolongée doit paſſer par l'axe du berceau. Troiſiemement, que ces ceintres ſont dans une dépendance mutuelle, comme les ſections d'un même cylindre, enſorte que ſi l'un eſt circulaire l'autre ſera elliptique, parce que la ſection ſouſcontraire ne peut avoir lieu entre l'arc droit & l'arc de face, l'angle de l'un à l'égard de l'axe étant droit, & l'autre oblique;

enfin que si l'un est oblique, l'autre par la même raison ne peut lui être égal, mais d'une ellipse plus ou moins allongée, s'il n'est pas circulaire. Cela supposé, nous allons donner la construction des obliques dans leurs faces à l'égard des axes horisontaux, & ensuite de ceux dont les axes sont inclinés à l'horison.

PROBLÊME XI.

Faire un berceau horisontal de face oblique, d'une seule, ou de deux & trois obliquités.

Planche 36, *Fig.* 67. *Premier cas*, où les faces sont simplement biaises sans talud. Soit [*Fig.* 67] ABEF le plan horisontal d'un berceau dont la face AB est inclinée à l'axe CN, qui exprime sa direction. Sur *ab*, comme diametre intérieur de la face à la doële, ayant tracé le ceintre *ahb* en demi-ellipse, ou en demi-cercle, tel qu'on veut; & l'ayant divisé en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera les joints de tête 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8, du centre C, si le ceintre est circulaire, ou perpendiculairement aux tangentes qui le toucheroient à chaque point de division, comme nous l'avons dit ci-devant. Ensuite on abaissera de chacun de ces points des perpendiculaires au diametre *ab*, qui le couperont aux points p^1, p^2, p^3, p^4, par lesquels on menera des paralles à l'axe CN, prolongées indéfiniment, comme $p^1 1^r$, $p^2 2^r$, $p^3 3^r$, &c. On en fera de même pour l'extrados AHB, comme la figure le montre.

Formation de l'arc-droit.

Ayant tiré par un point *d*, pris à volonté, une perpendiculaire *d*B aux côtés AF, BE, qui coupera ceux de la doële aux points D, R, on prendra cet intervalle DR pour le petit axe d'une ellipse, & le diametre *ab* de la face pour le grand axe, si le ceintre de face est circulaire; & s'il ne l'est pas, mais qu'il soit surbaissé, il peut arriver par hasard que le ceintre de l'arc droit devienne circulaire, mais non pas si l'arc de face est surhaussé; car alors, quoi qu'il arrive, DR sera toujours le petit axe d'une ellipse, & C*h* la moitié du grand axe. Avec ces deux lignes on décrira [par le problême 8 du 2e. livre] une demi-ellipse DXR, qui coupera les projections des joints de lit qu'on vient de tracer au plan horisontal aux points 1^r, 2^r,

3^r, 4^r, qui feront au contour de l'arc droit & qui en marqueront les divifions en vouffoirs, correfpondantes aux points du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, lefquelles divifions feront inégales entre elles, quoique provenant de celle de l'arc de face, qu'on vient de fuppofer égales entre elles.

Les joints de tête de cet arc droit feront tirés du centre C^r, comme s'il étoit circulaire, quoiqu'il foit elliptique, contre la regle que nous avons donnée pour les coupes des faces de cette efpece de ceintre, parce que en la fuivant, ces joints de tête 1^r 5^r, & 2^r 6^r ne feroient pas paralleles à ceux du ceintre de face 1 5 & 2 6, d'où il réfulteroit que les lits feroient des furfaces gauches, par la définition que nous en avons donné ci-devant, page 7, ce qui les rendroit de difficile exécution pour que les parties convexes & concaves s'ajuftaffent parfaitement l'une fur l'autre, c'eft pourquoi tous les joints doivent tendre à l'axe du cylindre, les uns au point C pour la face, les autres à C^r pour l'arc droit.

Il fuffit d'avoir la pofition des coupes de l'arc droit lorfque les voûtes ne font pas extradoffées. Si elles le font, il faut déterminer les longueurs de ces joints en traçant pour l'extrados une ellipfe *dx*B concentrique & femblable à celle de l'arc droit DXR à la doële, par le problême VII du 2e. livre, laquelle coupera les joints de tête tirés du centre C, par les points 1^r, 2^r, 3^r, &c. aux points 5^r, 6^r, &c.; ou feulement en tirant les projections des joints de lit à l'extrados, qui détermineront ces longueurs par leur interfection avec les coupes des joints de tête de l'arc droit, comme la projection paffant par le point p^5 rencontrera la coupe 1^r, 5^r au point 5, qui détermine la longueur de joint 1^r, 5^r; ainfi des autres provenant de l'extrados p^6 6^r, &c.

Cette derniere opération eft ordinairement inutile, parce que les voûtes font rarement extradoffées, il fuffit d'avoir l'angle de chaque coupe à la doële de l'arc droit pour avoir le biveau de lit & de doële de chaque vouffoir, parce que cet angle change à toutes les voûtes biaifes d'un vouffoir à l'autre. Ainfi l'angle D 1^r 5^r de la premiere doële plate avec fon lit de deffus n'eft pas égal à l'angle fuivant 5^r 1^r 2^r, quoique ces angles proviennent de ceux de la face *a* 1, 5; 5, 1, 2, &c. qui font égaux entre eux, fi le ceintre primitif eft circulaire.

On peut auffi décrire l'arc droit par plufieurs points, fuivant

le problême IX du 2e. livre ; c'eſt la méthode de tous les auteurs de la coupe des pierres, qui portent les hauteurs des retombées de l'arc de face $1p^1$, $2p^2$, &c. perpendiculairement au diametre DR ſur les projections des joints de lit, ou ſur des perpendiculaires tirées à part par des diviſions proportionnelles à celle du diametre *ab*. Cette méthode eſt bonne pour les doëles plates tirées de diviſion en diviſion ; mais comme il faut auſſi avoir les arcs compris entre ces diviſions, ma premiere méthode eſt préférable à celle des auteurs, en ce qu'elle eſt plus ſimple, plus expéditive & plus juſte. En effet, comme les arcs de tête ſont quelquefois un peu grands, ce n'eſt pas aſſez de deux points pour les tracer à la main, ils ſont obligés de ſouſdiviſer les primitifs *a* 1 ; 1, 2, &c. en deux, aux points *m* & m^r, pour en tirer un troiſieme point de l'arc droit qu'on cherche, ce qui augmente le nombre des lignes & la confuſion dans les épures. Il faut ſeulement prendre garde, en ſuivant ma méthode de tracer l'arc droit par un mouvement continu, d'obſerver les précautions dont nous avons parlé au ſecond livre, pour éviter les faux contours.

Après avoir trouvé le contour, les points de diviſions de l'arc droit en vouſſoirs, & les angles des coupes pour les biveaux de lit de doële, on n'a plus beſoin que de chercher la différence des longueurs des joints de lit pour former les *panneaux de doele plate*, qui ſont des trapezes, comme A*d*D*a*, rectangles à l'arc droit en *d* & D, dont les longs côtés ſont donnés ſans altération à l'épure dans la projection, & leur diſtance, qui eſt la largeur de la doële plate, eſt donnée par les cordes correſpondantes de l'arc droit ; ainſi on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer ces panneaux, leſquels étant aſſemblés & rangés de ſuite, donneront la figure D*a*M*b*R, dont la doële oblique ſurpaſſe celle d'un berceau droit qui ſeroit terminé à la ligne DR, laquelle figure eſt le développement du trapeze de la figure 67 *ab*RD.

Fig. 67. & 68.

Pour donner un exemple de la conſtruction d'une doële plate, ſoit la projection de celle du premier vouſſoir ap^1 1^rD, on fera à part une ligne D1^r [*fig.* 68] égale à la corde D1^r de la figure 67, & ayant élevé aux extrêmités de cette ligne des perpendiculaires indéfinies D*f*, $1^r g$, on prendra à la figure 67 la longueur D*a* qu'on portera ſur D*f*, où elle donnera le point *a* : la longueur 1^1 p^1 de la fig. 67 ſur $1^r g$ de la fig. 68, qui donnera le point

point 1^d ; ayant tiré la droite $a1^d$, le trapeze $a1^d$ 1^rD ſera la figure de la premiere doële plate ; ainſi des autres. Fig. 67 & 68.

S'il étoit trop incommode de prendre toutes les longueurs des joints de lit depuis la ligne DR, & que l'on voulût ſe diſpenſer de faire un panneau, ayant ſeulement l'angle aigu ou obtus de la tête, il n'y a qu'à tirer par les points de projections p^1 p^2 des perpendiculaires à la direction du berceau Da, qui rencontreront les projections des joints de lits aux points y z ; alors portant la longueur ya en DY de la fig. 68, on tirera Y 1^r, qui donnera les angles de tête DY1^r aigu, & Y1^rE obtus & pour la doële plate ſuivante les angles 1^rZ2^r & Z2^r e, &c. Il faut remarquer que le panneau de la clef eſt donné dans ſes juſtes meſures au plan horiſontal en p^2 p^3 3^r, 2^r, excepté aux deſcentes.

On trouvera de la même maniere les *panneaux de lit*, qui ſeront auſſi des trapezes rectangles par un bout vers l'arc droit, dont les côtés ſont exactement donnés à la projection des joints de lit, il ne s'agit que de les écarter parallelement de l'intervalle des coupes de l'arc droit 1^r 5^r, 2^r 6^r, &c. de la fig. 67. On remarquera que les deux premiers lits ſont toujours donnés dans leurs juſtes meſures à la projection horiſontale, comme dAaD, bBR, excepté aux deſcentes. Suppoſons, pour exemple, qu'on veuille faire le panneau du ſecond lit, dont la projection eſt le trapeze p^6 p^2 2^r 6^r, ayant tracé à part une ligne 6^r 2^r (fig. 68.) égale à 6^r 2^r de la fig. 67, on élevera à ſes extrêmités deux perpendiculaires indéfinies 6^rh & 2^ri, ſur leſquelles on portera les longueurs 6e p^6, 2e p^2 de la figure 67, qui donneront les points 6^d 2^d ; le trapeze 6^r 6^d 2^d 2^r ſera le panneau de lit que l'on cherche. On peut auſſi, comme pour les doëles plates, en trouver les angles de tête, par le moyen des lignes Vp^5, u p^6.

Si après avoir fait le développement de la doële comme nous venons de le dire ci-devant pour l'aſſemblage de tous les panneaux de doële rangés de ſuite, on range auſſi ceux de lit ſur les lignes des joints de lit qui leur ſont communs, on aura une figure telle qu'on la voit au chiffre 68, que les appareilleurs appellent *développement*, dont nous avons parlé au troiſieme livre, laquelle eſt un compoſé de deux eſpeces de ſurfaces différentes, dont l'aſſemblage ſur une plane ne ſert de rien qu'à montrer d'un coup d'œil les différences des parties ; c'eſt pourquoi nous *Fig. 68.*

l'employerons rarement dans le cours de cet ouvrage. Nous l'employons dans ce commencement pour montrer que les panneaux de l'une & de l'autre eſpece varient dans les voûtes biaiſes d'un côté de la clef à l'autre, dans les ouvertures des angles de leurs têtes; d'un côté ils ſont obtus, & de l'autre ils ſont aigus, parce que d'un côté de la clef ils s'allongent dans la partie du haut ou du bas dans laquelle ils ſe raccourciſſent de l'autre, enſorte que les angles aigus ou obtus de la droite ſont les ſupplémens de ceux de la gauche, à diſtances égales de la clef.

Des biveaux.

Fig. 67. Il ne reſte plus préſentement, pour faire uſage des panneaux, qu'à connoître les angles qu'ils doivent faire entr'eux, & en former les *biveaux*; il y en a de deux eſpeces, ſavoir les angles de *lit & de doele*, qui ſont donnés par le trait de l'épure aux coupes de l'arc droit, comme l'angle $D1^r 5^r$ marque l'inclinaiſon des ſurfaces de la doële plate $D1^r$ & du lit $1^r 5^r$, qui eſt le même plan que celui qui paſſe par 1, 5, laquelle ſurface eſt équivalente de deux; ſçavoir au lit de deſſus du couſſinet, & au lit de deſſous du premier vouſſoir, dont l'inclinaiſon avec ſa doële eſt l'angle $5\ 1^r 2^r$ différent du premier, ſi l'arc droit n'eſt pas circulaire, comme il ne l'eſt pas en effet ſi la face eſt en plein ceintre. D'où il ſuit que l'angle obtus que font deux doëles plates n'eſt pas le double du ſupplément du biveau de lit & de doële d'un des vouſſoirs contigus, mais la ſomme de deux ſupplémens inégaux. Cet angle obtus des doëles ne peut être d'uſage dans la conſtruction, que pour un poſeur qui n'auroit pas de cerche pour ſe conduire.

La ſeconde eſpece d'angles dont on a ſouvent beſoin pour l'appareil eſt celle des doëles plates avec leurs têtes; ceux-ci ne peuvent ſe trouver ſur le trait que nous venons de faire, ni ſur le plan horiſontal, ni ſur l'élévation & le développement; car, quoique la direction horiſontale de la doële d'un berceau de niveau faſſe un angle droit avec une ſection verticale de la face à plomb, cette direction n'étant pas perpendiculaire à la corde, qui eſt la commune ſection de la doële plate & de la face, n'eſt pas auſſi perpendiculaire au plan de la face, mais à une ſeule ligne de cette face dans la ſituation verticale; ainſi il faut avoir recours au problême XIII du troiſieme livre.

On veut, par exemple, trouver le biveau de la doële plate 3, 4 avec la face, c'eſt-à-dire, avec la tête 3, 7, 8, 4 : ayant prolongé la corde 3, 4 juſqu'à ce qu'elle rencontre le diametre horiſontal AB, prolongé en *o*, on menera par ce point *o* une ligne *o*Y parallele à la direction BE ou *b*R, puis par un point *b*, pris à volonté ſur ce diametre, on tirera ſur la ligne 3 *o* la perpendiculaire *b q*, & ſur le même diametre AB la perpendiculaire *b*Y, qui rencontrera la ligne *o* Y au point Y, puis portant la longueur *b q* en *b* L ſur le diametre AB on tirera la ligne LY ; l'angle ALY ſera celui que l'on cherche, comme il eſt démontré au problême cité. *Fig. 67.*

Application du trait ſur la pierre.

On peut tracer & tailler un vouſſoir de trois manieres, qui conduiſent par différens moyens à la même fin, en commençant par la tête ou par le lit ; la meilleure eſt ordinairement de commencer par la doële plate.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir à une de ces trois ſurfaces, par exemple, pour la doële plate, on y appliquera le panneau qui convient à la place du vouſſoir tiré du nombre de ceux qu'on voit de ſuite à la figure 68, lequel ſera découpé ſur un morceau de carton ou de planche mince, pour en tracer le contour exactement ſur le parement dreſſé. Enſuite, prenant le biveau de *doele & de lit*, ou ſi l'on veut *de doele & de tête*, on abattra la pierre ſuivant l'ouverture de l'angle, obſervant que ſes branches ſoient toujours poſées d'équerre ſur l'arête ; après avoir formé cette ſeconde ſurface, on lui appliquera auſſi un ſecond panneau, ou de lit, s'il s'agit du lit, ou de tête, s'il s'agit de la tête, celui-ci donnera les poſitions des deux lits, & celui de lit donnera à ſes extrêmités la poſition des deux têtes antérieure & poſtérieure. Ainſi il eſt plus avantageux de faire la tête en ſecond parement, parce que faiſant paſſer une ſurface plane [par le problême I de ce quatrieme livre] par le joint de tête & par le côté du panneau de doële, on formera les deux lits, terminés du côté de la face ſeulement, & l'autre ſe terminera de même, ſi les faces antérieure & poſtérieure ſont paralleles, ou ſuivant l'angle qu'exigera le trait. Voyez la fig. ✠ au bas de la planche 36.

La doële plate étant faite, il ne reſte plus qu'à la creuſer ſui-

Fig. 67. vant le panneau de tête, & pour plus d'exactitude par le moyen d'une cerche convexe, & le voussoir sera achevé.

Nous avons supposé dans cet exemple que le ceintre de face étoit primitif & circulaire, & par le rapport des sections cylindriques, il en arrive que l'arc droit est elliptique & surhaussé, parce que le cylindre est scalene, dont la section perpendiculaire à son axe est une ellipse, & non pas un cercle; ce qu'il est bon de remarquer en passant pour sçavoir ce que l'on doit penser sur ce qu'avance M. de la Rue, à la page 18, où il dit: *qu'il est certain que la coupe faite perpendiculairement à l'axe doit former un cercle, si les bases du cylindre sont parfaitement rondes.* Il n'a pas pris garde que tous les cylindres ne sont pas droits sur leurs bases, témoin celui-ci. Mais si nous avions supposé l'arc droit DR circulaire, nous aurions rendu le cylindre droit intrinséquement, & sa base AHB, qui est une section oblique, seroit devenue elliptique.

D'où il résulte, comme nous l'avons dit ci-devant pour une disposition contraire, que si l'on avoit tracé les joints de tête suivant la bonne regle perpendiculairement à la tangente de la division de l'arc intérieur en voussoirs, & ceux de l'arc droit suivant la regle, aussi tendant au centre C^r, il seroit arrivé que les lits auroient été gauches, parce que les joints de tête de la face & ceux de l'arc droit n'auroient pas été paralleles entr'eux, en ce que ceux de l'arc droit auroient concouru à l'axe, & ceux de l'arc de face n'y auroient concouru qu'à l'imposte seulement; par-tout ailleurs leur direction auroit varié suivant le plus ou le moins d'obliquité de la face.

Or, comme il importe pour la commodité de l'exécution de faire les lits en surfaces planes, il faut de nécessité fausser une des coupes, ou celle de face ou celle de l'arc droit, ce que la maniere de tracer l'épure par la projection donne, sans qu'il soit nécessaire d'y rien changer. Il faut seulement en ce cas tirer ces projections des joints de lit d'extrados, que l'on pouvoit se dispenser de tirer dans le cas de l'arc droit elliptique, dont nous avons fait les joints de tête en fausse coupe, pour que tendant au centre C^r, qui est dans l'axe du berceau, ils soient dans le même plan que ceux de tête à la face.

Je ne prétends pas au reste qu'il soit de nécessité indispensable de faire les lits plans, on pourroit fort bien les faire gauches jusqu'à l'arc droit; mais de l'arc droit en continuant ils

feroient un pli à l'extrados, d'où ils reprendroient une différente direction ; l'inconvénient n'eſt pas grand ; un habile appareilleur pourroit fort bien ſe conformer à la regle, lorſque le joint de lit d'extrados ne doit pas paroître. De telles voûtes extradoſſées ſont rarement vues par deſſus, mais ce ſeroit ſe donner une peine aſſez inutile.

Pour faire les lits plans, lorſque le ceintre de face eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé elliptique, & que ſes joints de tête ſont tracés ſuivant les regles perpendiculairement à la tangente au point de chaque diviſion de vouſſoir, il faut chercher l'inclinaiſon de la coupe de l'arc droit comme il ſuit.

Soit [*fig.* 70.] le joint de tête donné *dt* à l'arc de face ſurbaiſſé A*h*B ; ayant prolongé cette ligne *dt* juſqu'à ce qu'elle rencontre le diametre AB en *x*, on menera par ce point *x* une ligne *xy* parallele à la direction C*c* de la voûte biaiſe, qui coupera le diametre DB de l'arc droit DHB au point *y* ; par lequel & par le point 4 de l'arc droit correſpondant du point *d* [l'un & l'autre provenant de la projection du même plan *gp*] on tirera la ligne *y*4*z*, le joint 4*z*[x] ſera celui qu'on cherche, lequel eſt différent de la coupe naturelle au plein centre 4, 8 tirée du centre C. La même conſtruction ſervira pour tous les autres joints de tête qu'on peut tirer ſuivant les regles au ceintre elliptique A*h*B. *Fig.* 70.

Explication démonſtrative.

Premierement, la démonſtration de cette derniere opération particuliere eſt fondée ſur la 7e. propoſition du 11e. livre d'Eucl. Car, puiſque les points *d* & 4 doivent être ſuppoſés en l'air, perpendiculairement au plan ABFE & à même hauteur, ils ſont dans une horiſontale parallele à leur projection *gp*, laquelle eſt par la conſtruction parallele à *xy* ; donc par la propoſition citée, les points *d* & 4 ſont dans le même plan que *xy* ; *ce qu'il falloit démontrer.*

Quant au reſte des opérations précédentes, il faut ſe rappeller les ſections des cylindres ſcalenes que repréſentent les berceaux biais. Nous avons dit au premier livre que ſi la baſe d'un tel cylindre, qui eſt ici la face du berceau, étoit circulaire, la ſection perpendiculaire à l'axe étoit néceſſairement une ellipſe. Or, le diametre de la baſe circulaire oblique étant donné, les deux axes de la ſection perpendiculaire elliptique le ſont auſſi,

puiſque les hauteurs à la clef doivent être égales au ceintre de face & à celui de l'arc droit, & que la ſection par l'axe du cylindre, qui eſt le plan horiſontal, donne le rapport du diametre de la baſe au petit axe de l'ellipſe; cela ſuppoſé.

Si l'on releve par la penſée le demi-cercle AHB de la face du berceau en le faiſant mouvoir ſur ſon diametre AB, comme ſur une charniere, juſqu'à ce qu'il ſoit perpendiculaire au plan *d*AB de la projection horiſontale; qu'on releve auſſi de même l'arc droit *d*XB, ces deux plans, qui dans le deſſein étoient confondus avec l'horiſontal, deviendront verticaux, ſans que les points de leurs diviſions s'approchent de leur diametre; de ſorte que les perpendiculaires menées à ces diametres deviendront des *à plombs*, c'eſt-à-dire, des verticales; par conſéquent paralleles entr'elles, quoiqu'elles ne le ſoient pas dans le deſſein à plat; d'où il ſuit [par la 7e. du 11e. d'Eucl.] qu'elles ſeront dans un même plan, & toutes celles qui les couperont. Or, puiſque les hauteurs de l'arc droit ont été faites égales à celles de l'arc de face, il ſuit que les joints de doële & d'extrados qui paſſeront en l'air par ces hauteurs, comme du point 6 à 6^r, & de 2 au point 2^r, ſeront à la ſurface d'un cylindre & de longueurs égales à celles de la projection, puiſqu'elles leur ſont paralleles horiſontales, terminées par des verticales; donc les meſures des longueurs des joints de lit ſont bien priſes ſur le plan horiſontal.

A l'égard des cordes de doële plates leſquelles ſont inclinées à l'horiſon, leur meſure ne peut être priſe que dans l'élévation de ces arcs qui ſont cenſés verticaux dans le deſſein, quoiqu'ils ne le ſoient pas. Il eſt donc clair que la vraie figure de la doële plate eſt bien trouvée, puiſque les quatre côtés ſont donnés avec deux angles droits & les deux angles obliques de la tête, laquelle figure eſt différente de celle de la projection horiſontale, en ce que les angles obliques du trapeze trouvé ſont l'un plus ouvert, l'autre plus fermé qu'ils ne ſont au plan horiſontal, & les intervalles des côtés paralleles plus grands.

SCHOLIE.

On pourroit trouver les côtés des panneaux de doële plate par le calcul, ſi l'on vouloit, car les côtés des joints de lit & de tête

font proportionnels aux faillies & aux hauteurs des retombées & aux différences des longueurs qui expriment l'obliquité du biais ; ainfi :

1. Pour trouver la différence de longueurs des panneaux dont tous les joints de lit font paralleles à la direction du berceau, on aura cette analogie AB : Ad : : Ap^i : At, c'eft-à-dire, le diametre de la face eft à l'avance de l'entiere obliquité fur l'arc droit, comme la retombée eft à la différence du joint paffant par la premiere divifion en vouffoir, laquelle différence At étant fouftraite de l'avance Ad, donnera la longueur $p^1 1^i$ du premier joint fur l'impofte. 2°. Pour avoir la retombée de l'arc droit, connoiffant celle de la face on fera cette analogie Ba : ap^i : : BD : D1^i. 2°. Puifque les retombées des lits font proportionnelles aux lits dont elles font les projections (par le théor. I. du 2e. livre) chacune dans fon arc, ou de face ou droit, il fuit que les retombées & les lits correfpondans entre ces différens arcs font entr'eux comme les longueurs des diametres de l'arc de face & de l'arc droit. Car fi l'on prolonge les joints de tête 5, 1 en C & 5^r 1^r en C^r, jufqu'à la rencontre du diametre horifontal dB, on aura $p^s p^r$: 5, 1 : : p C : 5C ; 5e 1 : 5^r 1^r : : 5e C : 5C ; mais par l'article précédent les retombées font entr'elles dans les différens arcs de face & droit, comme leurs diametres, donc les largeurs des lits marquées par les joints de tête, qui expriment auffi l'épaiffeur de la voûte, font entre elles comme les diametres paffans par ces joints.

COROLLAIRE.

Puifque les hauteurs des retombées correfpondantes de l'arc de face & de l'arc droit font toujours égales (par la conftruction) à l'extrados comme à la doële, il fuit que fi l'on fuppofe une fection à plomb par le milieu de la clef, l'épaiffeur de cette clef dans l'arc droit fera égale à celle de l'arc de face ; car fi des hauteurs égales on ôte des quantités égales, les reftes font égaux ; mais l'épaiffeur Hh, égale à la largeur du lit Aa de l'impofte, eft plus grande que celle dD de l'arc droit, donc les *voûtes biaifes extradoffées dont l'arc de face eft circulaire font d'une épaiffeur inégale*, qui augmente continuellement *depuis l'impofte jufqu'à la clef*, ce qui eft contre la bonne conftruction,

comme nous l'avons dit ci-devant, puiſque la partie qui eſt la plus foible devroit être la plus forte.

Cette conſéquence eſt une confirmation de ce que nous avons avancé au théor. IV. du premier livre, où nous avons démontré que les ſections planes d'un cylindre creux, qui ne ſont pas paralleles à la baſe, étoient des couronnes elliptiques compriſes par les contours de deux ellipſes concentriques & ſemblables, mais non pas équidiſtantes.

REMARQUE.

Sur les fautes que l'on fait contre la bonne conſtruction dans le choix du ceintre primitif des voûtes extradoſſées.

Il eſt clair que lorſqu'on fait l'arc de face d'une voûte biaiſe en plein ceintre, on forme un cylindre ſcalene creux, dont l'arc droit, qui eſt la ſection perpendiculaire à l'axe, eſt une couronne elliptique de ceintre ſurmonté qui eſt plus large à la clef qu'aux impoſtes, comme nous venons de le démontrer au corollaire précédent ; d'où il ſuit évidemment que les vouſſoirs qui devroient y être plus légers qu'aux impoſtes, ſuivant les regles de la méchanique, y ſont au contraire plus peſans, ce qui entraîneroit la ruine de la voûte ſi les reins n'étoient pas remplis.

Cette charge illégitime n'eſt pas un petit objet lorſque les berceaux ſont très-obliques à leurs faces, comme il s'en trouve dans certains réduits de nos fortifications modernes qui ſont à la mode, où l'angle du biais, c'eſt-à-dire, l'obliquité du paſſage voûté, eſt moindre de 60 degrés ; alors l'épaiſſeur au-delà de celle de l'impoſte devient une augmentation à peu près du tiers de la charge, ſi la voûte eſt extradoſſée ; mais comme elle ne l'eſt pas ordinairement dans nos réduits, & qu'elle eſt bien appuyée par 5 & 6 pieds de terre au-deſſus, cette obſervation n'eſt d'aucune conſéquence pour nos ouvrages de fortification. Ce qu'on en doit inférer eſt, que ſi une voûte de grande obliquité étoit extradoſſée, il ſeroit de néceſſité indiſpenſable de faire l'arc de face elliptique ſurbaiſſé, pour qu'il en réſultât un arc droit circulaire, ou un peu ſurmonté, ſi on le croit convenable, ce qu'aucun des auteurs de la coupe des pierres n'a obſervé.

Il

Il ne faut pas s'imaginer qu'on évite cet inconvénient en faisant le ceintre de face en ovale composé d'arcs de cercles concentriques, suivant l'usage des ouvriers & des mauvais appareilleurs ; car chaque portion de cercle qui est comprise par deux segmens de cercles semblables & concentriques, est une portion de base d'un cylindre scalene creux, dont la section perpendiculaire à l'axe est elliptique, & si le ceintre a trois centres, ce sont trois portions de différens cylindres. On se jette de plus dans un autre inconvénient, qui est celui des jarrets qui se forment à la jonction des arcs, parce que la position des centres n'étant plus dans une distance proportionnelle à celle de la base, les rencontres des arcs ne se font plus au point d'attouchement, où est la seule jonction réguliere pour effacer tout jarret.

Il est vrai que les auteurs de la coupe des pierres qui font des arcs de face composés d'arcs de cercles, ne font pas leurs arcs droits de pareille construction mais par des points trouvés; cependant leur trait augmente encore un peu le surcroit de l'épaisseur de la partie supérieure de la voûte biaise dont l'arc de face est ovale, même surbaissé, parce que si l'arc de face étoit une couronne elliptique réguliere, elle seroit plus large aux impostes qu'à la clef, ce qui pourroit, en certain cas, rendre l'arc droit circulaire & d'une épaisseur uniforme, au lieu que la couronne ovale de contour équidistant donnera toujours à l'arc droit plus d'épaisseur à la clef qu'aux impostes.

Il n'est pas nécessaire d'ajouter à la démonstration du trait du berceau biais, pourquoi l'on a formé les biveaux de lit & de doële à l'arc droit plutôt qu'à l'arc de face ; nous en avons expliqué les raisons au troisieme livre, page 431, où nous avons démontré que les angles des plans devoient se prendre sur des perpendiculaires à leur commune intersection.

Du biais par abrégé.

Lorsqu'on choisit l'arc droit & circulaire pour ceintre primitif d'une voûte biaise, & que l'on fait les divisions des voussoirs parfaitement égales entre elles, on réduit le trait à une opération fort simple, qu'on appelle *biais par abrégé*, laquelle est tirée du premier chapitre de la seconde partie du Pere Deran.

Soit [*fig.* 70.] ABFE le plan horisontal du berceau biais.

Fig. 70. On prolongera le côté EA vers D, auquel on tirera une perpendiculaire BD, ſur laquelle, comme diametre, on décrira le demi-cercle DHB, qui ſera l'arc droit, & le ceintre primitif du berceau, qu'on diviſera à l'ordinaire en ſes vouſſoirs, avec cette circonſtance, que nous n'avons pas exigé ailleurs, qu'ils ſoient tous égaux entre eux aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera autant de paralleles à DF, qui couperont la projection de l'arc de face AB aux points 1^a, 2^a, 3^a, *g*.

Préſentement, pour trouver les panneaux de doële, il faut tirer des points A, 1^a, 2^a des paralleles à DB, qui couperont les projections des côtés de la clef $p^2 e$, $p f$ aux points *k*, *l*, *m*, *n*, d'où l'on tirera des lignes de l'un à l'autre *kl*, *mn*, qui exprimeront l'obliquité de la tête du panneau de doële ſur les joints de lit. Ainſi ſuppoſant un voûte d'égale profondeur, comme dans cette figure, & faiſant la même choſe pour la face EF qu'à la face AB, le trapeze *klfe* ſera le panneau de la premiere doële, *mnqo* celui de la ſeconde, & $2^a 3^a 3^e 2^e$ celui de la clef. Il n'eſt pas néceſſaire d'en tracer davantage, parce qu'en renverſant les panneaux du côté de la gauche, ils ſerviroient pour celui de la droite, les angles d'un côté étant (comme nous l'avons dit à la figure 68) * les ſupplémens de l'autre, ce ſont toujours les mêmes tournés du dedans au dehors.

* Page 138.

Pour former les *panneaux de lit* on fera à peu près la même choſe, avec cette différence, que des points 1^a 2^a, on menera les paralleles à DB juſqu'au côté DE, comme $1^a r$, $2^a s$, qui rencontreront ce côté aux points *r* & *s*, par leſquels & par le centre C, on tirera les lignes *rt*, *su*, qui exprimeront l'inclinaiſon des joints de tête ſur les joints de lit; ainſi l'angle E*rt* ſera celui du premier lit, E*su* celui du ſecond, & ſuppoſant la voûte d'égale profondeur, le premier lit ſera le trapeze TR*rt*, le ſecond VS*su*; il n'importe des largeurs TR, VS, elles ſont arbitraires ſuivant l'épaiſſeur de la voûte, & ne changent rien aux angles des joints de lit & de tête. Par la même raiſon de l'égalité de vouſſoirs, les panneaux de lit de la gauche peuvent ſervir pour la droite en les tournant en ſens contraire, l'angle obtus étant mis à la place de l'angle aigu. Le ceintre de face biaiſe AB, qui doit donner les *panneaux de tête* ſera une demi-ellipſe A*h*B, formée par le diametre AB pour grand axe, & DB pour le petit.

Explication démonſtrative.

Puiſque, par la ſuppoſition, les vouſſoirs ſont tous d'égale

largeur, ils le ſont tous dans ce ſens à la clef qui eſt repréſentée à la projection horiſontale ſans aucune altération de ſes meſures, parce que ſa corde eſt de niveau, par conſéquent parallele au plan horiſontal, il ne s'agit donc que de trouver la différence d'inclinaiſon cauſée à chaque tête. Or, puiſque les longueurs ſont données dans la projection des joints de lit, il eſt clair qu'en tirant les paralleles Ak, 1^{a}m, 2^{a}n, on tranſporte ces longueurs ſur les joints de la clef, par conſéquent en tirant les lignes kl, mn, d'une longueur à l'autre, on a la juſte poſition de la tête, les côtés 2^{a} 2e, 3^{a} 3e étant dans leur juſte diſtance reſpective; donc les *doeles plates* ſont exactement tracées.

Remarque ſur ce trait.

Il y a une imperfection dans ce trait, que les joints de tête qui ſont tirés du centre commun C doivent être tirés perpendiculairement à l'arc de face au point de ſa diviſion, parce que la face eſt apparente ; ils ne peuvent l'être ſuivant cette conſtruction, parce que l'arc droit DHB étant circulaire, l'arc de face biaiſe, dont AB eſt le diametre, ſera elliptique. Or nous avons démontré au livre ſecond que hors des axes les lignes tirées au centre d'une ellipſe ne ſont pas perpendiculaires à la tangente de l'arc au point où elles le rencontrent; donc les joints ſont mal tirés, ce que le Pere Deran, & M. de la Rue qui l'a ſuivi, n'ont apparemment pas apperçu; car ils n'auroient parlé de ce trait que comme d'une pratique d'ouvrier difforme & peu réguliere en ce point.

COROLLAIRE.

Des berceaux à double obliquité de face verticale briſée en deux directions.

En termes de l'art :

DE LA PORTE SUR LE COIN DANS L'ANGLE A-PLOMB.

De la conſtruction du premier cas de ce problême il eſt aiſé de conclure quelle doit être celle d'un berceau dont la face eſt angulaire, comme pliée en deux parties, qui forment un angle ſaillant aCb, ce qu'on appelle *porte ſur le coin*, ou un angle rentrant LMN, ce qu'on appelle *porte dans l'angle*, comme on voit à la figure 69, & en élévation ſur l'angle ſaillant à la figure 71. *Fig. 69.*

Car premierement, ſi l'on compare la partie FNE de la figure 67 à la figure 69, il eſt évident qu'il ne peut y avoir aucune différence de conſtruction depuis l'impoſte juſqu'à la clef de part & d'autre des faces de droite & de gauche, ſi elles ſont égales entre elles, puiſque l'angle FNE eſt une continuation de la figure 67, dont la moitié ExN eſt ſemblable au biais EFG, qui peut être égal à celui de l'autre bout BAd, ſemblable encore à la partie F x N, qui eſt une moitié de berceau biais tournée à gauche, NE une autre moitié tournée à droite; la ſeule différence de ce trait avec le précédent conſiſte à la clef, qui comprend les deux obliquités par un angle ſaillant ou rentrant, dont la diagonale x N [*fig.* 67.] ou MC [*fig.* 69.] ſera dans l'axe du berceau, ſi les faces aC, bC ſont égales.

Fig. 69. Mais ſi les faces ne ſont pas égales, comme ſi le piédroit La avançoit en X, alors la diagonable de l'angle ne tomberoit plus ſur l'axe, & s'en écarteroit d'un côté, ce qui fait voir que la porte ſur le coin ſeroit un compoſé de deux obliquités différentes l'une Cb plus oblique, l'autre XC moins inclinée à la direction du berceau. D'où il réſulte une inégalité de ceintre dans chaque face, ſi l'on fait les impoſtes de niveau entre elles; car la plus courte XC^n ſeroit néceſſairement ſurmontée ſi l'autre étoit en plein ceintre, & ſi XC^n étoit en plein ceintre l'autre bC^n ſeroit ſurbaiſſée, parce que la hauteur du milieu de la clef étant commune, les demi-diametres horiſontaux XC^n, bC^n ſont inégaux, lequel changement de ceintre de face entraîne auſſi celui de l'arc droit, où il peut cauſer des irrégularités, s'il n'eſt pas pris pour ceintre primitif.

Pour éviter toute difficulté en pareille circonſtance, il convient de prendre l'arc droit pour ceintre primitif, comme on vient de le faire au *biais par abrégé*, & il en réſulte à chaque face un ceintre particulier elliptique; ſi l'arc droit eſt circulaire l'une des faces eſt plus, l'autre moins ſurbaiſſée.

Toute la différence de la porte ſur le coin & de la biaiſe ne conſiſtant qu'à la clef, on fera l'épure de chaque partie aC^n, bC^n, comme au biais de la fig. 67 ou de la 70, & la rencontre des deux biais donnera au plan horiſontal la figure de la doële plate de la clef dans ſa juſte meſure, telle qu'on la voit en M$fp^3 C^n p^2 e$.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y

appliquera le panneau de la figure nommée, trouvée à l'épure 69, puis avec les biveaux de lit & de doële trouvés par le moyen de l'arc droit *aDb*, comme à la figure 67, on abattra la pierre pour former les deux lits de droite & de gauche, sur lesquels ayant appliqué les panneaux de lit trouvés, comme aux biais simples, on abattra la pierre à l'équerre sur les demi-faces p^2C^n & $p\ C^2$, pour le saillant, & de même en M*e*, M*f* pour le rentrant, lesquelles deux demi-faces étant faites, on y appliquera le panneau 2HK6 qui lui convient, pris sur l'arc de face *a*1, 2H en 2H, qu'on retournera pour l'autre face, si les deux sont égales, ou qu'on prendra en 3*h*, si le ceintre *b*43*h* étoit différent du premier, ce qui ne peut arriver qu'au cas que les obliquités des deux demi-faces soient inégales.

Nous n'avons pas parlé d'autre cas, qui seroit que l'arête de l'angle saillant ou rentrant ne se trouvât pas au milieu de la porte, parce qu'il causeroit une grande difformité qu'il est rare qu'on ne puisse pas éviter. Alors la double obliquité ne se trouveroit pas à la clef, mais à un autre voussoir, & le ceintre des deux portions d'arcs de face ne seroit plus commun en C^n. Supposant, par exemple, le piédroit prolongé en X, & l'angle saillant en *g*, il faudroit prolonger la portion de face X*g*, jusqu'à la rencontre de l'axe ou ligne du milieu MC^n en *z*, où seroit le centre de la portion de ceintre X*u*, qui conviendroit à X*g*, laquelle seroit déterminée par une perpendiculaire *gu* à X*z* élevée sur le point *g*, & celui de la face *bh*G seroit toujours au même endroit en C^n, mais il seroit augmenté au-delà du quart d'ellipse ou de cercle, d'un arc *h*G que donneroit la perpendiculaire sur *bg* au point *g*. Cet avertissement suffit pour un cas qui ne doit jamais arriver.

Explication démonstrative.

Il est clair que si l'on prend pour ceintre primitif l'arc droit, & qu'on le fasse circulaire, cette porte est un cylindre droit coupé obliquement de deux sections obliques contraires qui se croisent à l'axe lorsque l'angle est au milieu. Et si l'on fait les arcs de faces biaises circulaires, c'est un cylindre scalene coupé par une section souscontraire, si les deux faces sont égales; & si enfin l'angle n'est pas au milieu, les faces sont deux portions de section qui se croisent hors de l'axe, & par

conféquent leurs centres ne peuvent être communs, parce que dans les fections cylindriques l'axe paffe toujours par le centre des fections elliptiques, quoiqu'il n'en foit pas de même dans les cônes.

On a marqué à la figure 68 par des lignes ponctuées un développement qui peut fervir à trois fortes de traits ; favoir AB*d* pour le berceau *biais*, *d*MB pour la *porte dans l'angle*, & AMN pour la *porte fur le coin*, qui eft le même tourné en fens contraire, faillant au lieu du rentrant.

Remarque fur l'ufage.

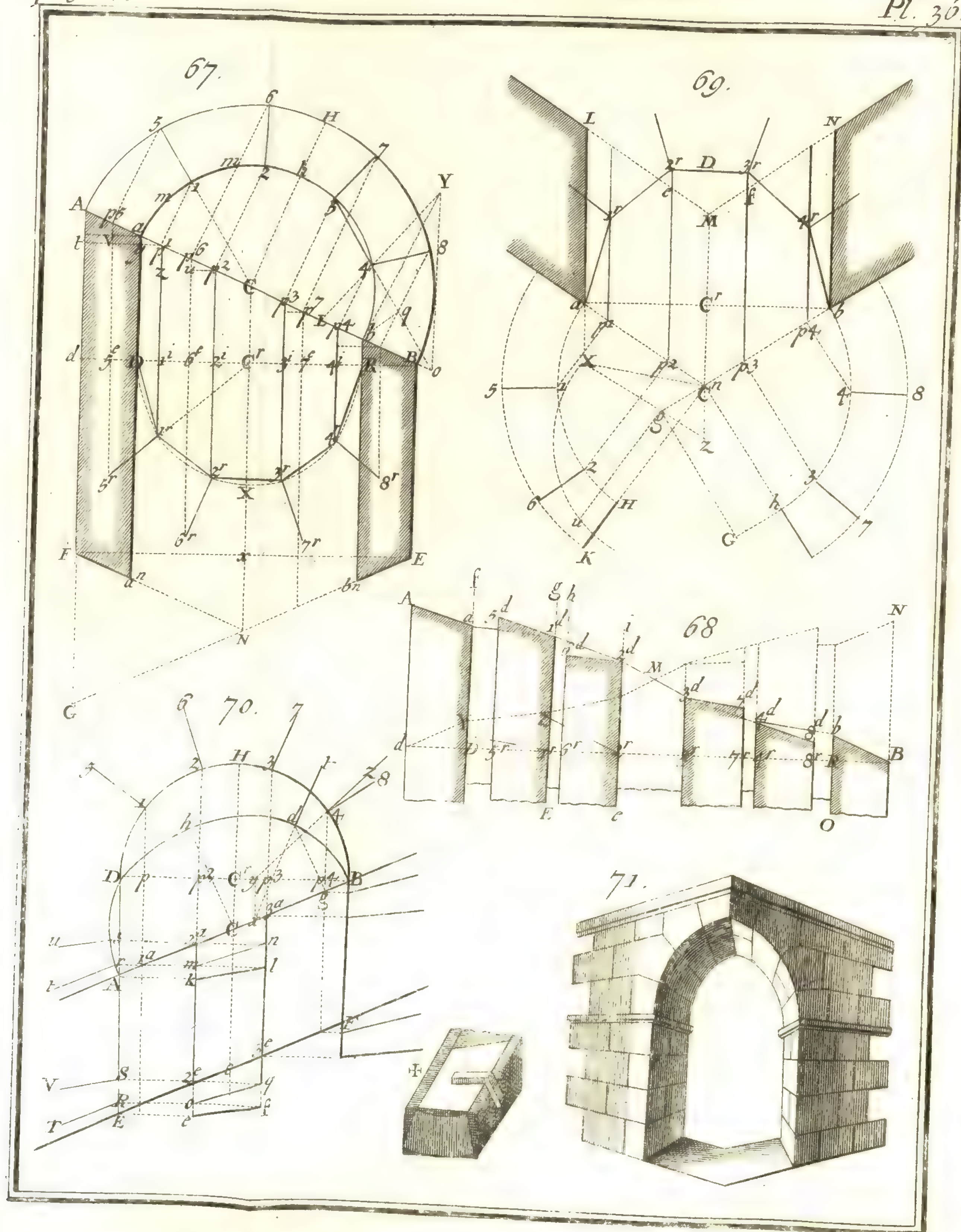
La *porte fur le coin* eft un des traits de la coupe des pierres qu'on exécute rarement, & qu'un bon architecte fçait éviter, parce que lorfqu'on eft obligé de placer une porte dans un angle faillant ou rentrant, ce qui arrive quelquefois, on y forme un pan, comme on a fait aux portes de fortie de l'enveloppe de Manheim ; ou bien on forme ce pan en arrondiffement de tour creufe, pour faire porter l'encoignure fur une trompe en niche, s'il faut conferver l'angle faillant dans la partie fupérieure, comme on voit à l'hôtel de Toulonfe, rue des Bons-Enfans, à Paris. Cependant s'il arrive qu'on n'ait pas de hauteur fur la porte pour y pratiquer cette trompe, alors on eft obligé de faire une porte fur le coin. En ce cas on obfervera que l'angle doit être au moins droit, car s'il eft plus aigu, l'appareil aura peu de folidité, parce que les vouffoirs poufferont au vuide, & ne fe foutiendront que par la longueur de leur queue ; ainfi ce genre d'ouvrage ne convient qu'aux angles obtus, ou tout au plus aux droits, d'autant plus que la difformité y devient moins fenfible à mefure que l'ouverture de l'angle eft plus grande.

D'une efpece de berceau oblique, dont les lits ne font pas dirigés à l'axe,

Appellé en termes de l'Art :

BIAIS PASSE'.

Ce que les appareilleurs appellent *biais paffé*, ou affez mal à propos avec les auteurs, *corne de vache double*, n'eft autre chofe qu'un berceau biais de figure ordinaire, mais dont les joints de lit ne font pas paralleles, parce que les têtes font inégales & inverfes du devant au derriere.


67.
69.
68
70.
71.

On doit donc considérer cette voûte comme une portion de cylindre scalene coupé obliquement par les plans des lits, dont les joints de la doële sont par conséquent des arcs d'ellipses, & non pas des lignes droites, comme les trace le Pere Deran, & ceux qui l'ont suivi: tels sont le Pere Dechalles & M. de la Rue: ce qui est incontestable.

Erreurs des auteurs.

Plan. 37. Fig. 72.

Soit [*fig.* 72.] ABDE le plan horisontal de la voûte, qui est le parallelograme & la seule section par l'axe. Ayant tiré des perpendiculaires E*e*, D*d*, par les points E & D de la face antérieure ED à la postérieure AB prolongée, on rassemblera sur la même base A*d* les élévations des deux faces AB, ED, en décrivant les demi-cercles A*h*B, *e*H*d* de leurs ceintres. Puis sur la partie commune *e*B, comme diametre, on décrira le demi-cercle *e*FB, qu'on prendra pour un ceintre primitif, sur lequel on fera les divisions des voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, ou si l'on veut sur le ceintre gothique *eg*B, qu'il ne faut pas cependant considérer comme *l'arc droit*, ainsi que le dit M. de la Rue, qui s'est trompé dans cette expression; car il s'en faut tout que cet arc ne soit *droit*, puisqu'il est parallele aux faces qu'on suppose biaises. La division des voussoirs étant faite aux points 1, 2, 3, 4, on tirera par ces points & par les centres C^s & C^a des ceintres de faces opposées, les lignes $C^a\,1^s$, $C^a\,2^s$; $C^s\,3^a$, $C^s\,4^a$, qui seront les projections verticales des joints de lit & ceux de tête, en les prolongeant vers les points 5e, 6^s; 7^a, 8^a, & l'épure sera tracée, pour opérer par équarrissement suivant la maniere ordinaire des auteurs cités.

Mais il s'en faut de beaucoup que le trait ne soit fait, si l'on veut opérer exactement, parce qu'au lieu de faire les arêtes des joints de lit & de doële en ligne droite, il faut chercher la courbure d'un arc elliptique, comme nous allons le dire.

On tirera par le centre C^a d'un des ceintres de face *e*H*d* une perpendiculaire GY sur AB, prolongée indéfiniment de part & d'autre, laquelle rencontrera les côtés du berceau AE & DB prolongés en X & en Y, la ligne XY sera un des diametres de l'ellipse qu'on cherche, & son milieu C en sera le centre. Ensuite ayant pris sur sa partie $C^a\,C^s$ autant de point *n* que l'on voudra en avoir pour l'arc du joint de lit, comme ici seulement deux n^4, n^5, on menera par ces points autant de paralleles O*u*, O*u* aux faces AB ou ED, & d'autres, au lit dont il est

question, par exemple, pour le lit $C^a 2^s$, les lignes indéfinies $n^5 q$, $n^4 C^s$, $C^3 q$, dont les longueurs aux points q seront déterminées par l'interſection d'un arc de cercle, comme Zq^3, $q Z$, tracé des centres 5^c, 4^c, C^3, pris ſur l'arc du berceau $C^s C^3$, à l'interſection des lignes Ou, Ou, & pour rayon le demi-diametre AC^s.

Les points q, q, q, Z & Z étant trouvés comme nous venons de le dire, il ſera aiſé d'avoir la projection horiſontale du lit $ppppa^2$ en abaiſſant des perpendiculaires des points $2^s\ qqq^3$, qui rencontreront les paralleles Ou, Ou aux points $pppp^3\ y$ & y, mais cette projection n'eſt pas néceſſaire, parce qu'elle redreſſe le joint, & l'on a beſoin de l'arc dans toute ſa courbure ſans altération. C'eſt pourquoi on portera les longueurs $Ca\ 2^s$ en $C^a Q^s$, $n^5 q$ en $n^5 Q^5$ & $C^3 q$ en CD, & par les points $Q^s Q^5$ Q & D on tracera à la main ou avec une regle pliante l'arc $Q^s Q$ QD, qui ſera la cerche du joint de lit à la doële de deſſus du ſecond vouſſoir exprimé à l'élévation par la petite ligne $2^s\ 2^a$, qui eſt auſſi celui du lit de la clef.

On tracera de la même maniere la courbure du joint du premier lit $1^a\ 1^s$, en menant par les points $n^5\ n^4 C^3$ des lignes paralleles au lit $C^a 1^s$, comme $n^5 V$, $n^4 V$, $C^3 V$, dont on déterminera les points VV par l'interſection des arcs faits des points 5^c, $4^c C^3$ pour centres, & de l'intervalle $C^s A$, pour rayon, comme on a fait pour l'autre joint; ſi l'on porte les longueurs $C^a 1^s$, $n^5 V$, $n^4 V$, & $C^3 V$ en $C^a u$, $n^5 u$, $n^4 u$, $C^3 u$, on aura les points u^6, u, u, 3, par leſquels on tracera la portion d'arc que l'on cherche, laquelle ſera beaucoup moins courbe que la précédente, étant partie d'une ellipſe prolongée.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal vrai ou ſuppoſé, ſuivant l'uſage ordinaire pour l'équarriſſement, on lui en fera un autre à l'équerre pour ſervir de face de devant, par exemple, & un troiſieme jaugé, c'eſt-à-dire, parallele à celui-ci pour la face de derriere, comme ſi l'on vouloit faire un vouſſoir de berceau droit; puis ayant tiré une ligne ſur le lit de deſſous à l'équerre ſur les deux arêtes des faces & du lit, on portera à ſes extrêmités ſur les deux faces l'arc de tête pris ſur l'épure par le moyen de la retombée, lequel pour le premier vouſſoir

voussoir est l'arc $e\,1^a$, ensuite sur une des deux faces l'autre arc A 1^s en dedans du premier, avec son joint de tête $1^a\,1^s$ prolongé en L. Planche 37. *Fig.* 72.

Chaque tête étant ainsi tracée, on abattra la pierre suivant le trait pour le lit de dessus, lequel étant formé on y appliquera la cerche ou le panneau de la courbe $u^6 u^3$, pour tracer l'arête du joint, au lieu qu'au lit de dessous on tirera une ligne droite d'une tête à l'autre, ensuite on abattra la pierre depuis l'arc du devant à celui du derriere à la regle, qu'on aura soin de tenir toujours parallele à l'arête du lit de dessous, comme on voit à la figure 73, ensorte qu'elle coule partie sur l'arc de la plus grande face & partie sur l'arc du lit de dessus, dès qu'elle sera au-dessus de la hauteur de la plus petite retombée, sans quoi la doële seroit mal formée.

Comme il n'y a pas de joint droit au second voussoir, sur lequel on puisse se régler pour la position de la regle non plus qu'aux autres voussoirs supérieurs & à la clef, il faudra tirer sur l'épure des lignes paralleles à AB, qui couperont les arêtes des têtes du devant & du derriere à même hauteur $r\,2^a$, ou qui toucheront la clef comme hH ; puis ayant porté les arcs de tête que ces lignes comprennent, comme $1^s r$ sur la tête postérieure ou de derriere, on tirera dans la doële avec la regle une ligne droite à l'angle de la tête antérieure 2^a, laquelle servira de guide pour achever de creuser la doële, en tenant la regle parallele à cette ligne $r\,2^a$, & la faisant couler en cette situation sur les arêtes des têtes & des lits.

On en usera de même pour la clef en y, traçant une ligne RE, comme on voit à la figure 74, où nous l'avons représentée faite & renversée, & où l'on voit qu'il faut commencer par faire comme une clef de berceau droit, dont la doële plate seroit le parallelograme rectangle $s^2\,a^2\,a^3\,s^3$ formé par des perpendiculaires à AB, tirées par les points des retombées, abaissées sur ce diametre par les points $2^a\,3^s$, puis ayant ainsi formé la clef d'un berceau droit $s^2\,a^2\,a^3\,s^3$, 6, 7, 7, 6, on portera sur les arêtes de lit & de têtes opposées la longueur $2^s\,2^a$ prise à l'élévation, & par les points $2^a\,s^2\,3^s\,a^3$ on tracera la ligne courbe Q^sD trouvée pour l'arête du second lit à la doële, comme nous l'avons dit, par le moyen d'un panneau levé sur l'épure, la pierre étant abattue à la regle posée sur les arêtes & coulante paral- *Fig.* 74.

lelement à la ligne de foi RE, on creusera la doële avec toute la régularité possible.

Remarque sur la fausseté de l'ancien trait.

On voit par ce que nous venons de dire, que le trait que donnent tous les auteurs de la coupe des pierres ne pouvoit former une surface de berceau régulier, mais d'un cylindre très-irrégulier, puisque chaque voussoir fait à la regle avec des arêtes de doële droite étoit une portion de cône scalene, lesquelles étant assemblées devoient faire des arêtes saillantes entre les deux têtes, à peu près en côtes de melon. Il est vrai que les arêtes des lits auprès des impostes sont très-peu courbes; mais elles le deviennent trés-sensiblement à mesure qu'elles approchent de la clef.

Autre remarque sur l'imperfection & l'inutilité du trait.

Planche 37. Premierement il est visible que si le biais est considérable, on perd beaucoup de pierre dans l'opération du biais passé, comme le montrent les figures 73, 74 & ✠ où l'on a distingué par des hachures, ce qu'il faut abattre. 2°. On perd beaucoup de tems à former ces parties de surfaces, qu'il faut ensuite enlever. Troisiemement, je ne vois aucune nécessité de faire cette voûte par des lits obliques, qui rendent les têtes des voussoirs inégales de part & d'autre de la clef & des joints de lit courbes; une voûte biaise par têtes égales & lits droits, tels que nous venons de le dire au cas précédent du berceau biais, ne seroit-elle pas plus belle & plus réguliere?

On peut dire que le *biais passé* dans son origine est un enfant de l'ignorance, qui a eu recours à un mauvais artifice pour faire un berceau biais de la même maniere qu'un berceau droit; j'en fais si peu de cas, que je n'en aurois pas fait mention, si tous les auteurs de la coupe des pierres n'en avoient parlé comme d'un trait utile, en quoi ils ont fait voir ou peu de science, ou tout au moins peu d'amour pour l'exactitude. Cependant le dernier cité l'exige rigidement ailleurs, comme lorsqu'il rejette les panneaux des voûtes sphériques pour une différence d'un joint droit à un courbe, qui n'est pas plus sensible que celle du biais passé dont je parle.

Explication démonstrative.

Il eſt démontré, comme nous l'avons tant de fois répété, que la ſection d'un cylindre quelconque coupé par un plan qui croiſe ſon axe, eſt une ellipſe ou un cercle; ainſi puiſque les lits du biais paſſé croiſent l'axe ſi on les prolonge, il eſt déja évident 1°. que leurs joints à la doële ſont des portions d'arcs elliptiques. 2°. Il n'eſt pas moins clair que le plan horiſontal ABDE, coupant le cylindre par ſon axe, le coupe en deux également; par conſéquent (par la 18e. du 11e. livre d'Eucl.) que les plans des lits $1^s C^a$, $2^s C^a$ couperont l'horiſontal ſuivant une perpendiculaire $C^a C^s$, puiſque les lignes $1^s C^a$, & $2^s C^a$ ſont les interſections de ces lits avec un plan vertical, auquel les lits ſont perpendiculaires. 3°. Que la commune interſection de ces lits prolongés avec le plan horiſontal eſt un diametre de la ſection, puiſqu'il doit reſter autant du cylindre au-deſſous du plan horiſontal qu'au deſſus, s'il étoit continué, & que ce diametre eſt terminé par les côtés horiſontaux du berceau AE & DB prolongés; donc la ligne XY eſt un diametre de l'ellipſe. Fig. 72.

4°. Il eſt encore clair que toutes les ſections *ab*, *ab* paralleles à AB, perpendiculaires au plan ABDE feront des cercles ou des ellipſes ſemblables & égales au ceintre A*h*B, & que toutes les lignes *nq* paralleles à $2^s C^a$, & *n*V paralleles à $1^s C^a$ ſont (par la 8e. du 11e. d'Eucl.) dans les mêmes plans que les lits, par conſéquent que leurs interſections avec les cercles ſur *ab*, *ab*, &c. feront au contour de l'ellipſe, qui eſt la ſection du lit; or ces lignes couperont les cercles au-delà du point X en deux points, comm Hq^9 en q^9 & en Z, $3^s q^8$ en q^8 & en *z*; par conſéquent l'ellipſe paſſera au-delà du point X, ce qui montre que le diametre XY n'eſt pas un axe. Enfin ces lignes en s'écartant du point X arriveront à un point où elles ne couperont plus les demi-cercles des ſections *ab*, mais une d'entre elles ne fera plus que le toucher en T, comme la ligne TG^e.

5°. Enfin, puiſque toutes les lignes *nq* ſont perpendiculaires à la commune interſection des lits GY, ſi on porte leur longueur ſur des lignes *nu*, *nu*, qui lui ſont auſſi perpendiculaires, on repréſentera exactement ſur le plan horiſontal, que je prends pour celui de la direction de l'épure, la demi-ellipſe XQDY, qui ſe forme en l'air dans la doële par l'interſection du ſecond lit,

ainſi des autres, & par conſéquent les arcs Q'D $u'u^3$, qui en ſont des parties correſpondantes à l'étendue de la voûte ABD, ſont les arcs des joints de lit, *ce qu'il falloit trouver.*

Deuxieme cas de l'obliquité des berceaux de niveau, qui conſiſte dans l'inclinaiſon de leur face à l'horiſon.

En termes de l'Art :

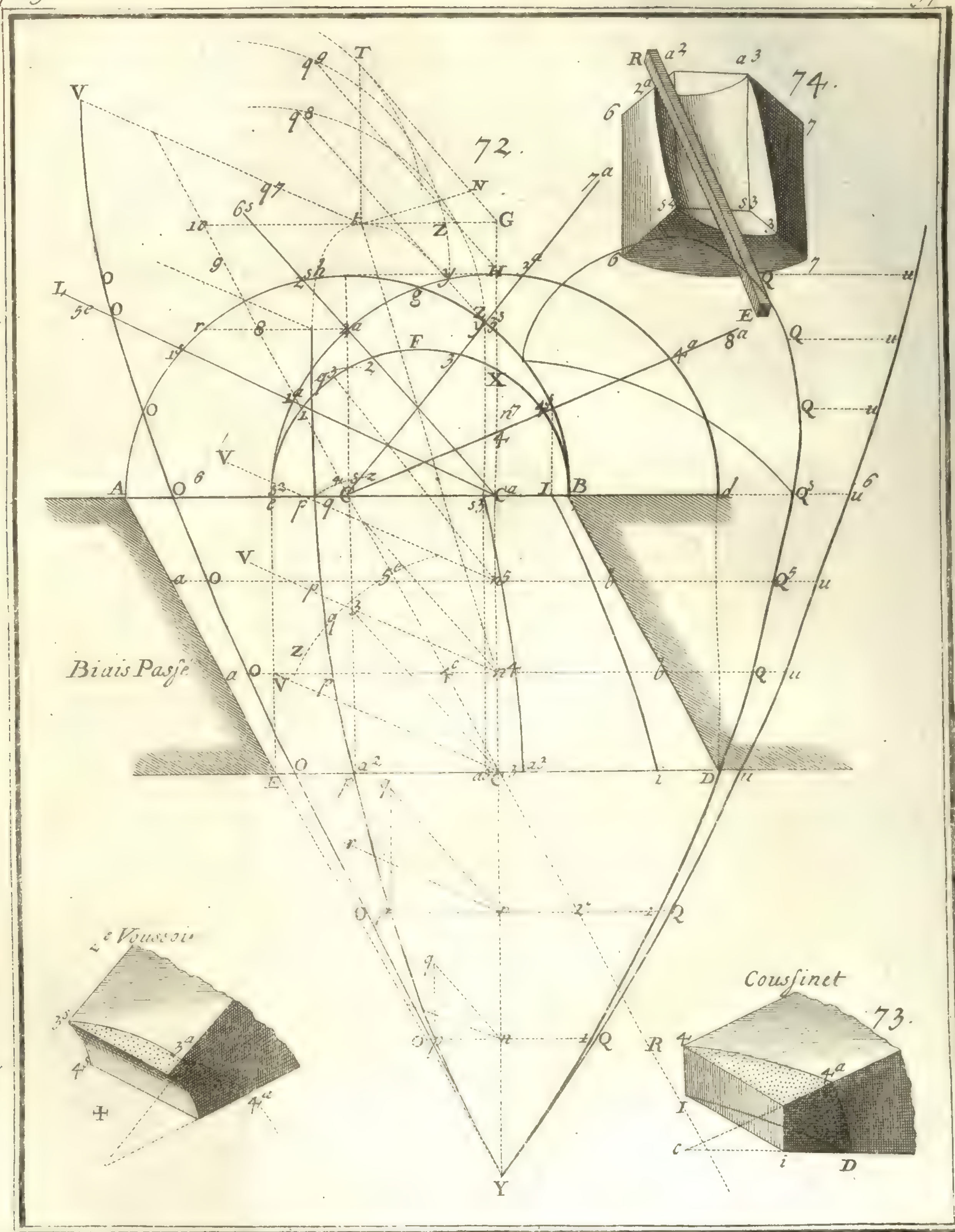
Berceau ou porte droite en talud.

Nous avons conſidéré dans le cas précédent l'obliquité de la face d'un berceau à l'égard de ſa direction ſeulement. Ici nous ſuppoſons le diametre horiſontal de la face perpendiculaire à la direction du berceau, mais la face inclinée à l'horiſon, & par conſéquent à l'axe qui eſt de niveau.

Si l'on veut ſupppoſer l'obliquité égale dans l'un & l'autre cas, enſorte que l'angle de la face verticale biaiſe fait avec l'axe horſontal, ſoit égal à celui de la face inclinée à l'horiſon à l'égard d'un axe perpendiculaire à ſon diametre, on reconnoîtra que le berceau biais ſans talud, & le berceau droit avec talud ne ſont dans le fond que le même tourné différemment autour de ſon axe.

Planche 38. *Fig.* 75. Pour faire ſentir cette vérité, ſoit [*fig.* 75.] un cylindre ABRD, ou droit ou ſcalene, il n'importe ; nous le ſuppoſerons ici droit pour plus de facilité. Si l'on fait mouvoir le trapeze ABRD, qui eſt la ſection par l'axe, ſur ſon milieu C*x*, enſorte que d'horiſontal qu'étoit ce trapeze il devienne vertical en C*xr*G, il eſt clair qu'il ſe formera un demi-cylindre de face en talud. Car le rayon CB, qui étoit horiſontal, ſera incliné à l'horiſon en C*b* ſuivant l'angle *x*CB, tranſporté en *x*C*b*, où la projection le fait diſparoître, les deux côtés de l'angle étant l'un ſur l'autre ; continuant de faire mouvoir ce trapeze, le diametre horiſontal qui étoit en AB ſe tournera en EF, où il redeviendra encore ſimplement biais, mais en ſens contraire. Enfin, ſi l'on continue de le faire mouvoir encore d'un quart de révolution, le diametre AB ſe rangera en *ab*, d'une inclinaiſon auſſi contraire à celle du talud ; car le point B, qui étoit monté en *b* au-deſſus du cylindre, ſera deſcendu au-deſſous, & le point *a*, qui étoit au-deſſous, ſe trouvera au-deſſus, de ſorte que la face biaiſe verticale ſe changera en

ſurplomb


72.
73.
74.
Biais Passé
Coussinet

D'où il ſuit que ſi le cylindre eſt droit, la ſection par AB étant une ellipſe, le grand axe AB ſera dans un plan vertical à la face en talud ou en ſurplomb, & le petit axe HO ſera dans l'horiſon; ainſi de ſurbaiſſé qu'étoit le ceintre du biais, il deviendra ſurhauſſé au talud & au ſurplomb. Mais ſi le cylindre eſt ſcalene, il n'arrivera par cette révolution aucun changement à la face, parce qu'elle ſera toujours un cercle, ce ſera à l'arc droit, qui deviendra ſujet aux mêmes changemens dans le ſcalene que l'arc de face dans le cylindre droit. Car, ſuppoſant le cylindre droit, la ſection DGR*r*, perpendiculaire à l'axe C*x*, laquelle eſt ici repréſentée en perſpective, ſera un cercle, & DIRK ſera une ellipſe, ſi le cylindre eſt ſcalene, ce qui eſt clair par tout ce que nous en avons dit ci-devant. Il eſt donc évident qu'un berceau en talud n'eſt autre choſe qu'un berceau biais tourné ſur ſon axe, ou plutôt qu'un berceau en talud eſt un compoſé de deux moitiés d'un berceau biais, priſes depuis la clef à l'impoſte, & de l'impoſte à l'oppoſé de la clef, du côté de l'angle obtus CBR; & qu'un berceau de face en ſurplomb eſt de même un compoſé de deux moitiés de berceau biais, pris du côté de l'angle aigu CAD; par conſéquent que le trait du berceau biais convient au berceau en talud & en ſurplomb, en mettant l'impoſte à la clef. *Fig. 75.*

Il ſemblera peut-être ridicule que je parle ici des berceaux en ſurplomb, comme d'une choſe uſuelle, parce qu'il eſt contre la ſolidité de faire une face de mur en ſurplomb; cependant on peut conſidérer ainſi, & on le doit, toutes les têtes des vouſſoirs des berceaux qui en rencontrent d'autres, puiſque, lorſqu'on travaille par panneaux de doële plate, on fait un parement en ſurplomb avant que de creuſer la doële de l'enfourchement. Ce ſurplomb eſt peu conſidérable au couſſinet, mais il augmente à chaque rang de vouſſoir, juſqu'à ce qu'enfin il devienne horiſontal à la clef. Il ne ſera pas inutile de faire attention à cette remarque, qui eſt une introduction à ce que nous avons à dire des *voûtes compoſées* dans la ſeconde partie de ce livre.

Je pourrois encore ajouter ici qu'il n'eſt pas ſans exemple de voir des bâtimens en ſurplomb, fait exprès, il s'eſt trouvé des Architectes qui ont voulu ſe diſtinguer par des conſtructions qui paroiſſent impoſſibles. J'ai vu à Bologne en Italie, la tour quarrée de la Carzenda, qui ſurplombe au moins de 9

pieds, quelques-uns disent de 11 : les portes & les fenêtres ceintrées dans un pareil bâtiment sont des berceaux en surplomb. A Pise, il y a une tour ronde ornée tout autour d'arcades, laquelle a 188 pieds de hauteur, & qui surplombe de 15 ; ce sont des monumens de bisarrerie qu'on ne doit pas imiter. Il y a cependant plus lieu de croire que ce sont des effets du hasard, causés par l'inégalité de l'affaissement du terrein, que ceux de l'intention des Architectes.

Par cette remarque qui réunit les bercaaux biais sans talud à ceux qui sont en talud ou en surplomb, il est visible qu'on peut faire un berceau droit en talud comme un simple berceau biais. Il ne s'agit pour en faire le trait que de prendre l'imposte du biais pour la clef du talud.

Il arrive de cette différente position de la face que les lits & les doëles se raccourcissent à mesure que les voussoirs approchent de la clef, au lieu que dans le simple biais de face verticale ils s'allongent d'un côté & se raccourcissent de l'autre ; de sorte que les angles des joints de lit avec ceux de tête sont aigus d'un côté & obtus de l'autre ; ici ils sont toujours aigus, par la raison que j'ai donné ci-devant, que la face du berceau en talud n'est qu'une répétition de la moitié du biais, pris du côté de l'angle obtus CBR ; ce qui est visible, en portant de suite deux fois le développement de la doële M*b* de la fig. 68, (plan. 36) sans égard aux divisions des voussoirs.

Ce que nous disons de l'arc de face doit s'appliquer aussi à l'arc droit, qui suit le sort de l'arc de face, auquel il est relatif, soit que le berceau soit droit ou moitié d'un cylindre scalene. Ces observations présupposées, le trait du berceau en talud se fait plus facilement, étant considéré comme s'il étoit biais, que suivant l'ancienne méthode. Toute naturelle qu'est cette construction, elle est nouvelle ; je suis le premier qui la mets en usage.

Fig. 76. Soit [*fig.* 76.] l'angle DCH celui du talud de la face donnée, DR le demi-diametre du berceau à l'extrados, & D*r* à la doële, perpendiculaire à DC ; par les points R & *r* on menera les lignes RH & *rh*, paralleles à DC, qui couperont le profil du talud CH en *h* & H. Sur CH & C*h* comme rayons, on décrira du centre C deux quarts de cercles concentriques A5H, B1*h*, qu'on divisera en voussoirs à commencer du point A, par exemple, ici en deux & demi, qui sont la moitié de

cinq, aux points 1, 2, h, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires 1P, 2P, ſur le rayon CA, & d'autres perpendiculaires 11f, 22f, 55f, 66f, ſur le rayon CH, qu'elles couperont en des points par leſquels on menera des paralleles à CD, 1fg, 2fi, qui repréſenteront les projections horiſontales d'une moitié de voûte biaiſe ſans talud, & les verticales d'une moitié de voûte droite en talud; ſuppoſant que l'on faſſe mouvoir le trapeze CHFX ſur ſon côté CX, juſqu'à ce que le point H ſoit élevé en l'air perpendiculairement ſur le point T, & que le rayon CA, perpendiculaire à CH, le ſoit auſſi à l'axe du berceau CX en poſition horiſontale. Alors le rayon CH élevé ainſi en l'air ſur CT ſera dans la ſituation naturelle du talud donné, de même que ſes paralleles 1P, 2P, qui ſont dans le même plan.

Cela ſuppoſé, il ne s'agit plus, pour achever le trait, que de faire l'arc droit ſur le rayon Dr, ou toute autre ligne perpendiculaire à CX. On portera la longueur CB de D en d, la diſtance 1, 1f de E en 1^r & celle de 2, 2f de e en 2^r; on tirera les cordes $d1^r$; 1^r 2^r, & la demi-corde 2e de la clef pour avoir biveaux de doëles plates, & au dehors de ces cordes un arc elliptique ſurbaiſſé d 1^r 2^r r, qui ſera l'arc droit demandé, & l'épure ſera faite pour une moitié. Il ne s'agit que de doubler l'opération. *Formation de l'arc droit.*

1°. Les *panneaux de doele* ſeront des trapezes rectangles à l'arc droit, & obliquangles à la face, dont tous les côtés ſont donnés; par exemple, pour les deux premiers au-deſſus du couſſinet, qui ſont égaux entre eux, & repréſentés à la projection verticale par CDE1f, on a les côtés CD, E1f dans leur juſte meſure, & au lieu de DE, qui eſt raccourci par cette projection, on prendra la corde $d1^r$ de l'arc droit; au lieu de C1f, qui eſt auſſi raccourci, la corde B1, & l'on aura le trapeze BDd 1^t [*fig.* 81] ainſi des autres panneaux de doële $1^t d^1$ $d^2 2^t$, excepté celui de la clef, qui ſera un parallelograme rectangle d^2 2^t 3^t d. *Panneaux de doele.* Fig. 81.

2°. Les *panneaux de lit* ſeront auſſi donnés, par exemple, pour le premier, repréſenté à la face par la ligne 1, 5, (fig. 76.) on aura le trapeze E1f, 5fL, dont les côtés 1fE, 5fL, ſont dans leurs meſures; il ne s'agit que de faire l'intervalle EL du plan vertical égal à $1^r 5^r$ de l'arc droit, déterminé au point 5^r par la ſection de la ligne 5f 5^r, parallele à 1f 1^r, avec le joint de *Panneaux de lit.* Fig. 76.

tête $1^r 5^r$, tiré du point D, centre de l'arc droit.

Nous avons rangé de ſuite à la figure 81 tous les panneaux de doële & ceux de lit par deſſus, ſuivant l'uſage ordinaire des auteurs de la coupe des pierres, ce que nous ne ferons plus dans la ſuite, comme choſe peu néceſſaire, nous nous contenterons de développer les doëles.

3°. Les *biveaux* ou angles des plans des *lits & de doele* ſont donnés à l'arc droit comme dans le trait du ſimple biais, celui du premier vouſſoir à l'impoſte eſt $Kd1^r$ (fig. 76.) le ſecond au-deſſus $d1^r5^r$, & ainſi des autres.

4°. Les biveaux de *doele & de tête* ſe trouveront auſſi comme au trait précédent, où l'on peut remarquer que toute la différence de ce trait au précédent ne conſiſte qu'à l'arrangement des points de diviſion des vouſſoirs ſur l'épure, qui commence au milieu où étoit la clef de l'autre & qui ſe répete de ſuite, les deux côtés de la clef du berceau en talud étant égaux entre eux, au lieu qu'aux ſimples biais ils ſont inégaux, l'un eſt aigu l'autre obtus, & ſupplémens l'un de l'autre.

Explication démonſtrative.

La ſeule explication de la nouvelle maniere que je propoſe fait voir évidemment qu'un berceau en talud n'étant qu'une répétition de deux moitiés de berceaux biais du côté de l'angle obtus, chacun d'un quart de cylindre oblique, tourné d'un quart de révolution autour de ſon axe, il ne doit y avoir d'autre changement de conſtruction à faire au trait de ci-devant du ſimple biais, que celui de la diviſion des vouſſoirs; c'eſt-à-dire, que celle du biais commence & finit au diametre de plus grande obliquité qui répond au petit axe de l'ellipſe de l'arc droit, & celle du talud au diametre droit, je veux dire, perpendiculaire à l'axe oblique, qui répond au grand axe de l'arc droit.

Ou, ſi l'on veut conſidérer cette différence à l'égard de la projection dans le berceau biais, on ſe ſert de l'horiſontale, c'eſt-à-dire, en termes de l'art, du *plan*, & au berceau en talud dans cette nouvelle méthode je ne me ſers que de la verticale, c'eſt-à-dire, du profil. Je vais cependant ajouter ici le trait ordinaire avec pluſieurs changemens, pour ne pas répéter ſeulement ce qui a été dit, mais perfectionner beaucoup l'opération.

Seconde

Seconde maniere de faire la porte ou berceau droit en talud *par la projection de l'arc de face.*

Dans la précédente hypothese du berceau biais tourné sur son axe, on suppose nécessairement que l'arc de face est incliné à son axe, comme il l'est en effet; mais rien n'empêche qu'on ne puisse aussi supposer un ceintre primitif vertical dans la construction du berceau en talud, lequel ceintre seroit la base du cylindre droit sur cette base elliptique ou circulaire; c'est-à-dire, qu'au lieu de prendre l'arc de face pour primitif on peut prendre l'arc droit, ce qui cause une petite inégalité dans les divisions de l'arc de face en ses voussoirs, si ceux du ceintre primitif sont égaux entre eux. De-là vient que les auteurs de la coupe des pierres font une distinction du talud ainsi fait, & du talud où l'arc de face couché est primitif, qu'ils appellent *par têtes égales.* Cette observation fait voir qu'on peut coucher sur le talud ou ne pas coucher les hauteurs des divisions du ceintre primitif, comme on va le dire dans le trait.

Soit [*fig.* 79.] iSn l'arc de face à la doële circulaire ou elliptique, il n'importe; nous le faisons ici circulaire pour plus de commodité du trait. Soit aussi [fig. ✠ au haut de la plan. 38.] l'angle TaL celui du talud de la face, qu'on suppose donné au sixieme ou au dixieme de la hauteur, ou à tout autre rapport, tel qu'il plaît à l'Architecte. On portera le demi-diametre CS de a en t, d'où l'on abaissera une perpendiculaire tz sur aL, qui la coupera en z, la longueur az sera la moitié du petit axe d'une ellipse qui doit être la projection horisontale de l'arête de rencontre de la doële & de la face. Avec ce demi-axe & le grand axe in, (fig. 79.) qui est le même que le diametre de l'arc de face à la doële, on fera [par le probl. 7 du 2e. livre] l'ellipse izn, de même par l'extrados on portera le demi-diametre CB sur aT de a en T, d'où abaissant une perpendiculaire sur aL, on aura ab pour la moitié du petit axe d'une ellipse HbO, dont le grand axe HO est donné, laquelle ellipse sera la projection de l'arête de face à l'extrados.

Fig. 79.

Fig. ✠ *à côté de la Fig.* 76.

Il faut remarquer que ces deux ellipses ne sont pas paralleles, quoique les arcs de face HBO & iSn d'où ils dérivent, le soient entr'eux; la raison est que leurs intervalles Hi & nO à l'imposte étant horisontaux ne sont pas raccourcis par la projection, mais bien l'intervalle BS, qui est incliné à l'horison.

Fig. 79 Préſentement, il ſera facile de trouver toutes les diviſions des vouſſoirs dans la projection comme dans l'élévation, il n'y a qu'à prolonger les *à-plombs* $1p$ $2p$, juſqu'à ce qu'ils rencontrent l'ellipſe $iзn$ en $1^t 2^t$, puis du point C pour centre, on tirera par les points $1^t 2^t$ les lignes $1^t 5^t$, $2^t 6^t$, $3^t 7^t$, $4^t 8^t$, qui ſeront les projections des joints de tête.

La projection de la face étant faite, il reſte à former l'arc droit à la doële, qui ſera encore elliptique ſi l'arc de face eſt circulaire; le grand axe de cette ellipſe ſera encore in ou ſon égale DR, & le petit axe ſera la perpendiculaire $tз$ de la fig. ✠. S'il s'agiſſoit de l'extrados, le grand axe ſeroit HO, & le petit Tb; mais on peut ſe diſpenſer de ce dernier ſi l'on veut, parce que ſi du centre C^r on tire les joints par tous les points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, où les à-plombs $1p$ $2p$, &c. prolongés coupent l'ellipſe DhR, on aura les angles des biveaux des *lits avec la doele* dont on a beſoin pour l'application du trait ſur la pierre. Cette maniere eſt encore plus ſimple & plus expéditive que celle de faire la projection de l'arc de face & de l'arc droit par pluſieurs points cherchés, comme l'enſeignent les livres de la coupe des pierres.

Au lieu de faire l'angle du talud TaL à part, on peut prolonger le côté KO en A, mener BA parallele à HO, puis du point O pour centre & pour rayon OA, on fera l'arc AT, qui coupera la ligne inclinée ſuivant le talud OT au point T, d'où tirant Te parallele à BA ou HO, juſqu'à la rencontre de AO en e, on aura la hauteur Oe au lieu de CB ou OA, qui ſera diminuée de l'intervalle eA; il eſt clair par cette conſtruction que la hauteur eO eſt égale à la hauteur Tb.

On trouvera de la même maniere la hauteur sO au lieu de la hauteur SC ou aO, dont elle ſera diminuée de l'intervalle sa.

Si le ceintre primitif HBO n'étoit pas ſuppoſé incliné ſuivant le taludOT, mais à-plomb, comme l'arc droit repréſenté par la ligne AO en profil, il eſt évident que l'intervalle de cet à-plomb au talud ſe prendroit ſur les lignes horiſontales BA & Sa, prolongées en x & en y, juſqu'à la rencontre de la ligne OT, prolongée s'il le faut en x, & que les intervalles de la ligne de baſe HO à la demi-ellipſe de projection horiſontale HbO deviendroient plus grands, parce que au lieu de eT on prendroit Ax pour l'extrados, & au lieu de st on prendroit ay pour l'arc

de la doële ; en ce cas l'arc de face deviendroit ſurhauſſé, au lieu qu'au cas précédent il étoit en plein ceintre, & on n'auroit pas beſoin de former l'arc droit, puiſqu'on ſuppoſe qu'il eſt le primitif. *Fig.* 79.

Pour tracer les demi-ellipſes de projection H*b*O, *izn*, par pluſieurs points, ſuivant la méthode ordinaire qu'on trouve dans les livres de la coupe des pierres, on cherchera les hauteurs de chaque retombée, comme nous avons fait pour trouver les demi-axes C*b* & C*z*, en faiſant la même opération avec les hauteurs 1*p*, 2*p*, qu'avec BC & SC, pour avoir les projections $p1^t$, $p2^t$, c'eſt-à-dire, en les portant ſur la ligne OT, ou directement avec le compas, ou par renvoi, ou en tirant des paralleles à HO par les points 3 & 4 juſqu'à la verticale OA. Enſuite on fera un arc de cercle du centre O juſqu'à la ligne OT, qu'il coupera en *n*, d'où tirant *nu* parallele à OH, on aura les hauteurs diminuées O*u*, OV, qui ſont des ordonnées de l'ellipſe *izn* de l'arête de la doële. On en fera de même avec les hauteurs 5Q, 6*q* pour l'ellipſe H*b*O de l'extrados.

La projection de l'arc de face en talud étant donnée & l'arc droit, il eſt viſible qu'on a toutes les meſures néceſſaires pour former les panneaux de doële, de lit & de tête, & les biveaux de l'inclinaiſon de la doële avec les lits. C'eſt tout ce qui eſt néceſſaire pour former & tailler les vouſſoirs.

1°. Pour les *panneaux de doële*, il s'agit de former des trapezes dont les côtés paralleles, qui ſont les projections des arêtes des joints, ſont donnés au plan horiſontal, entre les projections de la face & l'arc droit ; ainſi pour la premiere on a le côté *i*D & $1^t d$, pour la ſeconde doële les côtés $1^t d$, & $2^t d$, &c. & pour leur diſtance perpendiculaire les cordes de l'arc droit $D1^r$, $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, &c.

2°. Pour les *panneaux de lit* on a les mêmes lignes de projection des joints de doële d'un côté, & pour le côté parallele la projection de l'extrados 5^tD, $1^t d$, pour le premier lit au-deſſus de l'impoſte & 6^tV, $2^t d$ pour le ſecond, & leurs intervalles perpendiculaires à l'arc de face pris en 1, 5 ; 2, 6 égaux entre eux.

3°. Les *panneaux de tête* ſont donnés à l'arc de face H*i* ; 1, 5 pour le couſſinet, 5, 1 ; 2, 6 pour le ſecond vouſſoir, &c.

4°. Les *biveaux* ou l'inclinaiſon du lit avec la doële ſont donnés à l'arc droit aux angles $D1^r 5^r$, $1^r 2^r 6^r$, &c.

Fig. 79. Si au lieu de cette ſorte de biveau on aimoit mieux ſe ſervir de celui de la doële plate avec la tête, il ſeroit aiſé de le trouver ſuivant notre méthode générale du problême 14 du 3e. livre. Par exemple, pour les vouſſoirs 7, 3 ; 4, 8 on prolongera la corde, 3, 4 juſqu'à ce qu'elle rencontre en W le diametre HO prolongé, auquel on tirera par ce point W une perpendiculaire W x^o; du même point W on tirera une ligne au point 3^t qui paſſera par le point 4^t, ſi la projection eſt bien faite, par lequel point 4^t on élevera une perpendiculaire $4^t y$, égale à la hauteur de la retombée p 4; puis on tirera la droite yW, à laquelle on fera au point y la ligne yg perpendiculaire, qui coupera W3^t au point g. Enſuite par le point g on menera gG perpendiculaire à Wg, qu'on prolongera juſqu'à ce qu'elle rencontre Wx^o, ce qui n'arrive pas dans cette figure, où la rencontre ſe trouve au dehors de la planche. Enfin ayant porté la longueur yg en gY ſur Wg prolongée, on tirera la ligne YX à la rencontre des lignes Wx^o & gG, l'angle ZYX ſera celui que l'on cherche.

Pour remédier à l'inconvénient du peu d'étendue de la planche, où l'on ne peut avoir le point de rencontre des lignes Wx^o & gG, il n'y a qu'à prendre ſur la ligne yW un point 9 à volonté plus près de W, tirer 9, 10 parallele à yg, & par le point 10 la parallele à YX, qui coupera la ligne Wx^o en x^o, qui eſt dans l'étendue de la planche. Enſuite portant l'intervalle 10, 9 ſur Wg, comme on a fait yg en gY, on tirera du point 11 en x une ligne qui donnera le même angle de biveau que donneroit XYZ dans la premiere opération, ce qui eſt eſt clair, parce que les paralleles donneront toujours des triangles ſemblables, par conſéquent des angles égaux.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on abattra la pierre ſuivant les traces du panneau de doële qu'on y aura appliqué avec un des biveaux. Si l'on veut ſe ſervir des panneaux de lit, on prendra le biveau *de lit & de doele*, ſuivant lequel on abattra la pierre à angle obtus le long des joints de lit; enſuite on appliquera ſur chacun de ces nouveaux paremens les panneaux de lit de deſſus & de deſſous, leſquels donneront les poſitions des joints de tête, ſuivant leſquels abattant la pierre de l'un à l'autre on formera une ſurface, où l'on

appliquera le panneau de face pour tracer les arcs des arêtes de la doële, qu'on creusera avec le biveau mixte de lit & de doële pris sur l'arc droit. On tracera aussi avec le même panneau l'arc de tête à l'extrados, si on en a besoin, comme lorsque la voûte est extradossée, ou que la face est ornée d'un bandeau ou d'une archivolte.

Si l'on veut s'épargner la peine de faire des panneaux de lit, après avoir tracé le contour de celui de doële, il faut commencer par abattre la pierre suivant le biveau de doële & de tête pour former un second parement, qui sera pris pour une partie de la face, sur laquelle ayant appliqué & tracé le contour du panneau de tête qui donne la position de la coupe, on abattra la pierre à la regle, posée d'un côté sur l'arête du lit, & de l'autre sur celle du joint de tête, & l'on formera ainsi les deux lits, dégauchissant le joint d'une tête antérieure avec celui de la postérieure, alors la pierre sera achevée, si la voûte n'est pas extradossée; par exemple, celles qu'on laisse brutes ou qu'on recouvre de terre ou de maçonnerie, ou bien les portes dans un mur qu'on éleve encore au-dessus de la clef par des lits de niveau. Si cependant, ce qui n'est gueres usité, on lui fait un extrados, on n'a qu'à mener des paralleles aux arêtes du lit de doële en traînant un échantillon ou le compas ouvert, comme nous l'avons dit ailleurs au mot *traîner* du premier tome.

Si l'on veut faire un développement de la doële totale, pour voir l'effet d'un coup d'œil, ayant pris pour directrice une ligne DR à volonté, on portera sur sa longueur les cordes de l'arc droit rangées de suite, savoir $D1^r$, $1^r\ 2^r$, $2^r\ 3^r$, &c. puis ayant tiré par chacun des points D, d^1, d^2, d^3, d^4 des perpendiculaires à la directrice DR, on prendra sur le plan horisontal les longueurs comme DB = D*i* de la figure 79, $d^1\ 1^t = d\,1^t$; $d^2\ 2^t = d\,2^t$; $D^m h = C^r 7$; ainsi de suite, en répétant de *h* en E les lignes & les points donnés depuis B vers *h*, pour avoir un entier développement de l'arc de la doële & de la face B*h*E. *Fig.* 81.

Les panneaux de lit se feront par la même méthode, en remarquant qu'ils ont déja chacun une ligne commune avec la doële, & que les têtes de ces panneaux font toutes un angle aigu avec cette ligne de joint de lit à la doële, excepté le premier lit horisontal de l'imposte, qui n'est point altéré par le talud, & qui est dans ce cas un rectangle *m*ABD égal à

Fig. 79. celui du plan horiſontal MHiD. Le ſecond panneau de lit ſe fera en portant la longueur D5^t du *plan* en $d^t u$, d'où l'on tirera u5 parallele à DR, puis du point 1^t pour centre & de l'intervalle 1,5 du joint de tête du ceintre primitif HBO, on fera un arc de cercle, qui coupera la droite u 5 au point 5, par où tirant 5 L parallele à 1^t d^t on aura le trapeze L5 $1^t d^t$, qui ſera la ſurface du premier lit, ainſi des autres. On peut auſſi prendre l'intervalle Ld^t à l'arc droit 1^r 5^r, ſi l'on a prolongé les à-plombs de l'extrados 5 5^r, juſqu'à la rencontre du joint $1^r 5^r$ de l'arc droit, lequel doit être plus court, parce qu'il eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe.

Remarque ſur l'uſage.

Ce trait eſt un des plus uſuels dans les fortifications, où tous les murs de revêtement ſont en talud ; ainſi toutes les portes & les autres ouvertures des murs de revêtement d'eſcarpe ou de contreſcarpe ſont des portes droites en talud, lorſqu'il n'y a point d'obliquité de ſujétion ; le cas arrive plus rarement dans l'architecture civile, où les murs ſont ordinairement à-plomb.

Troiſieme cas des berceaux obliques horiſontaux, lorſque les faces ont une double obliquité, l'une à l'égard de la direction, l'autre à l'égard de l'horiſon.

En termes de l'art :

Berceau, ou porte biaiſe & en talud.

Le ſeul énoncé de ce titre expoſe qu'il s'agit ici de la compoſition des deux cas précédens réunis dans un même berceau, où la face n'eſt ni perpendiculaire à l'axe de niveau, c'eſt-à-dire, à la direction horiſontale, ni verticale oblique à cette direction, mais inclinée à la direction & à l'horiſon.

Fig. 75. Pour concevoir l'effet de cette eſpece de berceau biais, il faut reprendre la figure 75, & ſe repréſenter celui de la variation que cauſe le mouvement d'un cylindre de baſe oblique tournant ſur ſon axe. Nous avons dit, pour expliquer celle du cas précédent du talud ſans biais, que ſuppoſant l'axe horiſontal & la plus grande obliquité AB dans un plan vertical, le changement du ſimple biais au talud ſans biais, étoit l'effet

de la révolution d'un quart de la circonférence, prenant la clef du biais pour l'imposte de la voûte de face en talud. Or il est clair que si la révolution est moindre du quart, ou plus grande, la base du cylindre qui représente la face du berceau sera en même tems encore inclinée à sa direction, puisque le diametre vertical n'a pas assez tourné pour prendre une situation horisontale, ou qu'ayant trop tourné il l'a passée. Alors elle sera aussi inclinée à l'horison, parce que le diametre horisonral AB du simple biais, n'a pas assez tourné pour reprendre une situation contraire EF à celle qu'il avoit auparavant AB, ce qui ne peut arriver qu'après une demi-révolution complette. Ainsi lorsque le point B est parvenu en *e*, le point A se placera en *f*, & la face sera moins oblique à la direction, parce que l'angle *b*C*e* est plus petit que *b*CB, mais elle sera inclinée à l'horison, parce que le point B est monté en *e*, & le point A descendu en *f*, au-dessous du plan horisontal EAFB, de la quantité d'un arc BS, dont *e*B est le sinus verse. Ainsi l'on peut dire que le berceau biais & en talud est une modification de situation composée de l'obliquité *be* à la direction *x*C, & de la hauteur *es* sur l'horison, dans un plan vertical ESB qui est l'arc droit, suivant le rayon *bs* de cet arc & SC de la base, qui est représenté dans la projection par *e*C.

Corollaire I.

D'où il suit qu'une telle situation de face produit pour les panneaux des voussoirs les deux effets des obliquités simples, du talud & du biais des deux traits précédens ; savoir, qu'elle allonge les joints de lit depuis un côté de la clef jusqu'à l'imposte, & qu'elle les raccourcit de l'autre ; que les doëles plates sont d'un côté de la clef des rhomboïdes dont les angles opposés sont de même espece aigu & obtus, & que de l'autre ils sont de différente espece, l'un aigu l'autre obtus, au lieu que dans le simple biais les changemens des doëles & des lits, de même que dans le simple talud, sont uniformes de chaque côté de la clef à hauteurs égales.

Corollaire II.

D'où il suit encore que si l'arc de face *g*EG est circulaire, surhaussé ou surbaissé, droit sur la base, c'est-à-dire, d'une ellipse dont le diametre horisontal soit un des axes, l'arc droit [Fig. 77.

Fig. 77. du berceau biais & en talud ſera une eſpece de rampant DSR, c'eſt-à-dire, une demi-ellipſe, qui ſera plus couchée d'un côté que de l'autre, parce que ſon diametre horiſontal ne ſera pas un des axes, mais un diametre conjugué à celui qui paſſera par le milieu de la clef, avec lequel il fera des angles inégaux de part & d'autre, l'un aigu l'autre obtus, comme le ceintre DSR de la figure 77; on en ſentira la raiſon après la conſtruction du trait.

Soit [*fig.* 77.] *gGrd* le plan horiſontal d'un berceau biais & en talud, dont la face *g*G eſt oblique à la direction C*c*, ſuivant l'angle C^r CG, & inclinée à l'horiſon ſuivant l'angle donné T*a*L. Sur *g*G comme diametre ayant fait le ceintre de l'arc de face *g*EG, circulaire ou elliptique, [nous le ſuppoſons ici circulaire] avec ſon concentrique pour l'arête de la doële Æ*h*B, & l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiſſera des perpendiculaires de ces points ſur *g*G, qu'on prolongera un peu au-delà; puis on cherchera la moitié du petit axe de l'ellipſe, qui doit être la projection de chaque ceintre à la doële & à l'extrados, comme au cas précédent, en portant le rayon CE en *a*T de la figure ✠ & C*h* en *at*; abaiſſant enſuite ſur la baſe du talud *a*L les perpendiculaires T*b* & *tz*, on aura *ab* pour demi-axe de l'extrados, & *az* pour demi-axe de la doële; & avec les grands axes *g*G, ÆB on décrira (par le problême VII du 2e. livre) les demi-ellipſes *geG*, ÆHB, qui ſeront les projections des arêtes de la doële & de l'extrados de l'arc de face, leſquelles ſeront coupées par les perpendiculaires 1*p*, 2*p*, &c. prolongées aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, par leſquels & par le centre C on tirera la projection des joints de tête $1^t\ 5^t$, $2^t\ 6^t$, $3^t\ 7^t$, $4^t\ 8^t$.

Enſuite par les mêmes points $1^t\ 2^t\ 3^t\ 4^t$, $5^t\ 6^t\ 7^t\ 8^t$, on tirera des paralleles à l'axe CC', juſqu'à une perpendiculaire DR, placée à volonté, qu'elles couperont aux points 21, 22, 23, 24.

Cette ligne DR ſera priſe pour un des diametres de l'arc droit, & on trouvera l'autre en prenant au profil du talud [*Fig.* ✠] la perpendiculaire *tz*, qu'on portera ſur la ligne H*z*, qui paſſe par le milieu de la clef de *z* en S, d'où on tirera SC', qui ſera le diametre conjugué d'une demi-ellipſe rampante, laquelle ſera l'arc droit que l'on cherche. Avec ces deux diametres DR & SC', on la tracera par le problême VIII, ou ce qui eſt plus commode par les problêmes V & VII du 2e. liv. puis

puis on tirera les cordes D1^r, $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, &c. par les points d'intersection de cette ellipse & de la projection des joints de lit. Enfin du centre C^r on tirera les joints $1^r 5^r$, $2^r 6^r$, &c. & le trait sera fini.

AUTREMENT.

Suivant l'usage ordinaire des appareilleurs instruits par les livres, on cherche les points des ellipses de la projection de la face & de l'arc droit sur le profil T*a*L, en portant sur *a*T toutes les hauteurs 1*p*, 2*p*, &c. des divisions pour avoir des perpendiculaires, comme T*b* & *ba*, *tz* & *za*, c'est-à-dire, qu'on fait autant de profils qu'il y a de hauteurs de division. Mais comme les divisions sont souvent trop loin l'une de l'autre pour tracer exactement une ellipse par ces points trouvés, ils sont obligés de multiplier encore ces opérations en faisant des sous-divisions au milieu de chaque tête de voussoir, pour trouver un plus grand nombre de points; ce qui augmente aussi le nombre des lignes & l'embarras du trait; il est bien plus simple, comme je viens de l'enseigner. Au reste cette méthode comprend l'ancienne, car il n'y a qu'à faire pour toutes les lignes 1*p*, 2*p*, &c. ce qu'on a fait pour EC & *h*C, toutes les lignes sur L*a* comme *ba*, *za* serviront pour la projection, & toutes les perpendiculaires à L*a* comme T*b*, *tz* serviront pour l'arc droit.

Explication démonstrative.

Si l'on fait mouvoir le demi-cercle ou la demi-ellipse *g*EG sur son diametre *g*G, jusqu'à ce qu'il soit incliné au plan *dg*G*r* suivant l'angle du talud donné T*a*L, il est visible que le point E sera posé verticalement sur *e* comme T*b* est au profil sur *b* par la construction. De même le point *h* sur H; & puisque la projection d'un cercle est une ellipse (par le théor. II. du 2e. livre) l'ellipse *ge*G sera la projection du demi-cercle *g*EG, & ÆHB celle de Æ*h*B. Fig. 77 & ♃.

Secondement, puisque les points *e* & H, milieux des projections de la doële & de l'extrados, s'écartent du plan vertical passant par l'axe CC^r, l'un de la longueur H*m* l'autre de *en*, il est clair que le milieu de la clef n'est pas le milieu du berceau; cependant le nombre des voussoirs doit être égal de part & d'autre, suivant la division de la face Æ*h*B; donc il faut qu'ils soient plus serrés d'un côté que de l'autre, & par consé-

quent que l'arc droit ſoit panché. Or dans ce cas le cylindre étant ſuppoſé ſcalene, parce qu'on a fait l'arc de face circulaire, la ſection perpendiculaire à ſon axe eſt une ellipſe dont les axes ſont l'un dans le plan paſſant par l'axe du cylindre, à ſa plus grande inclinaiſon ſur la baſe en C X, l'autre au plan qui coupe celui-ci perpendiculairement en C Y; le premier cas eſt celui du biais ſans talud, & le ſecond celui du talud ſans biais; donc dans le biais & talud les axes de l'ellipſe de l'arc droit ne ſont ni dans le plan horiſontal ni dans le vertical, par conſéquent un tel arc eſt couché d'un côté en façon de rampant; *ce qu'il falloit démontrer.*

Il eſt aiſé de conclure par l'inverſe, que ſi au lieu de l'arc de face on avoit pris l'arc droit circulaire pour ceintre primitif, la même irrégularité ſeroit tombée ſur la face; car alors le milieu de la clef paſſant par *m*, les parties Æ*m* & B*m* de l'arc de face Æ*m*B ſeroient inégales, à cauſe de l'inégalité des angles ÆC*m* obtus, & BC*m* aigu.

D'où il ſuit que l'Architecte doit ſe déterminer au choix d'un ceintre primitif, ſuivant l'attention que mérite l'ouvrage au dedans ou au dehors.

Lorſqu'il s'agit d'une porte, l'arc de face doit être préféré à l'arc droit pour la régularité, parce que l'un eſt plus apparent que l'autre; mais s'il s'agiſſoit d'un berceau habité au dedans, l'arc droit devroit être préféré à l'arc de face. Enfin ſi l'un devoit être auſſi apparent que l'autre, on pourroit, en faiſant l'un & l'autre elliptique un peu incliné de la moitié de la différence, jetter l'irrégularité ſur l'un & l'autre, & le rendre preſqu'inſenſible par cet artifice.

Lorſque l'obliquité du berceau eſt double par une face briſée en deux directions à l'égard de l'axe, comme dans les portes *ſur le coin* ou *dans l'angle*, on ne peut ſe diſpenſer de choiſir l'arc droit pour ceintre primitif, par les raiſons que nous dirons ci-après, lorſque que nous parlerons de ces portes; voici la différence que ce choix cauſe dans l'opération du trait.

Fig. 80. Soit [*fig.* 80.] le demi-cercle DHR le ceintre primitif d'une face biaiſe & en talud LEO, ou ſeulement d'une portion LEA, il n'importe. Ayant prolongé le diametre RD vers L°, & élevé une perpendiculaire ſur un point *a* pris à volonté, on fera l'angle B*a*T égal au complément de celui du talud T*a*L°; puis par tous les points de diviſions du ceintre primitif 1, 2, 3, 4,

on tirera des paralleles à DR, qui couperont aT en des points $1f$, $2f$, qui donneront entre eT & aB, les reculemens $1fu$, $2fV$, TB du talud, qui conviennent à chacun de ces points. Ensuite ayant pris à volonté sur LO un point T^a, pour y élever une perpendiculaire, on y portera de suite tous les reculemens ou intervalles des lignes eT & aB, qui conviennent aux divisions 1, 2, H, du ceintre primitif DHR; par exemple, $1fu$ en $T^a 1^a$, $2fV$ en $T^a 2^a$, hk en $T^a n$, & par tous ces points on menera des paralleles à LO, qui couperont les à-plombs prolongés $1p$, $2p$, HCE aux points $A1^t$, 2^t, N, qui seront les projections des divisions de l'arc de face & des points au contour de la portion d'ellipse, qui est celle de l'arc de face.

On auroit bien pu se contenter de tracer cette ellipse par le moyen des deux demi-petits axes qu'on cherche pour le reculement du talud, & par les deux moitiés du grand axe donné, comme nous avons fait dans les cas précédens; mais j'ai jugé à propos d'en chercher des points pour donner une pratique meilleure que celle qu'on trouve dans les livres sur la coupe des pierres, particulierement dans celui de M. de la Rue page 12, où il donne un exemple *pour tout*, d'une maniere peu correctement énoncée. En effet, ce qu'il appelle *section* 21, qui doit *couper la ligne du biais par le milieu*, n'est rien moins que cela: c'est un point d'attouchement qui ne doit rien couper; mais faisant grace au discours, cette pratique est très-défectueuse, en ce qu'elle n'est qu'un pur tâtonnement, commme il en convient, en ajoutant que si on n'ajuste pas bien pour sa section, il faut *rabaisser ou relever une des pointes du compas au long de l'à-plomb*; voici le problême:

Il s'agit de *placer la ligne donnée* ab *dans un angle donné* cED, *perpendiculairement sur le côté* cE, *ensorte que les deux point* a *&* b *soient l'un dans la ligne* cE *l'autre dans la ligne* ED. La pratique de l'auteur est de prendre avec le compas l'intervalle ab, de mettre la pointe b sur ED à l'aventure en x, & de faire un arc gf, qui doit toucher cE & non pas la couper par une *section*, comme le dit le livre. Il est visible que si le point x est trop loin, l'arc gf ne touchera rien; que si il est trop près comme en z, il coupera *la ligne du biais*, & donnera deux points de section uV; alors le rayon ab placé en zV ne sera plus perpendiculaire à cE, donc il faut avancer & reculer la pointe du compas jusqu'à ce qu'elle se trouve à juste distance, ce qui fait perdre *Fig. 83.*

bien du tems, & à la fin ne donne pas un point d'attouchement
Fig. 83. connu. J'aimerois mieux méchaniquement faire couler une équerre ſur *c* E, & tenant une des pointes du compas ſur ſon côté & ſur la ligne *c* E, l'autre pointe rencontreroit DE en un point *y*.

Pour le faire géométriquement, on tirera par un point pris à volonté ſur *c* E une perpendiculaire *c* B égale à *ab*; ſi par l'extrêmité B on mene une parallele à *c* E, elle coupera DE au point *y* qu'on cherche, duquel on abaiſſera exactement une perpendiculaire égale à *ab*. Je ne me ſerois pas arrêté à ſi peu de choſe, ſi pour un cas qui tombe ſouvent en pratique, un auteur ſuivi n'avoit donné aux ouvriers un mauvais exemple *pour tout*.

Fig. 80. Au lieu de poſer les reculemens du talud perpendiculairement à la baſe LO de la face, il ſeroit aiſé de les poſer ſur les projections des joints de lit qui ſont obliques à cette face, avec autant de juſteſſe & plus de commodité pour l'opération, en faiſant une correction à l'angle du talud donné T*a*L°. Soit N*z* le reculement du talud égal à celui du profil *kh*, provenant du milieu H de l'arc droit DHR, lequel N*z* doit rencontrer en N la ligne du milieu HA, dont nous avons trouvé le point N d'interſection de ces deux lignes, comme on convient de le dire ci-devant (figure 83); il n'y a qu'à porter ſur *hk* prolongée, la longueur NA du plan en *h*Z, & tirer par les points Z & *a* la ligne Z*a*, l'angle Z*a*L° ſera celui du talud changé, de façon que tous les reculemens BT, *hk*, &c. étant prolongés en TY, *h*Z pourront être portés ſur les projections des joints de lit & ſur le milieu de la clef en AE & AN, au lieu de E*y* & N*z*, perpendiculairement à LA.

La démonſtration de la juſteſſe de cette pratique eſt viſible par la ſimilitude des triangles YT*a*, Z*ha*, qui donnent toujours des parties YT, Z*h* à ajouter aux reculemens TB, *hk*, leſquelles leur ſont proportionnelles. Car YT : TB : : Z*h* : *hk*, ou bien dans le plan EN : NA : : *yz* : *z*A [par la conſtruction] *ce qu'il falloit faire.*

Le trait étant fait tel que nous venons de le décrire, en toutes ſortes de circonſtances il ſera aiſé de former les panneaux, & de trouver les biveaux de la même maniere qu'il a été dit pour les berceaux & les portes en talud.

Fig. 77. Premierement les *panneaux de doele* ſont donnés pour leur

longueur au plan horisontal, & pour leur largeur à l'arc droit, comme dans tous les autres traits. La longueur est terminée d'un côté de l'arc droit DR, & à l'autre à la projection elliptique de la face ÆHB, & la largeur se prend toujours à la corde de l'arc droit; ainsi pour le 2ᵉ voussoir on aura les côtés paralleles $1^t\,21$ & $2^t\,22$, & la distance de ces lignes perpendiculairement sera la corde de l'arc droit $1^r\,2r$.

2°. Les *panneaux de lit* seront encore des trapezes rectangles à l'arc droit & obliques au joint de tête. Les premiers aux impostes sont donnés au plan de la figure 77; à droite c'est le trapeze RBG*r*, & à gauche *dg*ÆD. Le premier lit au dessus aura pour longueurs les lignes 5te & $1^t\,21$, prises au *plan*, & leur intervalle perpendiculaire sera le joint de tête 5, 1, pris à l'élévation.

3°. Les *panneaux de tête* sont donnés à l'élévation, comme ici 1 5, 6 2.

4°. Enfin *les biveaux de lit & de doele* sont donnés à l'arc droit, c'est pour le lit de dessous l'angle $2^r\,1^r\,5^r$, & pour celui de dessus $1^r\,2^r\,6^r$, qui n'est pas égal à l'autre, à cause de l'obliquité de l'arc droit DSR.

L'application du trait sur la pierre sera la même que dans les cas précédens; ayant fait un parement pour y appliquer le panneau de doële on abattra la pierre avec le biveau *de lit & de doele*, pour placer sur les deux seconds paremens les panneaux de lit, & l'ayant tracé on abattra la pierre suivant leur contour & sur la tête dont ils donneront les joints. On appliquera le panneau mixte de tête pour y tracer les portions courbes des arcs devant & derriere, puis avec une cerche de la partie convexe de l'arc droit qui convient à la doële, on creusera à la regle la partie concave de la doële, pour laquelle on avoit déja fait un parement plat.

Remarque sur les portes biaises & en talud.

Quoique les tableaux des portes biaises & en talud soient parfaitement à-plomb, l'inclinaison oblique de leurs arêtes avec la face les fait paroître pencher, à moins qu'on ne les regarde d'un peu loin, lorsqu'on est placé dans le milieu de la direction du biais.

D'où suit naturellement un raisonnement contraire à celui de Daviler, qui faisant mention de ces piédroits en surplomb,

dont parle Vitruve, usités par les anciens, comme on en voit encore au temple de la Sibile à Tivoli, & par quelques modernes, comme par Julien Sangallo en deux endroits du palais Farnese, & par Vignole à celui de la Chancellerie à Rome, conclud que *si cette maniere de porte étoit supportable, ce seroit plutôt dans les murs en talud d'une citadelle qu'à la face d'un bâtiment d'architecture civile, parce que les piédroits sont disposés à arcbouter contre la plate-bande.* Il est visible au contraire que les arêtes de face en talud, où les piédroits sont à-plomb, paroissent déja se retrécir vers le haut, par le seul effet de la perspective, qui resserre les objets paralleles à mesure qu'ils s'éloignent ; ce seroit donc augmenter cette apparence, que d'y ajouter un surplomb aux piédroits, & par conséquent en augmenter la difformité. Voyez la figure 78.

COROLLAIRE.

Des berceaux biais & en talud à deux faces obliques qui font un angle saillant ou rentrant.

En termes de l'art :

Porte sur le coin ou dans l'angle en talud.

La construction que nous avons donnée ci-devant de la porte sur le *coin*, ou dans l'angle sans talud, en prenant chacune de ses faces pour une moitié de berceau biais, seroit une suffisante introduction pour celle qui a du talud, s'il n'y avoit quelques nouvelles difficultés à celle-ci de plus qu'à l'autre.

Premierement à cause de l'obliquité de l'arc droit du berceau biais & en talud, dont l'arc de face est circulaire, on ne peut répéter la construction précédente pour chaque face de la porte, sans que la voûte fasse un pli à la doële vers la clef La raison est que l'arc droit seroit composé de deux moitiés d'el-
Fig. 77. lipses, couchées en façon d'arc rampant RYM, DM, dont la rencontre feroit un angle en M, comme les voûtes gothiques *en tiers point.*

Secondement, il s'ensuivroit une grande inégalité de division dans les têtes des voussoirs, qui se resserreroient en approchant de la clef; car quoique l'arc de face d'un pan de la porte, telle que seroit GEC, soit divisé également aux points 4, 3, &c. il est visible que les projections des joints de lit qui en résultent,

s'écartent de l'impoſte BR à meſure qu'ils approchent de la clef, ſuivant l'inclinaiſon de l'arc droit RYM ; de ſorte que la clef ſe trouve retrécie de chaque côté de la diſtance MS, qui eſt la différence du milieu M entre les deux impoſtes, & du milieu S de la clef de l'arc droit DSR. Ainſi elle eſt moins large que le vouſſoir attenant de deux fois l'intervalle MS.

Troiſiemement, ſi pour éviter le pli de la doële à la clef on laiſſoit l'arc droit rampant comme dans le biais en talud, il en réſulteroit une autre difformité ſur les faces de la porte ſur le coin, en ce que l'une ſeroit en plein ceintre, par exemple, GEC, dont la projection eſt G*e*C & le demi-diametre GC, & l'autre dont le demi-diametre ſeroit C*q*, deviendroit ſurhauſſée & beaucoup plus étroite, dans le rapport de CB à C*q*.

Pour remédier à ces trois inconvéniens, on prend pour ceintre primitif l'arc droit DHR, qu'on peut faire circulaire ou elliptique, comme on le juge à propos, ayant égard à l'effet qu'il doit produire pour les ceintres ſécondaires des faces LA & A*l*, qui deviendront plus ou moins ſurbaiſſés, ſi l'arc droit eſt en plein ceintre, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité des faces AL & A*l* ſur l'axe AC ; enſuite on opérera de la même maniere que nous l'avons dit ci devant pour les reculemens que donne le talud aux diviſions de la face ſur les demi-diametres des ceintres LA & *l*A, de la droite & de la gauche. *Fig.* 80.

Ayant fait une perpendiculaire E*e* ou $T^a g$ ſur la face LA prolongée, s'il le faut, on y portera ſur une perpendiculaire $T^a g$ les reculemens du profil 1*fu*, 2*f*V, *hk*, TB, en 1^a, 2^a, h^a, *g*, par où on tirera des paralleles à LA qui couperont les projections des joints de lit aux points 1^t, 2^t, N & E, par leſquels & par le point A on tirera les projections de joints de tête $1^t 5^t$, $2^t 6^t$, &c. en un mot on fera chaque moitié de la porte ſur le coin, comme la moitié d'une porte biaiſe en talud, dont l'arc droit eſt le ceintre primitif.

Il reſte à former les arcs de face briſée L6*e*, *l*7*e*. Par les points de projection $1^t 2$ N^t trouvés, comme nous venons de le dire, on menera des perpendiculaires à la baſe LA, qui la traverſent, comme N*n*E*e*, 2^t 2, 6^t 6, 1^t 1, ſur chacun deſquels on portera la longueur qui lui convient, priſe au profil du talud T*a*L, par exemple *ah* en *zn*, *a*T en *ye*, *a* 2*f* en *x*2, &c. & par tous ces points Q12*n* on tracera une portion d'ellipſe qui ſera l'élévation *Fig.* 80.

de l'arête de la doële à l'arc de face; on fera de même pour l'extrados.

On pourroit auſſi tracer ces quarts d'ellipſe par le problême VIII & par les problêmes V & VII du 2e. livre, par le moyen des diametres conjugués LO pour l'extrados avec le demi-diametre AE doublé, & QV pour la doële avec le double de AN; car quoique les faces ſoient égales entre elles & d'une régularité apparente, ce ſont cependant des moitiés d'un arc rampant, ou plutôt couché en façon de rampant, comme il eſt viſible en jettant les yeux ſur la demi-ellipſe QNV de la doële, ou LEO de l'extrados d'une face de berceau biais & en talud, qui ne ſeroit pas recoupé par un pan A*l* ou A*q*, ce qui paroît encore en tirant du centre A la ligne A*e* à l'extrados, parce que l'on voit que l'angle LA*e* des demi-diametres LA & A*e* du quart d'ellipſe L5*e*, eſt aigu.

La projection LEA & l'élévation L5*e* de l'arc de face étant donnés pour chaque pan de la porte ſur le coin, il eſt aiſé d'en faire les panneaux de lit & de doële, comme d'un ſimple berceau biais & en talud. La ſeule différence qu'on y remarquera eſt la figure de la clef, qui ſera telle qu'on la voit dans le deſſein en perſpective, où il eſt écrit *clef*, qui eſt compoſée de huit ſurfaces, ſavoir de deux faces, qui ſont un angle ſaillant en talud, deux qui ſont un angle rentrant à plomb, deux qui ſont inclinées en coupe pour les lits, une concave pour la doële & une convexe pour l'extrados, ſi la porte étoit extradoſſée, ce qui n'arrive gueres; car on termine plutôt le deſſus par un lit de niveau pour la ſuite des aſſiſes au-deſſus de la porte.

Plan. 38. Fig. 80.

Il eſt évident que tout ce que nous venons de dire du trait de la porte ſur le coin peut s'appliquer à celui de la porte *dans l'angle*, il n'y a qu'à renverſer la projection horiſontale de la face QNA de la doële en IXC, de même celle de l'extrados pour faire le talud dans l'angle rentrant, au lieu qu'on l'avoit fait ci-devant ſur le ſaillant, ce qui ne change en rien les panneaux de doële & de lit, ni les biveaux, qui ſont ſeulement tournés en ſens contraire. Ces ſortes de portes ſont ſi rares dans l'exécution, qu'il n'eſt pas néceſſaire de s'arrêter à un plus grand détail; il ſuffit de jetter les yeux ſur la figure 82 pour en voir l'effet.

Pour *l'explication du trait*, il ſuffira de dire que l'on doit ſe repréſenter

représenter les arcs de face de chaque pan de la porte comme mobiles sur leur base LA, autour de laquelle faisant plus d'un quart de révolution, comme sur un axe horisontal, les points *e* & e^o qui sont en bas dans la figure séparés & écartés se réuniront en un seul E, au-dessus de la ligne LA en l'air, à la hauteur du demi-diametre CH du ceintre primitif, qui est ici l'arc droit DHR, & leurs demi-diametres eA e^oA, qui sont en deux plans, se réuniront dans l'arête de rencontre dont la ligne AE est la projection horisontale. Fig. 80.

Quatrieme cas des berceaux, lorsqu'ils sont inclinés à l'horison.

PROBLÊME XII.

Faire un berceau de face plane en situation quelconque, dont l'axe soit incliné à l'horison.

En termes de l'art :

Faire toutes sortes de berceaux en descente.

Nous ne mettons à part les berceaux en *descente*, que pour ne pas surcharger le problême précédent d'un trop grand nombre de cas; car l'inclinaison de l'arc d'un berceau n'étant qu'un accident de corps cylindrique, considéré comme ayant une certaine situation à l'égard de l'horison, ne change en rien la figure, elle ne fait que donner un nouveau nom au berceau simplement *biais*, qui ne signifie aucune nouvelle propriété particuliere à la voûte, considérée en elle-même à l'égard de ses parties, mais seulement un changement de leur situation à l'égard de l'horison.

Pour faire sentir cette vérité, nous pouvons reprendre l'exemple de notre berceau *biais par tête* de la figure 75. Si l'on fait tourner ce berceau comme un cylindre de base oblique à son axe, en sens contraire du mouvement que nous lui avons supposé autour de son axe, pour former une face en talud, par exemple de E vers B, au lieu que nous l'avons fait tourner de B vers E, il est évident que par la révolution d'un quart de sa circonférence la base ou face, qui étoit en talud, se couchera en surplomb, qui est la situation opposée, & alors si on incline le cylindre suivant son axe, sans changer de situation à l'égard des côtés, ensorte que la face qui étoit en surplomb se redresse en situation verticale, le cylindre aura pris la figure d'un berceau en

descente droite. 2°. Si on incline encore davantage l'axe, alors la face devenant inclinée au plan vertical, représentera la figure d'un berceau en *descente droite & en talud.* 3°. Si tenant l'axe du cylindre incliné on le tourne un peu sur un côté, ensorte que la base soit encore verticale, on aura l'image d'un berceau en *descente biaise sans talud.* 4°. Enfin, si dans la même situation, on incline encore un peu l'axe, ensorte que la face biaise se couche à l'égard du plan vertical, on aura la figure d'une *descente biaise & en talud.*

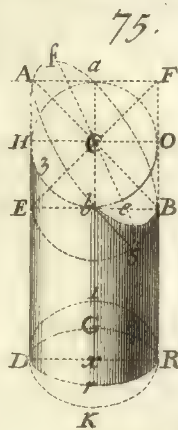
COROLLAIRE.

D'où il suit qu'il n'y a rien à considérer dans les descentes de plus que dans les berceaux biais, que l'inclinaison du plan passant par son axe & par ses impostes, que Desargues a nommé *plan de chemin*, & les Architectes ordinaires *plan suivant la rampe.* Or, comme cette inclinaison ne change en rien la figure de ce plan, dont on connoît les côtés, il suit qu'on peut faire toute sorte de descentes, par les mêmes moyens qu'on fait les traits des berceaux biais horisontaux; il n'y a qu'à faire une supposition que le plan suivant la rampe est horisontal, & agir en conséquence comme nous allons faire.

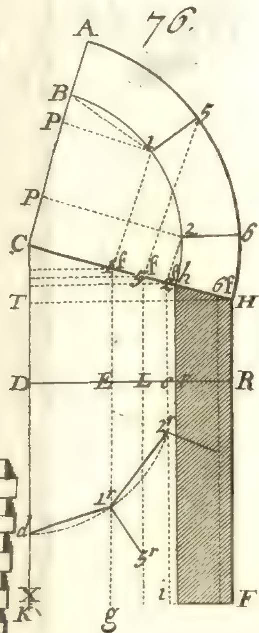
AVERTISSEMENT.

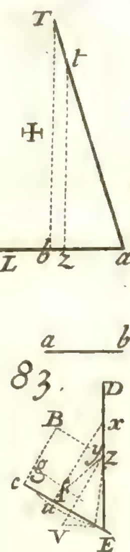
Nous devons avertir le lecteur, que nous ne considérons ici les descentes que comme terminées par des faces planes, dont nous appellons l'inférieure *face de montée*, & la supérieure *face de descente*, sans entrer dans aucun des cas où elles rencontrent d'autres voûtes de même ou de différente espece, en quoi nous ne suivons pas l'exemple des auteurs qui ont traité de cette matiere, pour ne pas compliquer deux choses très-distinctes, qui n'ont point de connexité nécessaire. Notre raison est, premierement, pour ne pas embrouiller les traits; secondement, pour ne nous pas écarter de l'ordre que nous nous sommes proposé de traiter des voûtes simples, avant que d'aller à la composition de la rencontre de deux ou plusieurs, ce que nous remettons à la seconde partie de ce livre, qui fait le troisieme tome.

75.

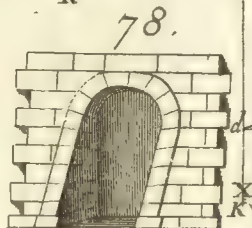


76.

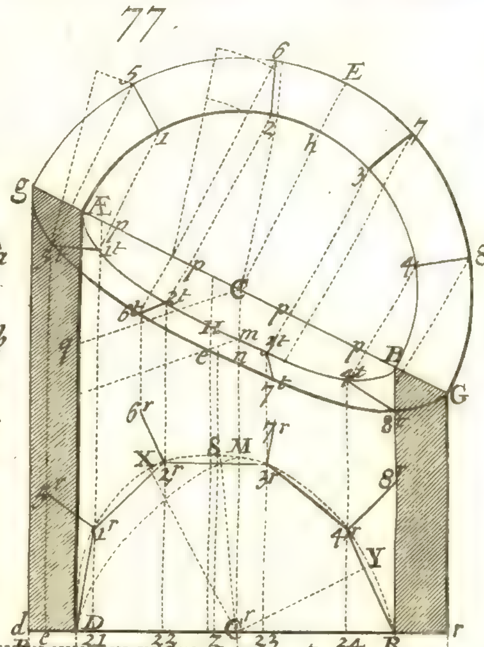




78.

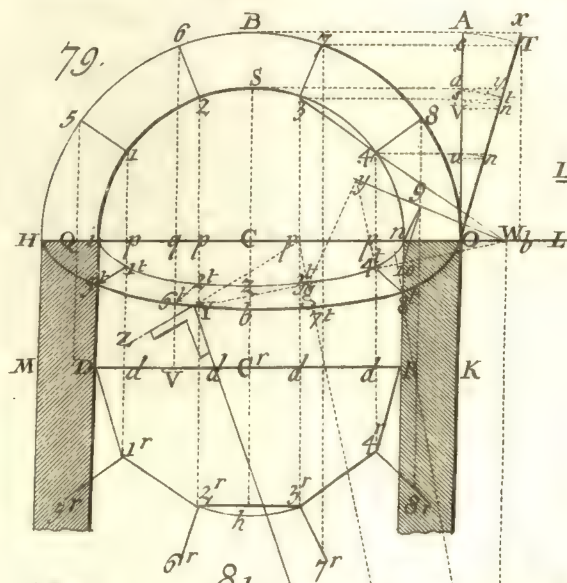


77.

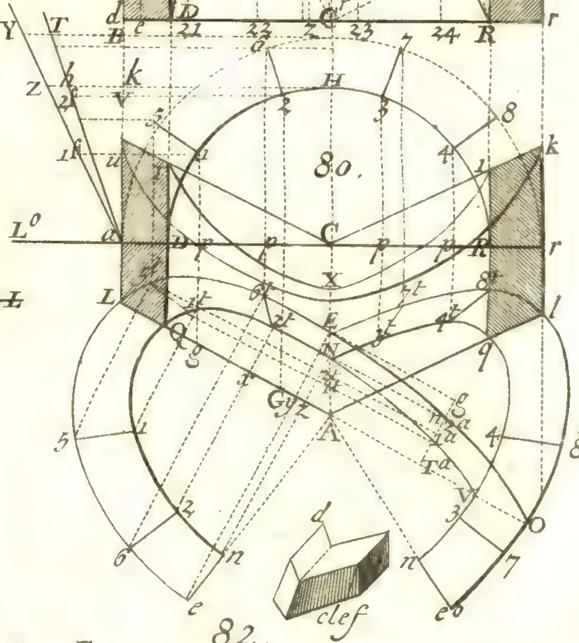


83.

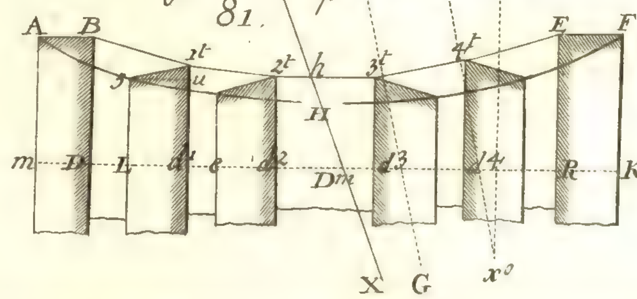
79.



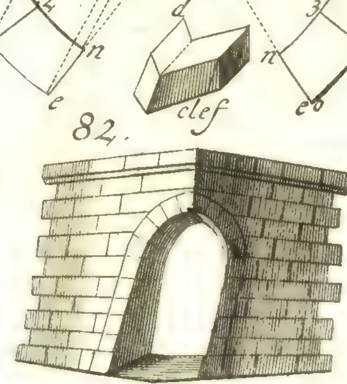
80.



81.



82.



clef

Premiere espece de berceaux inclinés à l'horison.

En termes de l'art :

Des descentes droites.

On appelle *descente droite* tout berceau incliné à l'horison, dont la direction de la face est perpendiculaire à celle du berceau considéré suivant la direction horisontale de son axe, c'est-à-dire, suivant sa projection horisontale. D'où il suit qu'il peut y avoir de deux sortes de descentes droites, l'une dont la face est à-plomb, & l'autre dont la face est en talud ou en surplomb.

PREMIER CAS.

Descente droite par devant & par derriere.

Soit [*fig.* 84] le parallelograme ROA^{P}B de la moitié du plan horisontal d'une descente droite, laquelle suffit, puisque l'autre moitié lui est parfaitement égale. Soit OC la hauteur dont le berceau s'éleve par un bout au dessus de l'horison RO, & RC *la ligne de rampe*. Du point C pour centre, & pour rayon R*b*, moitié de la largeur horisontale du berceau à la doële, si on veut le faire en plein ceintre, on décrira le quart de cercle *h*1*a* pour moitié du ceintre primitif, qui se terminera en *h* sur OC prolongée, & en *a* sur CA parallele à RO, & on lui fera le ceintre concentrique d'extrados, si l'on veut, H5A. On divisera cette moitié de ceintre en ses voussoirs, par exemple, ici pour 5 en deux & demi aux points 1, 2, *h*, par lesquels, du centre C, on tirera les joints de tête 1, 5; 2, 6. Par les mêmes points 1 & 2 on menera des paralleles à OR, comme 1*f*, 1*g*, qui couperont la verticale OH aux points *f* & *g*, par lesquels & par les points *h* & H on tirera des paralleles à la ligne de rampe RC, comme HE, *he*, *f*F, *g*G, qui couperont la verticale RE aux points E, *e*, F, G, & le profil de la voûte sera fait. Fig. 84.

Il faut présentement transposer le plan horisontal ROA^{P}B suivant la rampe RC, ce qui n'en change pas la figure, mais seulement un peu la longueur, pour laquelle on prend RC au lieu de RO. Par les points R & C ayant tiré deux perpendi-

culaires à la rampe RC, on prendra ſur ces lignes les largeurs du plan horiſontal Rb & RB, & l'on tirera les lignes $b^s a^s$, B A^s, qui formeront le plan ſuivant la rampe, ſelon lequel nous devons opérer comme s'il étoit horiſontal, pour trouver lès longueurs & les diſtances des projections des joints de lit, leſquelles donnent les moyens de tailler les vouſſoirs par équarriſſement ou par panneau, ce qui réduira cette deſcente droite à une autre eſpece dont l'énoncé eſt celui-ci.

Fig. 84.

Berceau horiſontal droit ſur ſa direction, en ſurplomb par devant, & en talud par derriere.

Par les points 1 & 2 ayant abaiſſé des perpendiculaires ſur CA, qui la couperont en k & i, on portera la longueur Ck en Cp^2 & Ci en Cp^1, & par les points $p^1 p^2$ on menera des paralleles à RC, prolongées indéfiniment de part & d'autre, qui feront les projections des joints de lit ſur le plan de rampe. Enſuite par les points f & g du ſurplomb CH, on menera des perpendiculaires à RC, qui rencontreront les projections des joints de lit correſpondans, prolongés aux points 2^s & 1^s, & la ligne de rampe, qui eſt le milieu de la clef, en h^s, la courbe menée par ces points $h^s\ 2^s\ 1^s\ a^s$, ſera la projection de l'arête de doële, avec l'arc de face qui avance par le ſurplomb au-delà de ſa baſe Ca^s.

On tracera de même la courbe de l'arête de l'extrados & de la face, ſi on en a beſoin, mais on pourra s'en paſſer comme nous le dirons ci-après.

Par la même maniere on trouvera ſur le plan de rampe le reculement de l'arête de doële avec la face de montée au bas de la deſcente, que nous conſidérons au contraire de la premiere comme en talud. Il ne s'agit que de tirer par les points eFG des perpendiculaires ſur RC, prolongées juſqu'à ce qu'elles rencontrent les projections des joints de lit correſpondans à ceux du profil; ainſi celle qu'on tirera par F, qui provient du point 2 du ceintre de face, coupera la projection qui vient du même point au point f^s, & celle qu'on menera par G, qui provient du point 1, donnera ſur $P^1 g^s$ le point g^s, la courbe $c^s f^s g^s b^s$ ſera la projection du reculement du talud.

Il faut préſentement former l'arc droit de la deſcente, lequel ſera ſurbaiſſé, ſi le ceintre de face eſt en plein ceintre, dans le rapport des lignes Ch à Cd, qui eſt le même que ce-

lui de la rampe à ſa projection horiſontale ; car à cauſe des paralleles RC, *eh* l'angle OCR eſt égale à C*he*, les angles en *d* & en O ſont droits ; donc C*h* : C*d* : : CR : RO : : C*g* : C*u* : : C*f* : C*t* ; ainſi prenant une perpendiculaire à RC où l'on voudra, comme en *e*C^r, on a toutes les hauteurs des joints, il n'y a qu'à porter ſur la baſe & ſur ſes paralleles, les largeurs horiſontales, qui ſont conſtantes & égales dans l'arc de face & dans *l'arc droit*. On portera donc la longueur Ca^s en $C^r a^r$, Cp^1 en U 1^r, Cp^2 en $F2^r$; le quart d'ellipſe mené par les point $e2^r\, 1^r a^r$ ſera l'arc droit qu'on cherche. Fig. 84.

Il ne reſte plus à préſent qu'à faire le développement de la doële pour en avoir les panneaux en doële plate. Par les points F, G, R, on tirera des perpendiculaires à RC vers a^d ſur Ra^d, on portera de ſuite les cordes de l'arc droit $a^r 1^r$, $1^r 2^r$, &c ; nous en avons mis ici la moitié à commencer au point *m* pris à volonté, ce qui a donné les points n^2, n^1, a^d, par leſquels on tirera des perpendiculaires à Ra^d, leſquelles ſeront coupées par les paralleles qui paſſent par les points F & G aux points 1^d 2^d. Les deux angles $Pa^d 1^d$, $a^d 1^d n^1$ formeront la tête du premier panneau de doële de face de devant, & leurs ſupplémens $Qa^d 1^d$, $a^d 1^d u$ formeront la tête du premier panneau de doële plate de la face de derriere, qui eſt conſidérée comme en talud d'un angle égal au ſurplomb de la premiere. Les panneaux de doële étant faits, on fera ceux de lit par le moyen de l'extrados H5A, ou en prenant à volonté une longueur de joint comme 2, 6 ou 1, 5 plus ou moins, par exemple, pour celui-ci on menera par le point 5 une perpendiculaire à CH, qu'elle coupera en *x*, par où on menera *x*Y parallele à EH, & qu'on reproduira depuis le point Y par un retour d'équerre en Y*y* ; puis ayant pris avec le compas la longueur du joint de tête 1, 5, on poſera une de ſes pointes au point 1^d, & l'on fera de l'autre un arc qui coupera la ligne Y*y* au point *y*, par lequel ſi l'on mene *y*5 parallele à la rampe RC, on aura les têtes des deux panneaux de lit pour les faces de montée & de deſcente, ſavoir pour la premiere $5y1^d u$, & ſon complément $zy\,1^d n^1$ pour la deſcente.

Pour s'épargner la peine de faire les panneaux de lit, on peut ſe ſervir du biveau de doële plate & de tête, qu'on trouvera ſuivant notre méthode générale, dont voici l'application à la même figure 84 pour le ſecond vouſſoir. Par le point 1, baſe de ce vouſſoir, on menera l'horiſontale 1 L, qui coupera le joint

de lit du profil supérieur *f*F au point L; par le point 2, sommet de ce voussoir, on tirera 2*g* perpendiculaire à la corde 21, qui coupera 1L au point *g*, par où on tirera la perpendiculaire *g* S, qu'on fera égale à *g* L, ensuite ayant porté la longueur *g* 2 en *gy*, on tirera du point S la ligne S*y*, qui formera avec *g*L l'angle S*y*L, qui est celui du biveau qu'on cherche, & le trait sera fait.

Application du trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement destiné à servir de doële plate, on y appliquera le panneau qui lui convient, pour y en tracer exactement le contour. Ensuite avec le biveau de *doele & de lit* pris sur l'arc droit à l'ordinaire, comme *a* 1 5 pour le premier voussoir, ou 1 2 5 pour le second, on abattra la pierre en surface plate pour y appliquer le panneau de lit qui lui convient, lequel étant tracé donnera les joints de tête, suivant lesquels on abattra la pierre en surface plane pour y poser le panneau de l'arc de face. Ou sans se servir de panneaux de lit, après avoir tracé la doële plate, on abattra la pierre suivant le biveau de doële & de tête, qu'on fera comme il a été dit au berceau en talud & en surplomb, pour tracer la tête suivant son panneau, & par le moyen des lignes de joint de tête & de joint de lit, on peut former la surface plane qui fait le lit, par le problême I, comme nous l'avons tant de fois répété, ce qui est exprimé par
Fig. 85. la figure 85.

Il faut remarquer que par le seul profil, joint à l'arc de face avec ses à-plombs & l'arc droit, on peut trouver tous les panneaux sans le secours d'aucun plan, ni de l'horisontal, qui ne peut donner ici aucune mesure, ni de celui de rampe, qui n'en donne pas de nouvelles qu'on ne trouve au profil. 1°. Les longueurs des joints de lit sont données au profil. 2°. Leurs intervalles de la doële à l'extrados sont donnés à l'arc de face par la longueur des joints de tête. 3°. Leur obliquité, c'est-à-dire, celle de leurs côtés paralleles est donnée par les perpendiculaires sur RC, comme Y7 donne la longueur G7, qui est la différence de la tête en rectangle, comme elle seroit si le berceau étoit droit.

Ainsi les longueurs des joints de lit, leur intervalle à la doële sur l'arc droit, & leur différence d'avance par les perpendiculaires, comme R*r* pour l'obliquité RG*r* étant donnés, on peut

former les panneaux de doële. Enfin les panneaux de tête ſont donnés à l'arc de face ; donc on peut ſe paſſer de tout *plan*, moyennant le profil ; mais pour rendre le trait plus ſuivi & plus ſenſible, il convient de faire le plan horiſontal, parce qu'il ſert de guide pour empêcher qu'on ne ſe trompe.

Le principal uſage du plan de rampe $RB^{s}A^{s}C$ ſuppoſé horiſontal, quoiqu'il ne le ſoit pas, eſt pour tailler les vouſſoirs des berceaux en deſcente, par voie d'équarriſſement, comme il eſt aiſé de le voir, puiſque ce plan de rampe eſt le même à l'égard de la voûte, que le plan horiſontal à l'égard d'un berceau de niveau dont les faces ſeroient en talud & en ſurplomb.

Second cas des deſcentes droites.

Deſcente droite, mais en talud par devant & à-plomb par derriere.

Soit [*fig.* 86.] le parallelograme $ROA^{p}B$ la moitié du plan horiſontal d'un berceau en deſcente dont RC eſt la ligne de rampe, & OC la hauteur ſur l'horiſon. Soit CT le profil de la face inclinée ſuivant l'angle du talud donné LCT ; on fera CA perpendiculaire ſur CT, & du point C pour centre, on décrira pour moitié du ceintre de face de deſcente un quart de cercle, ſi on le veut en plein ceintre, ou un quart d'ellipſe, ſi on le veut ſurhauſſé ou ſurbaiſſé ; nous le ſuppoſerons ici circulaire *a*12*t* à la doële, A5T pour l'extrados, & diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, c'eſt-à-dire, en deux parties & demie pour cinq vouſſoirs au demi cercle. Par les points 1 & 2 on menera des perpendiculaires à CT, qui la couperont aux points F, *g*, & par les points T, *t*, F, *g*, on menera des paralleles à la ligne de rampe RC qui couperont la verticale BH aux points H, *h*, F & G, par leſquels on menera des paralleles à l'horiſontale OR, comme G1, F2, qu'on fera égales à celles de l'arc de face *f*2, *g*1, C*a*, leurs extrêmités donneront les points b^{c} 1^{c} 2^{c} *h*, par leſquels on tracera le quart d'ellipſe ſurhauſſé, qui eſt la moitié du ceintre de face de montée, à laquelle l'autre moitié eſt égale. Fig. 86. Planche 39. Fig. 86.

Il reſte à préſent à former le ceintre de l'arc droit, qui doit être ſurbaiſſé à l'égard du ceintre de face dans le rapport des rayons CT à CD, dont la différence n'eſt pas grande dans cet exemple. Ayant tiré une perpendiculaire à la ligne RC, où

l'on voudra, comme hC^r, on portera la longueur du rayon de Fig. 86. l'arc de face Ca en $C^r a^r$, ſa parallele $g\,1$ en $n\,1^r$, ſur le joint de lit Gg, & $F2$ ſur $n\,2^r$, & par les points $h\,2^r\,1^r\,a^r$ on tracera la demi-ellipſe ſurbaiſſée, qui ſera le contour de l'arc droit.

On a donc trois ceintres différens, ſçavoir, celui de la face de deſcente circulaire, celui de l'arc droit ſurbaiſſé, & celui de face de montée ſurhauſſé, leſquels, avec le profil de coupe par le milieu de la voûte TR, ſuffiroient pour trouver tous les panneaux néceſſaires pour tailler les vouſſoirs, comme nous l'avons dit pour la deſcente droite précédente, ſans qu'il ſoit néceſſaire de faire aucune projection, ni ſur le plan horiſontal, qui ne peut donner aucune meſure, ni ſur le plan de rampe, qui n'en donne point de nouvelle, puiſque celles des longueurs des joints de lit ſont dans leur juſte meſure ſur le profil.

Cependant comme ce plan ſert à préſenter à la vue une projection du talud de la face de derriere, & du ſurplomb de la face antérieure, qui eſt cependant en talud à l'égard du plan horiſontal RA^s, on fera bien de le faire de la même maniere que nous l'avons dit à l'exemple précédent avec les développemens des panneaux de doële, ce que la figure montre ſenſiblement, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'y ajouter une nouvelle explication, qui ne ſeroit qu'une répétition du premier cas de la deſcente droite; il faut ſeulement remarquer ici que quoique le rayon CA de l'arc de face en talud paroiſſe incliné à l'horiſon dans cette ſituation, il ne le ſera point du tout en œuvre; car puiſqu'il doit être perpendiculaire au plan de projection par l'axe TCR, & qu'il l'eſt, par la conſtruction, au rayon CT, ſi l'on fait mouvoir le quart de cercle TA ſur ſon rayon CT, le point A tombera ſur C, qui ſera alors la projection de toute la ligne CA, laquelle ſera auſſi perpendiculaire à la ligne de rampe RC; car ſi une ligne eſt perpendiculaire à un plan, elle le ſera à toutes celles qu'on peut mener dans ce plan, qui paſſeront par le point C; donc le rayon CA, qui eſt ici incliné à l'horiſon, devient en œuvre horiſontal & perpendiculaire à la direction horiſontale de la voûte RO, ce qui conſtitue la nature des deſcentes droites.

Explication

Explication démonstrative des deux cas précédens.

Premierement, nous ne faisons aucun usage de la projection horisontale dans les descentes, par la raison que nous avons donné touchant cette espece de représentation, qu'elle raccourcissoit tous les objets qui n'étoient pas paralleles au plan de description, & comme la rampe RC est plus longue que le niveau RO, il suit que tous les joints de lit qu'on pourroit tracer dans le plan horisontal seroient trop courts dans le rapport de RO à RC. Fig. 86.

Pour suppléer aux mesures que l'on trouve ordinairement dans la projection horisontale, on a recours à la projection verticale faite sur un plan vertical par l'axe, ou parallele à la direction de la voûte; ainsi tous les joints de lit de la représentation étant paralleles à ceux de la réalité dans la voûte, sont tracés dans leur juste mesure, & leurs avances ou reculemens les uns sur les autres à l'égard de la ligne de rampe RC étant désignées par des perpendiculaires Y*z* & G*r* sur la ligne RC, donnent des triangles rectangles YG*z*, CR*r*, qui sont les excès ou les défauts dont les surfaces planes des lits & des doëles plates surpassent des parallelogrames rectangles qui seroient des figures convenables à un berceau droit de niveau; c'est pourquoi on a mené (figure 84.) des perpendiculaires à RC par les points F, Y, G, qu'on a prolongé indéfiniment vers B^s & vers a^d pour avoir les reculemens ou les avances des têtes des panneaux; & parce que dans les triangles dont nous venons de parler il y a deux côtés raccourcis par la projection verticale, qui sont la représentation des lignes inclinées au plan vertical; on est allé chercher la longueur d'un de ces côtés, comme G*r* sur $1^r a^r$ de l'arc droit, qui est parallele à ce côté, quoique dans la figure il ne le soit pas, parce qu'on ne le doit exprimer que sur un plan qui ne soit pas raccourci. C'est pourquoi l'arc droit $e 1^r a^r$, (même figure 84.) & celui de l'arc de face H5A ne sont pas dans leur situation naturelle à l'égard du profil; il faut les imaginer se mouvoir en tournant sur leurs rayons, qui sont dans le plan du profil CH & C*re*, jusqu'à ce qu'ils deviennent perpendiculaires à ce plan RH. Fig. 84.

A l'égard de l'usage que nous faisons du plan de rampe comme d'un plan horisontal, nous en avons déja rendu raison en expliquant les différentes positions d'un cylindre oblique sur sa base, il suffit de remarquer qu'il nous sert à trouver les courbes

Fig. 84. elliptiques, ou ſeulement leurs moitiés, puiſque ces ſortes de berceaux ne varient pas dans leurs côtés, qui ſont les projections inclinées des têtes de la voûte, ſçavoir h^s 2 1ˢ, 1ˢ a^s pour la partie de deſcente, qu'on conſidere comme en ſurplomb, quoique dans ſa vraie ſituation elle ſoit verticale, & $C^r f^s g\ b_s$ pour la montée, qui eſt conſidérée comme en talud à l'égard du plan de rampe RC. Les arcs de cercle AA², aa², 1p², kp² font voir le rapport des retombées des point 1 & 2, ſur le rayon CA, avec la tête du plan incliné CA.

Uſage du trait par équarriſſement.

On peut, comme je l'ai déja remarqué, ſe paſſer de ce plan & de ces projections; mais outre qu'elles font prévoir l'effet des panneaux de doële dans leur ſuite naturelle, c'eſt que ce genre de projection inclinée peut ſervir à *tailler la pierre par equarriſſement*, ſi l'on ne veut pas ſe ſervir de panneaux; on prendra les longueurs des vouſſoirs ſur ce plan RA², les obliquités des têtes par les biveaux de rampe RCH, & les panneaux de tête, comme, par exemple, pour le ſecond vouſſoir en 5 1 *q* 2 6, ou en panneau ou avec des biveaux mixtes 5 1 2, ou des biveaux d'à-plomb, comme *q* 2 6, tenant les branches paralleles au plan de la face.

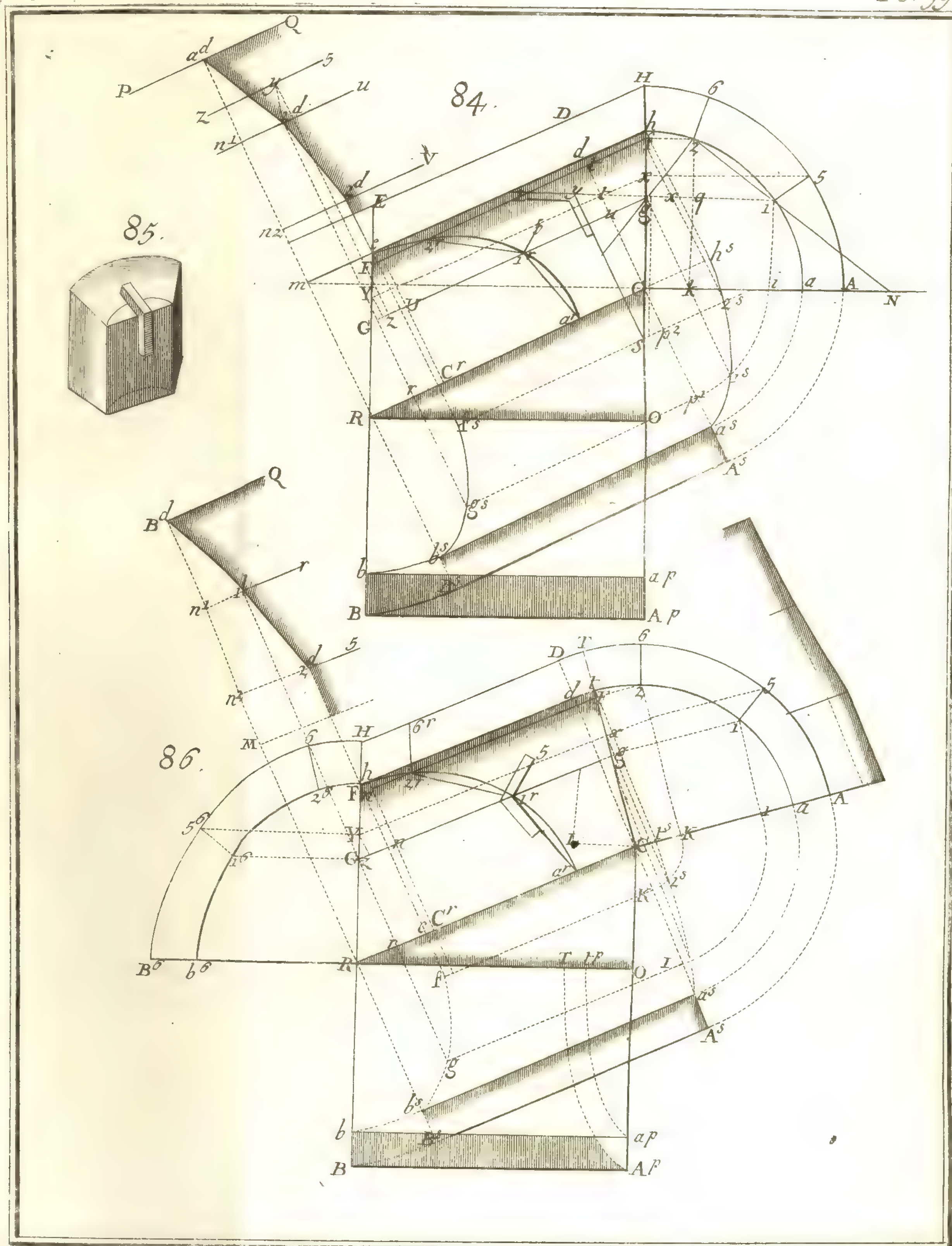
Seconde eſpece de berceaux inclinés à l'horiſon, dont les faces ſont obliques à leur direction horiſontale.

En termes de l'art :

Des deſcentes biaiſes.

Nous faiſons encore deux claſſes des deſcentes biaiſes, l'une de celles dont la face eſt à plomb, l'autre de celles dont la face eſt en talud.

Il faut ſe rappeller ici ce que nous avons dit du changement de poſition d'un cylindre oblique, laquelle peut le rendre ſemblable à toutes ſortes de biais & de deſcentes, quoiqu'il demeure toujours le même dans la figure intrinſeque; cela ſuppoſé : la *deſcente biaiſe* eſt un berceau dans lequel il faut conſidérer trois ſortes d'obliquités, dont deux viennent de la poſition de ſa face; ſçavoir, 1°. celle de la face ſur la direction horiſontale du berceau, laquelle eſt commune au berceau horiſontal ſimplement biais par tête. 2°. Celle de la même face ſur l'axe du cylindre, laquelle lui eſt commune avec le berceau horiſon-


84.
85.
86.

tal en talud. 3°. Celle de l'inclinaiſon de l'axe à l'horiſon, qui lui eſt commune avec la deſcente droite.

Si l'on raſſemble l'effet de chacune de ces ſortes de poſitions de face, on connoîtra d'abord celui qui doit réſulter de celle-ci, pour la formation des panneaux & pour l'eſpece de projection ſur laquelle il faut en prendre les meſures. *Premierement*, que de même que dans le ſimple biais horiſontal, les panneaux de doële & de lit s'alongent au-delà de l'arc droit en deſcendant d'un côté de la clef, & ſe raccourciſſent de l'autre. *Secondement*, que de même qu'au berceau horiſontal en talud, mais en ſens contraire que produiroit le ſurplomb, la tête du panneau de lit qui paſſeroit par le milieu de la clef n'eſt pas un rectangle, mais elle ſe raccourcit à la doële autant que celle en talud ſe raccourcit à l'extrados, & à toutes les autres têtes à proportion. *Troiſiemement*, que de même qu'à la deſcente droite, on ne doit meſurer la longueur des joints de lit, de doële, ou d'extrados que ſur la ptojection verticale, c'eſt-à-dire, ſur le profil ou *coupe* ſuivant la direction.

Il faut de plus remarquer une irrégularité inévitable dans les deſcentes biaiſes, qui arrive ou dans l'arc droit ou dans l'arc de face. C'eſt que l'un des deux arcs, ou celui de face ou l'arc droit deviennent rampans; c'eſt encore une ſuite de la conformité qu'elles ont avec les berceaux biais & en talud, où dans certaines circonſtances l'arc droit devient incliné, comme rampant, ſi l'arc de face eſt circulaire; ici à cauſe de l'inclinaiſon de l'axe du berceau, non-ſeulement l'un ou l'autre de ces arcs devient rampant par la figure, c'eſt-à-dire, par l'inclinaiſon des ordonnées à ſon diametre, mais encore par la différence du niveau ſur ſes impoſtes, dont l'une eſt plus élevée que l'autte au deſſus de l'horiſon.

Pour expoſer ſenſiblement la mutuelle dépendance des ceintres qui entraînent une eſpece d'irrégularité dans l'un des deux d'une deſcente biaiſe, lorſque l'on en fait un de contour circulaire, nous avons repréſenté en maniere de perſpective deux bouts de cylindre, (figures 87 & 88.) inclinés à l'horiſon ſuivant une pente R M ou R *m*, dont *o m* exprime la hauteur, & RO la baſe horiſontale. Soit le parallelogramme vertical H *x* C *s*, qui coupe la moitié du cylindre juſqu'à ſon axe C *x*, & le trapeze LMRE la ſection du cylindre par l'axe ſuivant la

Planche 40. Fig. 87 & 88.

Fig. 87 & 88. ligne de rampe RM, & perpendiculairement au plan vertical HxCs, dans laquelle ſection la ligne LM exprime l'obliquité de la baſe du cylindre LHM ſur ſa direction horiſontale OR, ou ſa parallele Ve, ou ſi l'on veut encore au plan vertical paſſant par l'axe xC, ce qui revient au même. Dans cette ſituation, ſi l'on ſuppoſe le cylindre droit, mais coupé obliquement par cette baſe LHM, on reconnoîtra que l'arc droit, qui eſt la ſection LDK perpendiculaire à l'axe xC, eſt circulaire, & que ſon diametre LK eſt nne ligne de niveau, parce qu'il eſt perpendiculaire au plan vertical HxCs, c'eſt-à-dire que les naiſſances de cet arc ſont de niveau. Il n'en eſt pas de même de la ſection oblique LHM, car le point M, qui eſt dans la ligne de rampe RK prolongée, eſt autant élevé au-deſſus de L qu'il eſt au deſſus de K, qui eſt de niveau avec le point L; donc les naiſſances L & M de l'arc LHM, ne ſont pas de niveau entre elles; par conſéquent cet arc eſt de cette eſpece de ceintres irréguliers que nous appellons rampans.

Si l'on fait une application de cette figure à celle du berceau biais en deſcente, on reconnoîtra que ſi l'arc droit a ſes impoſtes de niveau, l'arc de face les aura de différentes hauteurs.

Fig. 88. Par un raiſonnement inverſe [*fig.* 88.] ſi au lieu de ſuppoſer un cylindre droit, on ſuppoſe un cylindre ſcalene dont la baſe dHm eſt circulaire, mais oblique au plan vertical SHcC, la ſection dsK, faite par un plan perpendiculaire à l'axe Cc ſera une ellipſe dont les naiſſances d & K, qui ſont cependant dans les mêmes côtés du trapeze NdmR paſſant par l'axe & par les naiſſances de niveau d & m de la baſe de ce cylindre, ſeront à des hauteurs inégales; car la naiſſance K ſera toujours au-deſſous du point m, qui eſt de niveau avec d, comme à la ſection ſemblable eNSR, le point R, de niveau avec e, ſera au deſſous du point N; donc [par la ſuppoſition] K le ſera avec le point d. Donc ſi l'arc de face d'une deſcente biaiſe eſt de niveau, l'arc droit ſera rampant, & les naiſſances de la voûte à droite & à gauche ſeront l'une haute l'autre baſſe, ce qui eſt une difformité ſouvent inſupportable. D'où il ſuit qu'on ne peut éviter un arc rampant ou à la face, ou à l'arc droit; c'eſt à l'architecte à voir s'il doit préférer la régularité de la face d'entrée à celle du dedans, ou s'il doit jetter l'irrégularité ſur la face pour rendre les dedans de la voûte plus beaux.

La même relation des ceintres se trouve dans les descentes dont les faces sont en talud ; car la variation que cause le talud ne se fait pas aux impostes, mais à la clef, où le sommet tombe un peu en arriere de ce qu'il auroit été si la face avoit été élevée à-plomb ; ainsi les inconvéniens des descentes biaises avec talud ou sans talud, sont à peu près les mêmes ; le seul changement que le talud peut y faire, c'est que rapprochant le ceintre de face de la situation de l'arc droit, il occasionne une moindre différence de contour. Cela supposé, nous allons donner les traits des descentes biaises quelconques, suivant notre nouveau systême, qui supprime l'obliquité de la descente, en supposant le plan de rampe de niveau, & les faces en talud ou en surplomb.

Premier cas des descentes biaises, lorsque les faces sont à-plomb.

On peut faire les descentes biaises, comme tous les autres berceaux biais, de deux manieres, en choisissant pour ceintre primitif l'arc de face ou l'arc droit.

Premiere disposition où l'arc droit est donné pour ceintre primitif.

En termes de l'art :

Descente biaise rampante par devant & droite par derriere.

Soit [*fig.* 89.] le trapeze ABDE le plan horisontal de l'intérieur de la voûte en descente biaise, dont RM est la ligne de rampe, & OM celle de la hauteur totale des coussinets. On commencera par faire le plan de rampe par le moyen de l'horisontal donné, lequel étant trop court ne peut servir à prendre des mesures de longueur. Par le point D du jambage le moins avancé, pris à la doële, ou si l'on veut K pour l'extrados, on tirera une perpendiculaire à la ligne RO, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de la rampe RM en F, d'où se retournant d'équerre sur R M, on tirera F *k*, qu'on fera égale à la largeur KG du plan horisontal, & l'on tirera M*k* pour diametre de la face, ensuite ayant fait *kg* parallele & égale à RF, on aura pour le plan de rampe le trapeze RM*kg* à l'extrados, ou *a b d e* à la doële. Fig. 89.

Présentement, sur le diametre intérieur *ae*, égal au donné AE, on décrira un demi-cercle *a he*, ou une demie ellipse sur-

Fig. 89. haussée ou surbaissée, telle qu'on la voudra, pour ceintre primitif, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, *h*, 3, 4, par lesquels on menera autant de paralleles $p1^s$, $p2^s$ à la ligne de rampe RM, indéfinies & prolongées un peu au-delà de M*k*, & la ligne du milieu *h*C jusqu'en RG, qu'elle coupera au point N. Pour terminer ces paralleles, qui doivent être des projections de lit sur la rampe, on menera par le point *a* de la doële la ligne *an* parallele à RG, qui rencontrera CN au point *n*. On portera C*n* en C*t*, puis [par le problême 7 du 2e. livre] on fera une demie ellipse *ate* avec les axes donnés *ae*, *nt*, laquelle coupera toutes les projections aux points 1^t 2^t 3^t 4^t, où seront celles des divisions de la face de montée sur le plan de rampe, où elle produit l'effet du talud. Pour avoir aussi la projection de la face de descente sur le même plan, on décrira une autre demie ellipse *bsd* par le moyen des diametres conjugués *bd* & *nt*, [par le problême 8 du 2e. livre] faisant entr'eux des angles égaux à ceux de la rampe RM, ou du milieu *h*N sur RG, laquelle demie ellipse *dsb*, coupera les projections des joints de lit aux points 1^s, 2^s, 3^s, 4^s, où seront celles des divisions de la face en ses voussoirs.

Quoique nous ne cherchions ici que les avances des faces de descente & les reculemens de celles de montée à la doële, il faut en faire autant par l'extrados pour s'en servir à former les panneaux de lit, comme il a été dit ci-devant à la page 181.

Il ne s'agit plus que d'en trouver les hauteurs des divisions, ce que l'on peut faire de différentes manieres; 1°. par un profil de la face, comme dans les traits ordinaires des livres de la coupe des pierres; 2°. sans profil, suivant ma nouvelle maniere, qui est beaucoup plus simple, & dont le trait est moins embarrassé de lignes, on fera seulement le profil de l'arc droit comme il suit. Sur GR prolongée on portera NR en RI, du point I ou L on abaissera sur RM la perpendiculaire LC', qui la coupera au point C^r, d'où comme centre & du demi-diametre C*n* pour rayon on décrira un quart de cercle $L2^r1^r a^r$, sur lequel on portera les divisions *a*1, *a*2 en a^r 1^r, a^r 2^r, par lesquelles & par I on menera des paralleles à la rampe RM indéfinies $p1^r$, $q2^r$, IH. On tracera ensuite du point C^x, milieu de FM, pour centre, la demi-ellipse X*h*Y avec les diametres conjugués, l'un *bd* pour la doële, ou M*k* pour l'extrados, & l'autre

LN pour l'extrados, ou deux fois *an* pour la doële, inclinés entre eux ſuivant un angle fC^xH que nous allons chercher. Par les points F & M on menera les lignes M*m*, F*f* paralleles à l'horiſontale RO, puis lui ayant fait C^xH perpendiculaire, on ouvrira le compas de l'intervalle *c*M pour l'extrados, ou *cb* pour la doële, & poſant une des pointes en C^x, on fera avec l'autre de part & d'autre des arcs qui couperont F*f* en *f*, & M*m* en *m*; par les points *m* & *f* on menera *mf* qui eſt le diametre conjugué au demi-diametre C^xH. Fig. 89.

Ainſi [par le problême 8 du deuxieme livre] on tracera cette demi-ellipſe rampante, qui ſera l'arc de face auquel il ne manque plus que d'y marquer les diviſions en vouſſoirs correſpondantes à celles de l'arc droit LC', qu'il ſera très-facile de trouver; car ſi par les points P, Q, où les projections verticales des joints de lit P*p*, Q*q* coupent le demi-diametre vertical C^xh, on mene des paralleles au diametre *mf*, ou pour la doële XY, elles couperont la demi-ellipſe X*h*Y aux points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, où ſont les diviſions demandées, par leſquelles & par le centre C^x on tirera les coupes des têtes $1^f\ 1^e\ 2^f\ 2^e$, &c. Par le moyen de ces paralleles qui ſont des ordonnées, on auroit pu tracer l'arc de face par pluſieurs points, en portant ſur chacune les retombées priſes ſur la ligne *bd*, comme $c1^u$ en $P1^f$ & $P4^f$, $c2^u$ en $Q2^f$ & $Q3^f$.

Si la face de deſcente étoit apparente, & qu'on voulut lui faire les coupes de tête ſuivant les regles des joints perpendiculaires à la courbe, on le pourroit, mais il faudroit alors changer la direction des joints de tête de l'arc droit, qui deviendroit ſecondaire, comme nous l'avons dit ci-devant, pour que les lits ne ſoient pas gauches.

Il ne reſte plus préſentement qu'à former le ceintre de face de montée qui ſera ſurhauſſé, & dont les impoſtes ſeront de niveau, quoique celui de face ait été fait rampant. Par les points R, *p*, *q* ayanr tiré des perpendiculaires à RI, qui eſt le profil de cette face, on portera ſur chacune les largeurs horiſontales de l'arc droit à chaque diviſion de vouſſoir, c'eſt-à-dire les retombées, qu'on peut prendre ſur le ceintre *ahe*, au profil en $l1^r\ l2^r$. Ainſi l'on portera C*a*, ou ce qui eſt la même choſe, C a^r en RV, $l1^r$ en $p1^n$, $l2^r$ en $q2^n$, & par les points $V1^n2^nL$ on tracera une demie ellipſe qui ſera la moitié du ceintre de face à laquelle l'autre ſera égale.

On pouvoit tout d'un coup tracer cette demi-ellipſe par le
Fig. 89. moyen des demi-axes donnés, ſavoir RL & C*a* doublés pour en faire les axes.

Le trait étant ainſi fait, il eſt viſible qu'on y trouvera toutes les meſures néceſſaires pour former les panneaux. Premierement, pour ceux de *doele plate*, on a les longueurs des joints de lit, qui en font les côtés ſur le plan de rampe, par exemple, pour le ſecond vouſſoir $1^t\ 1^s$, $2^t\ 2^s$, & leurs avances ou reculemens de l'un à l'égard de l'autre ſe prendront par les diſtances de ces points au diametre *ae*, ou à la perpendiculaire F*k*. A l'égard des largeurs, qui ſont l'intervalle des côtés des panneaux, nous avons tant de fois dit qu'elles ſe prennent à l'arc droit, comme aux cordes $a^r\ 1^r$, $1^r\ 2^r$, qu'il ſemble inutile de le répéter.

Pour mettre ſous les yeux la ſuite des panneaux de doële plâte par un *développement*, par exemple pour les angles des têtes de doële de face de deſcente, on peut (comme nous avons fait à la figure 89) prolonger la perpendiculaire F*k* indéfiniment, ſur laquelle on portera de ſuite les cordes de l'arc droit $a^r 1^r$, $1^r 2^r$, en f^d, 1^r, 2^r, 3^r, &c, par où ayant tiré des perpendiculaires à la directrice $f^d\ b^d$, qui ſont des paralleles à la rampe RM, on lui menera par tous les points de la projection de la face $b\,1^s\ 2^s\ 3^s\ 4^s$ des perpendiculaires qui les rencontreront aux points b^d, 1^y, 2^y, 3^y, 4^y, *d*, par leſquels ſi l'on mene des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le développement de la partie des doëles plates qui eſt vers la face de deſcente.

On en uſera de même pour les têtes de ces mêmes doëles plates à la face de montée, en prolongeant *ea* & lui menant par les points de la projection $1^t 2^t$ des paralleles à *ae* prolongées indéfiniment, puis ayant pris à volonté un point A^d ſur *ea* prolongée, on portera de ſuite les cordes de l'arc droit $a^r 1^r$, $1^r 2^r$, 2^rL, &c, aux points o^1, o^2, o^3, &c, par leſquels on menera des paralleles à RM, qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points $1^d\ 2^d$ B^d, &c, par leſquels menant des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le développement des têtes de doële à la montée que l'on cherche; ainſi on aura les angles des doëles du haut & du bas.

On n'a plus à former que les panneaux de lit, comme il a été dit au trait précédent des deſcentes droites. Les panneaux de

tête

tête sont donnés aux ceintres des faces de montée & de descente.

L'explication du trait sut la pierre ne differe en rien de celle des descentes droites tracées suivant le même systême dont nous venons de parler, c'est-à-dire, que si elle se fait par panneaux, on commencera par la doële plate, & par le moyen des biveaux de lit & de doële, pris à l'arc droit, on formera pour secondes surfaces celles du lit, auxquelles on appliquera leurs panneaux pour tracer les ouvertures des angles de têtes de descente ou de montée. On peut même s'épargner les panneaux de lit en cherchant les biveaux de tête & de doële, comme il a été dit au dernier problême du troisieme livre, en commençant par la tête & la doële.

Si l'on veut tailler les voussoirs par équarrissement, on le peut par cette méthode, & non pas par l'ancienne sans une longue opération & beaucoup de perte de pierre. Ici le plan de rampe servant de plan horisontal, on fera la descente biaise comme un berceau biais en surplomb, & la montée droite comme un berceau droit en talud, comme nous l'avons expliqué au trait précédent.

Explication démonstrative.

Il y a une chose de plus à considérer dans ce trait que dans les descentes droites, c'est l'inégalité du niveau des impostes de la face de descente, dont on a déja donné la raison en expliquant la fig. 87. Puisque les impostes de l'arc droit sont de niveau, & que le plan de cet arc droit, aussi bien que celui de rampe, quoiqu'inclinés tous les deux à l'horison, sont supposés perpendiculaires à un plan vertical, leur commune interfection & toutes leurs paralleles seront des lignes horisontales; mais à cause que le plan de la face de descente, qui est vertical, est oblique, tant au premier vertical qu'à celui de l'arc droit & à celui de rampe, leur commune interfection ne peut être parallele à la premiere; par conséquent elle ne peut être de niveau comme elle. La raison en est bien sensible, car au dessus de la ligne F*k*, qui est de niveau, la rampe continue de monter jusqu'en M, quoiqu'elle ne change pas de hauteur en *k*; par conséquent la ligne M*k* doit être inclinée à l'horison d'une hauteur égale à la différence des points F & M, qui est la même que celle des points *f* & *m*. Si la face de montée étoit oblique à l'horison- Fig. 89.

tale RO, il eſt clair qu'elle ſeroit auſſi rampante d'une impoſte à l'autre par la même raiſon.

Remarque ſur cette diſpoſition.

Quoiqu'il ſe trouve une difformité dans la face de deſcente biaiſe dont les naiſſances de l'arc droit ſont de niveau, en ce que le ceintre de cette face devient rampant, on ne peut diſconvenir que ce ne ſoit la diſpoſition la plus naturelle pour l'uſage intérieur, parce que les impoſtes ſe ſuivent à hauteurs égales ſur les marches ou ſur la rampe, & ſont de niveau entre elles dans les parties directement oppoſées; il arrive ſeulement qu'à l'entrée il faut faire un palier de niveau dans l'eſpace du triangle FM*k*, ou au moins des marches tournantes, parce que le ſeuil de la porte ne peut être rampant comme la ligne des impoſtes.

Si au contraire les impoſtes de la face étoient de niveau, il arriveroit que dans l'intérieur elles deviendroient d'inégale hauteur dans les parties diamétralement oppoſées, de ſorte que les marches en ſeroient plus près d'un côté que de l'autre: cependant pour ne pas faire une entrée difforme, on peut quelquefois faire une diſpoſition contraire à la précédente, telle que nous allons l'expliquer.

Seconde diſpoſition de la deſcente biaiſe, où le ceintre primitif eſt pris à la face de deſcente.

En termes de l'art :

Deſcente biaiſe par devant & droite par derriere, dont les naiſſances du ceintre de face ſont de niveau.

Dans la dipoſition précédente nous avons repréſenté la deſcente biaiſe comme un demi-cylindre droit, coupé obliquement par le plan de la face de deſcente; ici nous faiſons un cylindre ſcalene, qui a pour baſe la face de deſcente, lorſqu'elle eſt en plein ceintre, & pour arc droit une demie ellipſe
Fig. 90. rampante par ſes impoſtes. Soit [*fig.* 90.] le trapeze ABDE, le plan horiſontal de la voûte à la doële ou à l'extrados, & l'angle de rampe donné BAF. Pour ne pas embrouiller le deſſein de trop de lettres & de lignes, nous ſupprimerons ici l'épaiſſeur des piédroits & de la voûte en dedans. Par le point D du pié-

droit le plus court, on tirera une perpendiculaire DG au côté AB, qu'on prolongera jusqu'à la rampe AF, qu'elle coupera au point F, par lequel on tirera FM parallele à AB & égale à GB, & par le point M, on menera MR parallele à AF, qui rencontrera AE au point R, le trapeze AFMR représentera en profil le plan de rampe, qui est doublement incliné à l'horison, savoir, 1°. suivant la direction de ses côtés paralleles AF, RM. 2°. Suivant sa direction tranversale de E en A, qui est exprimée à son profil par la hauteur verticale AR.

D'où il suit que le plan de cette rampe n'est pas semblable au plan horisontal dans les têtes de la face de montée, comme il l'étoit dans toutes celles des traits précédens, que faisant la projection de la voûte sur ce plan, les lignes verticales lui deviendroient inclinées, & qu'enfin si on fait la projection sur un plan incliné, mais supposé perpendiculaire au vertical passant par l'axe du berceau, on ne pourra prendre des mesures de largeur horisontale sur cette projection comme aux autres traits des descentes, où nous avons considéré le plan de rampe comme horisontal; ainsi pour en faire cet usage nous prendrons le plan de rampe pour horisontal, & le plan vertical passant par l'axe pour incliné à l'horison; cela supposé: pour faire le plan de rampe dans toute son étendue, ayant tiré par le point F une perpendiculaire à RM indéfinie; du point M pour centre & d'une ouverture de compas égale à BD, on décrira un arc qui la coupera au point *d*, par lequel on menera *de* parallele & égale à FA, puis on tirera *e*R, le trapeze RM*de* sera la figure du plan de rampe dans toute son étendue. *Fig. 90.*

Présentement il faut tracer les avances du surplomb de la face de descente, & les reculemens de celle de montée. Ayant divisé FM en deux également en *c*, on y élevera la perpendiculaire *ch*, qu'on fera égale à la moitié de BD, puis avec les axes BD & FM, on décrira [par le problême 7 du deuxieme livre] la demie ellipse F*h*M. Ensuite, du point *c* pour centre & *ch* pour rayon, on décrira le quart de cercle *hm*, ou si l'on veut une demie ellipse telle qu'on la voudra pour ceintre de face, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, &c, par lesquels on menera des paralleles à MF qui couperont la demi-ellipse F*h*M aux points 1*f*, 2*f*, 3*f*, 4*f*, où seront les hauteurs des divisions de la face en voussoirs sur son profil, par lesquels on *Profil de face.*

menera des paralleles indéfinies à Fd, pour en avoir les projections sur le plan de rampe par le moyen de ce profil ; ensuite on décrira sur Md un demi-cercle MHd, ou une demi-ellipse telle qu'on a fait à la moitié du ceintre de face ci-dessus, puis l'ayant divisé en ses voussoirs, aussi comme ci-dessus m 1, m 2, aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera de chacun de ces points des perpendiculaires sur Md, lesquelles rencontrant les paralleles à Fd donneront les points 1^s, 2^s, 3^s, 4^s, où seront les avances du surplomb ; ainsi la demi-ellipse Msd représentera sur le plan de rampe la projection inclinée de son arête à la doële ou à l'extrados. Par les points trouvés 1^s, 2^s, 3^s, 4^s on menera des paralleles à la rampe RM, qui seront les projections des joints de lit sur le plan de rampe.

Reculemens en talud.

Fig. 90.

Il reste présentement à trouver les reculemens du talud de la face de montée, & le ceintre de cette face. Premierement pour le reculement, ayant mené par tous les points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f des paralleles à la rampe, qui couperont EA prolongée aux points 1^m, 4^m, 2^m, 3^m, on menera par ces points des paralleles à Fd, qui rencontreront les projections des joints correspondans aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, par lesquels on tracera la demi-ellipse RTe qui sera la projection de l'arête de la doële de la face de montée. Pour trouver les angles des têtes des panneaux de lit, il faut chercher les avances de l'extrados sur ceux de doële à la face de descente, & les reculemeus à la face de montée, comme il a été dit à la page 181.

Ceintre de montée.

Pour tracer le contour du ceintre de cette face de montée dans toute son étendue, sur BA prolongée, on prendra AK égale à AE, & l'on tirera KR, qu'on divisera en deux également en c^m, par où l'on élevera une perpendiculaire à AK, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées de l'arc mh, sçavoir P 1 ou $c\,1^a$ en c^{mn}, p 2 ou $c\,2^a$ en $c^m\,2^n$, & ch en c^mI, puis par ces points on menera des paralleles à RK pour trouver les hauteurs des divisions des voussoirs au ceintre de montée, qui sera une demi-ellipse rampante, qu'on pourra faire par le problême 8 du 2e. livre, par le moyen des diametres conjugués donnés KR, & deux fois ch, demi diametre vertical ; cette demie ellipse KIR coupera les lignes paralleles à KR, menées par 1^n 2^n aux points 1^z 4^z, 2^z 3^z.

On remarquera que je propose toujours de tracer les ceintres comme les demie ellipses, par le moyen des diametres conju-

gués, pour n'être pas obligé, comme les auteurs des anciens traits, de faire des ſouſdiviſions de vouſſoirs en deux parties égales, néceſſaires pour augmenter le nombre des points donnés, lorſque les vouſſoirs ſont ſi larges qu'il reſte un grand intervalle de courbe d'une diviſion de tête à l'autre, ce qui multiplie tellement le nombre des lignes d'une épure qu'il eſt difficile d'en éviter la confuſion.

On peut auſſi trouver ces mêmes points, & par conſéquent auſſi le contour du ceintre de montée, en menant par les points 1^m, 4^m, 2^m, 3^m, provenant des points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, des paralleles à AK, qui couperont les précédentes, paralleles à KR, aux mêmes points 1^z 2^z 3^z 4^z. Ou bien on menera par les points $p^1 p^2$ des retombées du ceintre primitif MHd des paralleles à RM, qui couperont Re aux points l^1, l^2, l^3, l^4, on portera enſuite les diſtances de ces points au point R, ſur le diametre rampant RK, comme Rl^1 en RL, Rl^2 en RL^2, &c, & par les points L^1, L^2, &c. on menera des paralleles à c^mI, qui couperont les ordonnées paſſant par 1^n, 2^n, aux points 1^z, 2^z, &c. qu'on cherche. Plan. 40. *Fig.* 90.

Il ne nous reſte plus préſentement qu'à former l'arc droit, qui eſt auſſi une demi-ellipſe rampante, mais moins exhauſſée que celle du ceintre de montée que nous venons de faire. On a déja ſur le plan de rampe un de ſes diametres qui paſſe par les impoſtes, lequel eſt $g^r d$, & l'on trouve l'autre qui paſſe par la clef en menant par le centre c du profil de la face, une ligne cX, parallele à la rampe RM, qui repréſentera l'axe du cylindre, & par un point C, pris à volonté ſur cet axe, on lui menera une perpendiculaire qui coupera ih au point O, la ligne C^{r}O ſera la moitié du diametre conjugué à celui qui doit paſſer par les impoſtes, dont il ſera facile de trouver les angles de conjugaiſon, comme il ſuit. Du point C^r pour centre & d'une ouverture de compas égale à la moitié de $g^r d$, on fera de part & d'autre des arcs qui couperont, l'un la ligne AF en d^r, l'autre RM en g^r, l'angle d C O ou ſon ſupplément OC$^r g^r$ ſera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les longueurs des diametres donnés on décrira une demi-ellipſe [ſuivant les problêmes 8 ou 9 du deuxieme livre] laquelle coupera les paralleles des projections verticales des joints de lit provenant des diviſions 1^f, 2^f, 3^f, 4^f aux points correſpondans 1^r, 2^r, 3^r, 4^r,

par lesquels du centre C^r on tirera les joints de tête $1^r 5$, $2^r 6$, &c.

On peut encore trouver le diametre de l'arc droit & son angle de conjugaison, d'une autre maniere, sans le secours du plan de rampe sur le plan horisontal. Ayant tiré par le point B, le plus avancé du biais, une ligne Br, parallele à celle de rampe RM, on lui menera par le point G une perpendiculaire Gq, qui la coupera en q; puis ayant porté la longueur Gq sur GB en GQ, on tirera la ligne QD, qui sera le diametre qu'on cherche, & l'angle GQD celui de la conjugaison du second diametre, qui passe par la clef de l'arc droit. Si l'on veut tracer cet arc par plusieurs points sans avoir recours aux problêmes cités, on peut en trouver plusieurs points, en menant par les divisions de la ligne ch 1^a, 2^a, des paralleles à la rampe RM, jusqu'à la ligne $C^r O$, qu'elles couperont en a & b, par où on menera des paralleles au diametre $g^r d^r$, qui rencontreront celles qui proviennent des divisions du profil de la face de descente $1f$, $2f$, $3f$, $4f$, aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, par où on tracera la courbe rampante de l'arc droit, & le trait sera achevé.

Présentement il est visible que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux, & tracer la pierre. Premierement, les longueurs de ceux de doële sont données en deux endroits, sçavoir, sur la projection verticale du profil, & sur le plan de rampe aux lignes $1^s 1^t$, $2^s 2^t$, &c. qui sont les joints de lit. Les avances de surplomb & les reculemens de talud se trouvent aux mêmes points 1^t, 2^t; 1^s, 2^s, comparés par la distance à une perpendiculaire $g^r d$ qui les traverse tous; enfin leurs intervalles de largeur sont donnés à l'ordinaire par les cordes de l'arc droit $g^r 1^r$, $1^r 2^r$, &c. par conséquent toutes les figures des doëles plates sont faciles à décrire. Les panneaux de lit se trouveront par les mêmes moyens en faisant une seconde épure d'avance de la face de montée, & de reculement de celle de descente, semblable à la premiere pour l'extrados, si l'on a commencé par la doële, comme il convient; ou pour la doële, si l'on avoit commencé par l'extrados, comme dans cette figure, ce qui a déja été répété dans les traits précédens. Enfin les biveaux de lit & de doële plate sont aussi donnés à l'ordinaire aux angles de l'arc droit $u 5 1^r$, $1^r 5 6$, &c. Ainsi on peut tracer la pierre par panneau.

A l'égard de la maniere de tracer la pierre par équarrisse-

ment, qui eſt très-aiſée par notre nouveau ſyſtême dans tous les traits précédens, elle ſe trouve un peu plus embarraſſée dans celui-ci à cauſe que la double obliquité du plan de rampe ne nous permet pas de le conſidérer comme un plan horiſontal, parce qu'il eſt incliné ſuivant ſa largeur, outre ſon inclinaiſon en longueur. Il faudroit pour l'équarriſſement que les àplombs fuſſent perpendiculaires aux diametres ſuppoſés perpendiculaires à ſes côtés, & ils ne le ſont pas. Ainſi il faudroit faire un projection horiſontal exprès, ce qui rendroit le trait trop composé. Cependant on pourroit le faire en poſant les retombées du ceintre primitif MH*d* ſur des lignes paralleles au diametre de face M*d*, qui eſt horiſontal, leſquelles ſont par conſéquent de niveau en œuvre, mais non pas ſur d'autres diametres qui ſont inclinés; ce qui n'eſt pas de difficile exécution, parce qu'il ne s'agit que de faire couler la fauſſe équerre ouverte de l'angle *ed*M au long du côté *ed* du plan de rampe, & meſurer les retombées ſuivant le bras parallele à *d*M.

Explication démonſtrative.

Nous avons démontré au deuxieme livre, que les projections des cercles quelconques verticales, horiſontales, ou inclinées étoient des ellipſes, & que celles des ellipſes étoient d'autres ellipſes plus ou moins allongées ou reſſerrées, & quelquefois des cercles. Or toutes les baſes ou ſections des berceaux en deſcente qui ſe font ici en trois endroits, ſçavoir, 1°. à la face de deſcente, 2°. à celle de montée, 3°. à l'arc droit, ſont des cercles ou des ellipſes; donc les projections des faces inclinées au plan de rampe ſont des demi-ellipſes, qui ont été bien décrites par les axes ou diametres donnés, ou par des points trouvés par le moyen des diviſions proportionnelles des axes & des dia metres de la courbe projettée & de celle de ſa projection, ce qui eſt viſible, parce toutes ces diviſions ont été faites par des lignes paralleles entre elles, ſuivant les loix de la projection énoncées au deuxieme livre, page 246.

Quant aux diverſités des différentes diſpoſitions du ceintre primitif pris à des naiſſances de niveau à l'arc droit, ou à celui de montée, comme à la figure 89, ou à la face de deſcente, comme à la figure 90; nous en avons déja donné l'explication par celle des figures 87 & 88 : il reſte ſeulement à rendre raiſon de la pratique qui a été donnée pour trouver le diametre ram-

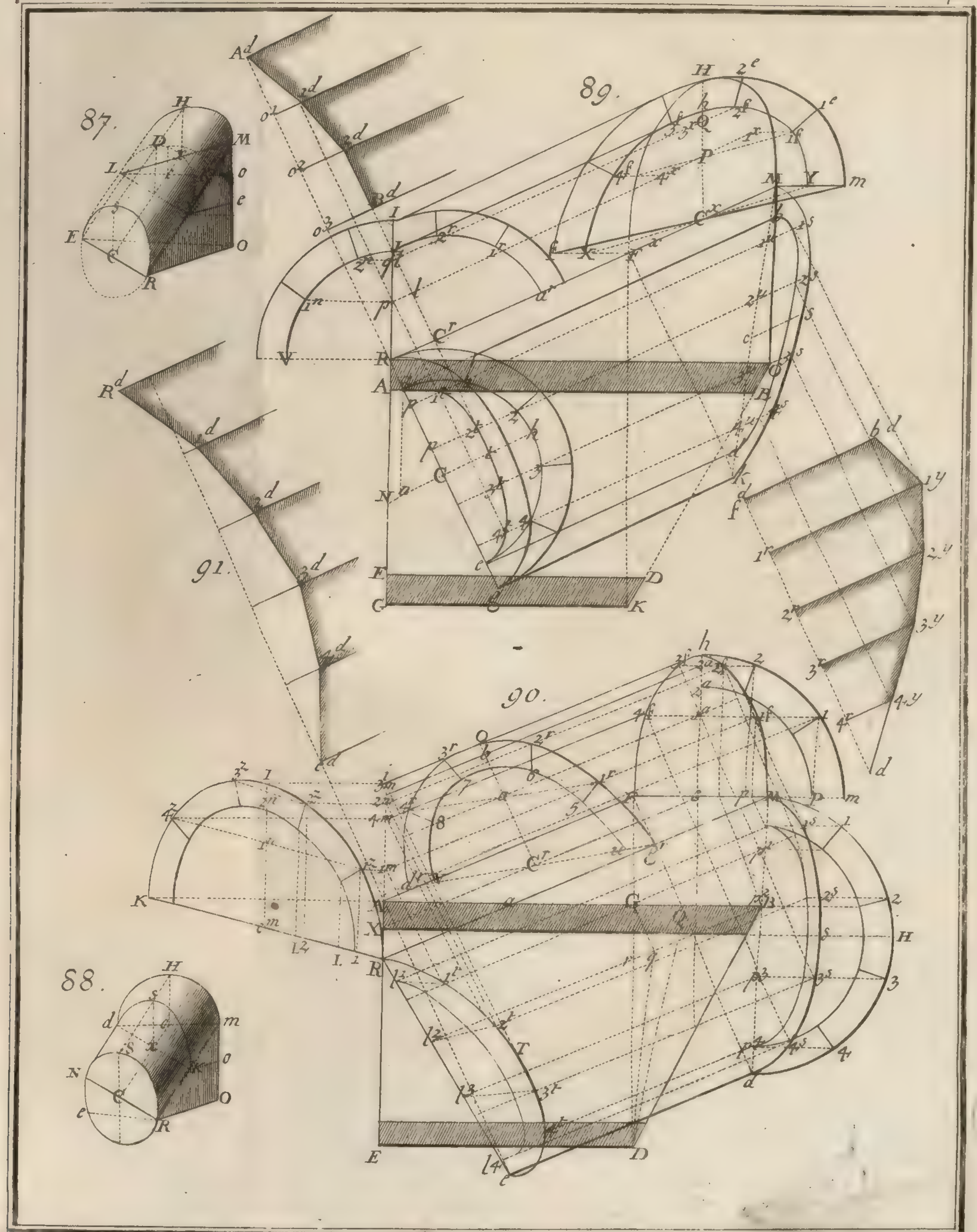
pant des impostes de l'arc droit, & son angle avec le demi-diametre conjugué passant par le milieu de la clef.

Fig. 90. Il faut se représenter [*fig.* 90.] la ligne B*r*, comme abaissée, & transportée avec la même ouverture d'angle GB*r* égal à celui de rampe [par la construction qui fait B*r* parallele à RM] dans un plan vertical sur AB, alors la ligne G*r*, qui étoit couchée sur l'horisontal, deviendra verticale, & dans ce même plan elle n'y sera plus représentée que par un seul point G; or, comme l'arc droit doit être dans un plan perpendiculaire à la direction de la rampe *r*B, qui est parallele à l'axe du berceau, sa section avec le premier vertical par AB sera dans une perpendiculaire G*q*, qui coupe la rampe en *q* plus haut que le point *r*; ainsi le triangle G*q*D représente en raccourci la partie du plan de l'arc droit qui est au dessous du plan horisontal, passant par une imposte D, & par un point G vis-à-vis, qui est au dessus de l'imposte de la longueur G*q*; mais comme ce triangle qui doit être rectangle est raccourci par son côté *q*D, on a transporté G*q* en GQ, pour avoir l'angle droit DGQ que fait le plan de l'arc droit dans son intersection avec le vertical passant par AB, & l'intersection QD du plan de l'arc droit avec le plan de rampe, laquelle intersection est le diametre de l'arc droit, puisque le plan de rampe coupe le cylindre par l'axe; par conséquent par le centre de l'arc droit; donc ce diametre est bien trouvé.

Il est aussi visible que le plan vertical passant par la clef & par l'axe est parallele au vertical passant par AB ou B*r*, côté du cylindre; par conséquent l'angle DQA est celui de la conjugaison des diametres de l'arc droit; *ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

La comparaison des hauteurs des naissances des voûtes se fait naturellement du premier coup d'œil aux parties opposées perpendiculairement, qui sont vis-à-vis les unes des autres dans les piédroits, & cette comparaison est d'autant plus facile, que les piédroits sont longs & inégaux, c'est-à-dire, lorsque la voûte est plus longue & plus biaise; ainsi cette derniere disposition où les impostes de la face de descente sont de niveau, entraîne infailliblement une difformité dans l'intérieur, de sorte qu'elle ne convient qu'à celles où l'on doit avoir plus d'égard à la


87.
88.
89.
90.
91.

la décoration de l'entrée qu'à la régularité intérieure, comme aux descentes de caves.

La figure 91 montre le développement de la doële à la face de montée RK, qui est rampante; celui de la face de descente étant moins irrégulier, on ne l'a pas mis, faute de place, d'autant plus que la construction en est la même qu'à la figure 89.

Second cas des descentes biaises, lorsque les faces sont en talud.

La différence que la nouvelle obliquité du talud des faces cause entre cette voûte & la descente simplement biaise, consiste 1°. en ce que la projection de la face de montée sur le plan de rampe augmente le reculement en talud, & que celle de la face de descente diminue l'avance du surplomb. 2°. En ce que la projection verticale raccourcissant au profil le talud de la face, il faut une préparation pour en trouver les mesures. Au reste, le trait est susceptible des mêmes effets que produit le changement du ceintre primitif.

Premiere disposition où l'on prend l'arc droit pour ceintre primitif.

En termes de l'art;

Descente biaise en talud, rampante par devant, & droite & en talud par derriere.

Soit [*fig.* 92.] le trapeze ABED, le plan horisontal de la descente, AM l'inclinaison de la rampe, & BM sa plus grande hauteur. On formera, comme au trait de la descente biaise, page 189, le plan de la rampe AM*de*, le ceintre primitif AH*e* avec les projections des divisions des voussoirs 1, 2, 3, 4 en $p^1 q^1 . p^2 q^2$ prolongées, & l'arc droit C*r*T*dr* avec les projections verticales de ses divisions, comme à la figure 89, qui couperont le profil de la face de montée AT aux points $m^1 m^2$T, par le moyen desquels on tracera la projection en talud A*he*, comme à toutes les montées précédentes. Fig. 92.

Jusqu'ici la construction a été la même qu'à la figure 89, à cela près qu'on a pris l'inclinée AT au lieu de la verticale A*u* du profil de la face de montée. Présentement il faut faire le profil de la face de descente, & chercher la valeur de son demi-dia-

metre en talud *h*K, ce qui n'est pas si aisé, il y faut une préparation.

Fig. ✠. On fera dans une figure ✠ à part, l'angle aigu du biais horisontal *abd*, & par un point P, pris à volonté, une perpendiculaire PL au côté *bd*, sur laquelle on fera au point P l'angle du talud donné LPV; on tirera ensuite P*n* parallele à *ba*, & par le point L une perpendiculaire *h*L à la même *ab* qui coupera P*n* au point *n*. On fera *nh* égale à LV, & l'on tirera *h*P; enfin on fera au point *n* sur P*n* l'angle P*nm*, dont le côté *nm* coupera P*h* au point K. On divisera ensuite FM en deux également en K, & l'on portera la longueur K*n* de la préparation de K en X, par où on fera X*h* perpendiculaire à AB, laquelle coupera T*h* au point *h*, que l'on cherche, la ligne *h*K sera le profil du diametre de la descente, qui est encore raccourci par la projection, c'est pourquoi il en faut encore chercher la valeur par la préparation. Menant K*o* parallele à *np*, & ayant porté *no* en L*g*, on tirera *gk* parallele à LP, qui coupera VP en K, la longueur VK sera le diametre du ceintre de face conjugué au diametre M*d*; il ne s'agit plus que de trouver les angles de leur conjugaison pour décrire la demi-ellipse de face de descente en talud. Par le point *h* du profil on tirera une perpendiculaire à la rampe AM, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de C*s* en *s*, par où on tirera la ligne Q*s*H^2 perpendiculaire à M*d*; puis du point *c*, milieu de M*d* pour centre, & pour rayon *ky*, on fera un arc qui coupera QH^2 au point H^2; l'angle *dc*H^2 sera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les diametres donnés on décrira [par le problême 8 du deuxieme livre] la demi-ellipse MH^2*d*, qui sera le ceintre de face de descente en talud.

(Fig. 92 & ✠.)

Fig. 92. Pour avoir au contour de ce ceintre les divisions des voussoirs, provenant de celles du ceintre primitif de l'arc droit, il faut tirer par les points q^1 & q^2 des paralleles à *c* H^2, qui couperont l'arc de face aux points 1e, 2e, 3e, 4e qu'on cherche; ou bien tracer une demi-ellipse M*sd* avec les diametres conjugués M*d*, & deux fois *cs*, faisant entre eux l'angle *dcs*. Cependant comme les demi-ellipses très-resserrées sont sujettes à des imperfections dans l'exécution, il convient mieux de chercher chaque avance par le profil. En effet, si l'angle du talud est égal en profil à celui de la rampe, cette demi-ellipse devient

infiniment étroite, enforte qu'elle fe confond avec le diametre M*d*.

D'où il fuit que fi ce même angle eft plus ouvert, au lieu des avances en furplomb, la demi-ellipfe de projection fur la rampe paffera en dedans du diametre M*d*, & fe changera ainfi en projection de talud. Par tous les points *q*, où les projections des joints de lit coupent le diametre de face de defcente M*d*, on menera des perpendiculaires à la rampe AM, qui la couperont aux points X*xx*, par lefquels on menera des paralleles à K*h*, qui couperont les profils des joints de lit provenant des points de l'arc droit 1*r* 2*r* aux points f^1, f^2, f^3, f^4 qu'on cherche, par lefquels tirant des perpendiculaires à la rampe, jufqu'aux projections des joints correfpondans, on aura les points s^1, s^2, s^3, s^4, par lefquels on tracera la demi-ellipfe de furplomb M*sd*.

Si l'on n'avoit pas les divifions du ceintre de face de defcente, qui ont été trouvées par le moyen des ordonnées, comme nous venons de le dire, on pourroit les trouver en tirant par tous les points d'avance s^1, s^2, s^3, s^4 des perpendiculaires au diametre M*d*, qui donneront les mêmes points 1*e*, 2*e*, 3*e*, 4*e*; enfin tirant du centre *c* les joints de tête par tous ces points, on aura les panneaux de face de defcente. Les panneaux de lit & de doële fe formeront, comme à toutes les autres defcentes, par le moyen des longueurs des projections des joints de lit & de tête. Les biveaux de lit & de doële fe prendront auffi à l'arc droit. L'élévation de la face de montée Nt^nA fe fera par le moyen des divifions de la ligne de profil de talud AT, en faifant $C^n t^n = AT$, $m1^n = Am^1$, $m2^n = Am$, &c.

Explication démonftrative.

Il y a deux chofes à trouver dans le trait de cette efpece de voûte de plus qu'aux defcentes fimplement biaifes, comme étoient les précédentes.

Premierement, l'inclinaifon de la face en talud, que le profil ne donne pas exactement, parce qu'il la donne fuivant la direction de la voûte; elle doit être mefurée, comme nous l'avons dit au troifieme livre, page 430, perpendiculairement à la commune interfection de la face & du plan vertical paffant par le diametre rampant M*d*, ce qui rend le talud L*k*V plus aigu que celui de l'angle *g*K*h* du profil, parce que la hau- Fig. 92.

teur zh étant commune, ſes angles ſont entre eux comme nk eſt à Lk [par la conſtruction] c'eſt-à-dire, comme la baſe nk du talud ſuivant la direction de la voûte eſt à la baſe Lk du même talud pris ſur une ligne horiſontale, perpendiculairement au diametre BD dans ſa projection. Il eſt auſſi clair, que le triangle Lnk ayant ſes trois côtés perpendiculaires aux trois côtés du triangle du biais NBD, il lui eſt ſemblable; par conſéquent que pour avoir la poſition de la baſe Lk, ſi on fait l'angle du talud hors de la poſition où on l'a mis, il n'y a qu'à ajouter à l'angle droit VLk l'angle NDB, ou tout d'un coup faire cet angle égal à EDB.

Fig. 92.

Il reſte à démontrer que l'angle des diametres conjugués de l'arc de face de deſcente rampante a auſſi été bien trouvé. Il eſt clair par la conſtruction & par les regles de la projection inclinée, que le point s repréſente le point h du profil, parce que hs a été faite perpendiculaire à Cs, milieu du plan de rampe. Il eſt auſſi viſible, par la même regle de projection, que le point Q ſur le diametre Md repréſente les points s & H, & que ſa repréſentation peut être dans tous les points de la ligne QH^2, comme au point s, par où elle paſſe. Mais un diametre quelconque doit paſſer par le centre de la ſection qui eſt en c; donc il doit paſſer en cH^2; par conſéquent l'angle dcH^2 ou ſon ſupplément McH^2 eſt celui de la conjugaiſon du demi-diametre cH^2 à l'égard du diametre Md, *ce qu'il falloit trouver* en ſecond lieu.

Remarque ſur le trait des deſcentes biaiſes, de face rampante.

Il y a une obſervation à faire dans ce trait, qui a échappée au Pere Deran; je ne parle pas de M. de la Rue, parce qu'il l'a paſſé ſous ſilence, c'eſt que l'angle du biais ABD ou EDB ne doit pas être pris ſur le plan horiſontal ſans une correction qui mérite attention. On menera par le point F de l'impoſte inférieure du profil, une ligne FO parallele à AB, & par le point M une ligne MO parallele à hk, qui rencontrera FO au point O; la ligne iO, qui excede l'à-plomb du point M, ſera la longueur qu'il faut ajouter au dehors du piédroit AB ſur ſon allignement, en la portant de B en b, l'angle AbD ſera celui du biais réformé au niveau de l'impoſte inférieure. Si la baſe AB ne peut être allongée, il faudra porter cette longueur iO en dedans, pour diminuer l'obliquité du biais de la quantité né-

ceſſaire pour racheter par le talud la hauteur de l'impoſte ſupérieure M de l'arc rampant. La raiſon en eſt ſenſible, ſi l'on fait attention que le talud doit reculer le point M en dedans du point B, ſur lequel il étoit à-plomb; or comme le ſeuil de la baye de la deſcente doit être de niveau entre les piédroits de la voûte, il ſuit néceſſairement qu'un des piédroits ſoit plus haut que l'autre de la hauteur *i*M à-plomb, de la diſtance MO meſurée en talud, par conſéquent qu'il ſera plus avancé en O que en M, puiſque le talud touche le piédroit en dedans.

Seconde diſpoſition de la deſcente biaiſe en talud, où le ceintre primitif eſt pris à l'arc de face ſur un diametre horiſontal.

En termes de l'art :

Deſcente biaiſe & en talud, dont l'arc de face eſt de niveau par ſes impoſtes.

Ce trait eſt ſi ſemblable à celui de la ſeconde diſpoſition de la deſcente biaiſe ſans talud, qu'on peut dire qu'il ne s'agit que d'un peu plus ou moins d'avance de ſurplomb & de reculement de talud ſur le plan de rampe, parce que le talud de la face de deſcente diminue l'avance du ſurplomb, & le talud de la face de montée augmente le reculement que produiſoit déja la face de montée ſur le plan avant que d'être en talud. Il faut remarquer que ſi le talud de la face de deſcente, pris en profil ſur AC*f*, faiſoit un angle droit avec la direction de la rampe RM ou AC*f*, ce qui peut arriver, quoique le plan de face de deſcente ſoit biais à cette direction, l'avance conſidérée comme ſurplomb ſur le plan de rampe s'évanouiroit, & la projection de la face de deſcente ſur ce plan ſe confondroit alors avec la ligne droite M*d*; il n'y a donc rien dans ce trait de plus qu'à celui dont nous parlons, que l'inclinaiſon des faces en talud, dont il faut trouver la projection ſur le plan de rampe, comme on a fait au précédent, dont celui-ci eſt l'inverſe. Fig. 93.

Sur le milieu *k* de la projection horiſontale de la face BD, ayant fait la perpendiculaire *k*L, on fera l'angle L*k*V égal à celui du talud donné, puis on portera ſur *k*V la longueur du demi-diametre CH du ceintre primitif MH*d*, qui donnera le point V, par lequel on menera VL perpendiculaire à L*k*, qui

Fig. 93. donnera le point L, par lequel on tirera L*h* perpendiculaire à AB prolongée indéfiniment, ensorte qu'elle rencontre la ligne MF au point X. On portera au dessus de ce point sur la même ligne prolongée la hauteur LV en X*h*. On tirera ensuite par *k* la ligne *k*C*f*, qui coupera la projection verticale du diametre horisontal du ceintre primitif en C*f*, par où & par le point *h* on tirera C*fh*, qui sera le profil du demi-diametre CH. Par le point *h* on tirera *h*T parallele à la rampe, jusqu'à ce qu'elle rencontre le profil AT du talud de la face de montée, le trapeze AT*h*C*f* représentera le plan de la section de la descente àplomb par la clef, sur lequel on trouvera toutes les hauteurs des joints de lit, comme il suit.

On tirera par les points *pp* des paralleles à *d*F, qui couperont FM, en des points *f* & *f*, par lesquels on menera des paralleles à C*fh*. Ensuite, ayant porté les hauteurs des retombées *p*1, *p*2 en *ku*,*k*V, on menera par les points *u* & V des paralleles qui couperont L*k* aux points *x* & *x*, par lesquels on menera des paralleles à L*h*, qui couperont C*fh* aux points O & *o*. Enfin, tirant par ces points des paralleles à *cfh*, elles donneront en profil les points de division de l'arc de face 1*f*, 2*f*, 3*f*, 4*f*, qui déterminent les avances de ces points sur le plan de rampe, ensuite si par ces mêmes points on mene des paralleles à *h*T, elles couperont le talud de montée AT aux points 1^m, 4^m, 2^m, 3^m, qui détermineront les reculemens des divisions de la face de montée à l'égard du plan de rampe. On rangera ces avances & reculemens sur ce plan de rampe RM*de* dans leur place, pour éviter la confusion des projections des joints de lit dans le profil, en menant des paralleles à F*d* par tous les points 1*f*, 2*f*, 3*f*, 4*f*, jusqu'à la rencontre des perpendiculaires *p*1, *p*2, au diametre du ceintre primitif MH*d*, qu'elles rencontreront aux points s^1, s^2, s^3, s^4, par lesquels on tracera la demi-ellipse M5*d*. Par ces derniers points s^1, s^2, s^3, s^4, on menera des paralleles à la rampe RM, qui rencontreront les perpendiculaires à cette rampe, provenant des points $1^m 4^m$, &c. aux points 1^t 2^t, &c, qui donneront le contour de la demi-ellipse R$T^m e$, qui détermine le reculement du talud de la montée.

L'arc droit de ce trait se formera précisément de la même maniere qu'il a été dit à la page 197 pour les descentes biaises sans talud de la seconde disposition. L'arc de face de montée

ſe fera auſſi de même, avec cette ſeule différence, que les lignes de niveau tirées du profil R*t* de cette face, prendront leur origine ſur des points *t*, 3, 2, 4, 1, trouvés ſur R*t* par des arcs de cercle faits du point R pour centre, & pour rayons les longueurs RT, $R3^m$, $R2^m$, &c. Nous n'ajoutons rien ici touchant les biveaux, le développement, la formation des panneaux, & l'application du trait ſur la pierre, parce que la maniere eſt la même que pour pour toutes les autres deſcentes. Cette grande conformité nous diſpenſe auſſi d'une ample explication, il ſuffira de rendre raiſon de ce qu'il y a de particulier touchant le talud.

Explication démonſtrative.

Dans la diſpoſition précédente nous avions pluſieurs choſes à trouver pour la formation de l'arc de face de deſcente, ſçavoir le demi-diametre conjugué à celui qui paſſe par les impoſtes, & l'angle qu'il fait avec le même & l'inclinaiſon du talud. Ici où l'arc de face de deſcente eſt donné, on n'a beſoin de chercher que le plus ou le moins d'avance que ſon contour donne, au-delà ou en deçà de ſon diametre de niveau dans ſa projection inclinée ſur le plan de rampe; & parce que l'inclinaiſon du talud ſe meſure toujours par une perpendiculaire au diametre de niveau de la face de deſcente, on a fait un profil du talud perpendiculairement à ce diametre, comme à la diſpoſition précédente, pour trouver par ſon moyen les hauteurs des diviſions des vouſſoirs, qui étoient données dans la diſpoſition précédente par l'arc droit ſuppoſé ceintre primitif, de ſorte que ce trait eſt l'inverſe du précédent.

Nous n'avons ſuppoſé dans tous les traits des deſcentes qu'une face biaiſe, qui eſt celle de la deſcente, parce que ſi la face de montée étoit auſſi biaiſe, on retomberoit dans le même trait, ou il n'y auroit qu'un peu plus ou un peu moins d'obliquité dans un ſens contraire; de ſorte que ſi les biais étoient égaux, les panneaux de l'une des faces ſerviroient pour l'autre, en ne faiſant ſeulement que les renverſer, pour avoir en talud à la montée ce que la deſcente donne en ſurplomb à l'égard de l'axe du berceau.

REMARQUE.

C'eſt particulierement dans les traits des deſcentes biaiſes &

en talud qu'on trouve occasion de faire usage des problêmes du second livre, pour la description des ellipses par le moyen de leurs diametres conjugués, puisque trois sections du même berceau, sçavoir, l'arc droit, l'arc de face de descente, & celui de montée, outre leurs descriptions dans toute leur étendue, doivent encore être représentés par des projections horisontales, verticales & inclinées, ce qui peut produire neuf demi-ellipses différentes, & au moins nécessairement cinq, y compris un demi-cercle, s'il s'en trouve un.

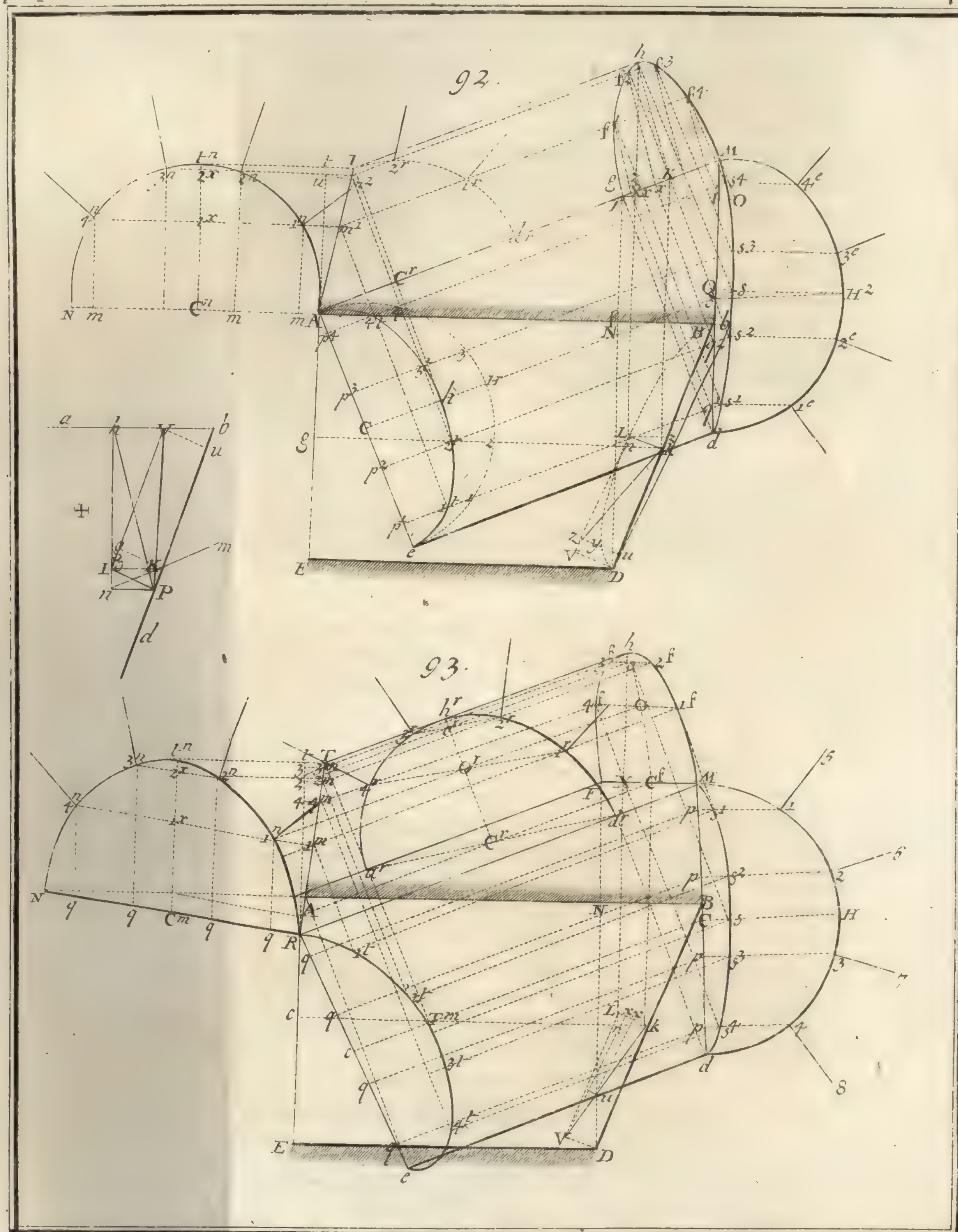
On peut s'épargner presque toutes ces descriptions, par la méthode de Desargues, dont nous allons parler ; mais, selon moi, on ne sçauroit représenter de trop de façons les ceintres des berceaux, parce que rien n'éclaire plus l'esprit dans l'appareil, & ne le conduit plus sûrement.

MÉTHODE GÉNÉRALE

Pour toutes sortes de berceaux droits & obliques, tirée de Desargues.

ABRAHAM Bosse, habile graveur, plus curieux des pratiques tirées de la géométrie, que de s'instruire de la connoissance de leurs principes, comme il semble en convenir lui-même *, a donné au Public en 1643, un livre sur la coupe des pierres, intitulé, *Pratique du trait à preuves de M. Desargues*, qu'il a écrit d'un style si diffus, avec des nouveaux termes, dont quelques-uns sont si impropres, que les artistes, & même quelques auteurs, l'ont regardé comme un galimatias inintelligible; c'est ainsi qu'en parle M. de la Rue, dans sa préface: *il semble*, dit-il, *que Desargues, dont le graveur Bosse a mis les ouvrages au jour, ait eu envie de dérober aux autres la science de la coupe des pierres, par les principes même qu'il en donne, tant il a affecté de nouveauté dans ses termes, & de singularité dans ses traits*; à quoi il ajoute que *Jacques Curabelle a relevé exactement toutes ses fautes.* Je n'ai pas vu cette critique, & par conséquent je ne puis juger de son exactitude; j'avancerai cependant, sans la craindre, que la méthode de Desargues n'est du tout point à rejetter. Je conviens qu'il y a des difficultés, mais comme elles ne viennent que d'une faute d'explication

* *Voyez son avant-propos, pag. 5.*


92.
93.

d'explication du principe ſur lequel elle eſt fondée, & un peu auſſi de la nouveauté des termes, je vais ſuppléer à ce qui manque au livre de Boſſe, qui ne pouvoit expliquer ce qu'il n'entendoit pas lui-même, puiſque ſon maître ne lui diſoit pas tout *; & qu'il s'en repoſoit ſur lui pour la juſteſſe, comme il le dit dans ſon avant-propos.

* *Ibid. pag. 55.*
* *Ibid. pag. 5.*
* *Je les ai reçues pour être précises & je vous les donne pour telles.*

Explication & ſommaire.

De la méthode de Deſargues.

Il eſt conſtant, comme je l'ai fait voir dans tout ce chapitre, que les différences des voûtes en berceau ne ſont que des changemens de poſition ou de ſection d'un corps cylindrique, qui n'alterent en rien la nature du cylindre, ni celle de ſes ſections. Deſargues ayant ſenti cette vérité, a réduit tous les traits de la formation des berceaux, droits, biais, en talud, & en deſcente, à un ſeul problême, qui eſt de chercher l'angle que fait l'axe du cylindre avec un diametre de ſa baſe, lequel eſt dans la ſection d'un plan paſſant par l'axe, perpendiculairement à celui de la baſe, c'eſt-à-dire, *à chercher l'angle de la plus grande obliquité de l'eſſieu du berceau avec le plan de la face*, dans laquelle eſt une ligne qu'il appelle *ſous-eſſieu*, nom qui entraîne une fauſſe idée de la choſe, qu'il auroit été plus expreſſif d'appeller *le diametre de la plus grande obliquité.* Je ne ſçais pas s'il y a voulu mettre du myſtere, ou s'il a tiré ce nom de la conformité d'un pareil, comme celui de *ſoutangente* ; il en donne d'autres auſſi impropres aux perpendiculaires à ces deux lignes ; celle qui l'eſt à l'eſſieu y eſt appellée *traverſeſſieu*, & celle qui l'eſt à la ſous-eſſieu *contreſſieu.* Cette premiere devoit être appellée *le diametre de l'arc droit*, & l'autre *le diametre perpendiculaire à l'axe oblique.*

Tout le ſecret du trait de Deſargues conſiſte donc 1°. à trouver l'angle que fait l'axe ou eſſieu du berceau avec le diametre de ſa face, qui lui eſt plus incliné que tous les autres qu'on peut tirer dans cette face, ou pour parler ſon langage, l'angle de *l'eſſieu* & de la *ſous-eſſieu*, pour avoir la plus grande obliquité du berceau ſur ſa face. 2°. A faire la projection des diviſions de l'arc de face, diviſé en vouſſoirs ſur le *diametre de plus grande obliquité* [ſous-eſſieu] en quelque ſituation qu'il ſoit, de niveau, à-plomb, ou en pente, par des perpendiculaires à ce dia-

metre, qu'elles diviſeront en parties plus reſſerrées. 3°. A mener par chacune des diviſions de ce diametre d'autres lignes perpendiculaires à l'eſſieu, pour avoir les hauteurs des retombées de l'arc droit ſur l'eſſieu, & la projection de cet arc ſur un de ſes axes, & par ce moyen parvenir à ſa formation. 4°. A porter dans les intervalles de ces dernieres lignes perpendiculaires à l'axe, les longueurs des joints de tête ou des cordes des doëles priſes ſur l'arc de face, depuis la ligne correſpondante ou iſſue d'un joint, à celle qui correſpond à celle d'enſuite, pour avoir l'angle du joint de lit avec la tête de la doële plate. 5°. Enfin à porter les joints de l'arc de face entre les lignes provenant des joints de doële & d'extrados, pour avoir les angles que font les joints de lit de la doële avec les joints de tête de l'arc de face.

Voilà en deux mots tout le myſtere de cette méthode éclairci, & les principes de ſa pratique révelés & débrouillés, comme on le verra plus clairement dans les exemples ci-après.

I.

Du berceau droit.

La méthode de Deſargues ne conſiſtant qu'à chercher l'angle de la plus grande obliquité d'un berceau, elle n'a rien de particulier ſur la maniere ordinaire lorſque le berceau eſt droit, parce que tous les diametres de la face peuvent être pris en particulier pour ſous-eſſieu, & toutes les perpendiculaires à chacun de ces diametres pour eſſieu; & comme la ligne qu'il appelle *traverſeſſieu*, qui eſt le diametre de l'arc droit, lui eſt perpendiculaire, il ſuit que la *traverſeſſieu* ſe confond alors avec l'eſſieu, & la ligne qu'il appelle *contreſſieu*, qui ne ſert pas de grand choſe dans ſa méthode, étant perpendiculaire à la ſous-eſſieu, ſe confond au profil avec l'eſſieu.

Il faut remarquer que hors le cas du berceau droit, jamais la *traverſeſſieu* ne ſe confond avec l'eſſieu dans les obliques, n'étant pas dans le plan de la face, c'eſt-à-dire, de la baſe du cylindre, non plus qu'en certaines circonſtances l'eſſieu & la *contreſſieu*. *La démonſtration* de ce que j'avance eſt claire par la quatrieme du onzieme livre d'Euclide, qui dit que, ſi une ligne eſt perpendiculaire à deux autres qui ſe croiſent, elle l'eſt à toutes celles qui ſont dans le même plan & ſe croiſent au même point. Or le berceau étant droit, ſon axe eſt perpendiculaire à la ligne de niveau & à l'à-plomb de la face; donc il eſt perpendiculaire à tous ſes diametres; par conſéquent ils peuvent tous

repréſenter la ſouſeſſieu à l'égard d'une ligne qui, leur étant perpendiculaire, paſſe par le centre, ou pour mieux dire, dans ce cas il n'y a point de *ſouſeſſieu.*

COROLLAIRE

D'où il ſuit qu'il n'importe que cette face ſoit circulaire ou elliptique, parce que le plus ou moins de longueur des côtés d'un angle ne fait rien à ſon ouverture; ainſi l'angle que l'eſſieu fait avec un diametre ne ſera en rien altéré, s'il ſurvient de l'inégalité de longueur à ce diametre, comme aux faces elliptiques où ils ſont inégaux, ce qu'il eſt à propos de remarquer pour ſentir que dans les cas d'obliquité des berceaux ſur leurs faces, il n'eſt pas néceſſaire de faire attention à la courbe de leurs arcs de face.

II.

Des berceaux dont la direction horiſontale eſt droite, c'eſt-à-dire, perpendiculaire au diametre des impoſtes de la face, ou à ſa projection horiſontale, mais dont le plan de face eſt oblique à ſon axe.

1°. *En talud.* 2°. *En ſurplomb.*
3°. *En deſcente.* 4°. *En montée.*
5°. *En deſcente droite & en talud, ou en ſurplomb,*
6°. *En montée droite & en talud, ou en ſurplomb.*

Lorſque l'axe ou eſſieu du berceau eſt perpendiculaire au diametre horiſontal de la face, quoiqu'il ſoit incliné au demi-diametre du milieu qui paſſe par la clef, la méthode de Deſargues, à bien la conſiderer, n'eſt preſque pas différente de celles des autres auteurs de la coupe des pierres, parce qu'alors la plus grande obliquité eſt dans l'angle que ce demi-diametre fait avec l'axe du berceau, lequel ſe trouve par le profil, qu'on a coutume de faire ſuivant leurs manieres, mais qu'on ne place pas au même endroit: ainſi dans tous ces cas où la ligne du milieu CH repréſente, ou peut repréſenter la projection verticale du plan vertical paſſant par l'axe, elle ſera priſe pour la *ſouſeſſieu*, & la projection de l'eſſieu à ſon égard ſera trouvée par le profil. *Fig. 94.*

Soit [*fig.* 94.] l'arc AHB la face d'un berceau de niveau, laquelle doit être en talud. 1°. Ayant prolongé la ligne du mi-

lieu HC vers K, on fera le profil de ce talud au dessous du diametre des impostes AB, comme en KCT, ou seulement le complément du talud, qui est son inclinaison avec un plan vertical, représenté ici par AB, sçavoir l'angle ACT, la ligne TCS représentera la position de l'axe à l'égard du diametre HK, qui est la *sousessieu.* Il est visible qu'on auroit trouvé la même position en prenant le profil au-dessus de AB; mais on ne considere ici que le demi-diametre CT, qui est sous AC: on en dira la raison ci-après. 2°. Si, à pente égale, la face étoit en surplomb, au lieu de cet angle il faudroit prendre son supplément à deux droits TCH ou KCS. 3°. Si le berceau étoit en descente droite, au lieu de faire l'angle de son profil au dessous du diametre horisontal AB, on le feroit au dessus, comme en SCB. 4°. Si au lieu de la descente on considéroit la même inclinaison comme une montée, on feroit son profil au dessous comme en ACM. 5°. Supposant toujours l'essieu perpendiculaire au diametre AB, mais incliné à l'horison en descente, & que de plus qu'au cas précédent, il fût incliné en talud; ayant fait les angles du talud & de descente de suite, & comme on vient de le dire, l'un dessus, l'autre dessous l'horisontale AB, on prendra sur le côté du talud CT, un point T à volonté, par lequel on lui menera la perpendiculaire TM, la ligne MC représentera l'axe, & l'angle MCH celui de l'essieu avec la sousessieu HK, c'est-à-dire, celui de la plus grande obliquité. 6°. Si dans les mêmes circonstances on considere la pente de l'essieu comme une montée à l'égard de la face, on fera l'angle de la descente en ACG, & du point T tirant sur le talud CT la perpendiculaire TG, la ligne GC représentera la position de l'axe ou essieu, à l'égard de la sousessieu HK, qui ne change point, & l'angle GCK sera celui de la plus grande inclinaison de l'axe du cylindre sur sa base.

Fig. 96.

Nous pourrions encore ajouter ici les cas des *surplombs* à ces deux derniers, où nous avons supposé des taluds, ce qui en feroit huit différens, dans les berceaux de direction perpendiculaire au diametre horisontal de la face. En effet il y a huit combinaisons d'obliquités; sçavoir, deux inclinaisons opposées de la face à l'égard d'un axe horisontal, l'une en talud & l'autre en surplomb, deux de l'axe à l'égard d'une face verticale, de montée & descente, deux de face en talud à l'égard d'un axe incliné, & deux de face en surplomb à l'égard d'un axe de pareille situa-

tion, ce qui fait huit cas où la ſouſeſſieu eſt toujours dans le milieu de la face en HK, & dont l'angle avec l'eſſieu ſe trouve par le profil ordinaire.

Explication démonſtrative.

1°. Pour le berceau droit en talud, ſi l'on ſuppoſe la ligne KC du profil KCT, dans le plan horiſontal, & que l'on faſſe mouvoir cet angle autour de ſon côté KC, juſqu'à ce qu'il ſoit dans une ſituation à-plomb, il eſt évident, par la conſtruction, que le côté TC repréſentera exactement l'inclinaiſon de la face, comme on peut ſe le repréſenter en faiſant mouvoir le demi-cercle AHB autour de ſon diametre horiſontal AB, juſqu'à ce qu'il ſoit couché ſur la ligne TC, qui, dans cette ſuppoſition, eſt en l'air. Or, parce que l'angle HCS eſt égal à TCK, ſi l'on ſuppoſe auſſi la ligne CS dans un plan horiſontal paſſant par AB, enſuite l'angle HCS tourné perpendiculairement à ce plan AB, cette ligne CS alors ſera repréſentée par la ligne C*u*, comme TC l'eſt par *t*C, & la ligne C*u* partie de CH, qui paroît en élevation dans une ſituation verticale ſera inclinée en ſurplomb, comme TC à l'égard de CK l'eſt en talud. 2°. Si au lieu de ſuppoſer la même CH couchée en talud ou en ſurplomb, on la ſuppoſe à-plomb, il eſt viſible que l'angle HCS reſtant le même, la ligne SC repréſentera une inclinaiſon en montée; de ſorte que ſuppoſant cette ligne MS tournée ſur ſon milieu C, juſqu'à ce qu'elle ſoit perpendiculaire au diametre AB, le point M tombera ſur *m*, & le point S ſur *u*, & alors toute la ligne MS ſera repréſentée par la hauteur *mu*, qui eſt la différence du niveau des points M & S, & les perpendiculaires M*m*, S*u* ſeront les ſinus droits de l'angle SC*u* ou MC*m*, qui exprime la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre, c'eſt-à-dire, de l'eſſieu ſur le plan de la face AHB. 3°. Si le berceau eſt en deſcente & en talud, cemme on le ſuppoſe à la montée de la gauche de la figure 96, il ſera facile de reconnoître que le talud diminue l'obliquité de l'eſſieu avec la face en deſcente, par conſéquent qu'il rend l'angle du profil moins obtus, & au contraire plus aigu avec la face en montée, c'eſt pourquoi dans la conſtruction l'angle du talud ACT eſt ajouté à celui de la deſcente MCA; & qu'au contraire, il eſt retranché de celui de la montée GCA, ce qui donne l'angle de la deſcente MCH plus grand que GCK, ou ce qui eſt la

Fig. 94.

Fig. 96.

même chose iCK=à son opposé au sommet HCd plus aigu que HCM de la quantité de l'angle dCM égal à celui du talud ACT.

Pour s'en convaincre, soit tirée HV parallele à MC, & les lignes VT & uC supposées à-plomb & perpendiculaires à TC, qu'on prend pour horisontale. Soient de plus les angles VMh uCH égaux à ceux du talud, il est visible que la ligne hM représente le talud de la face de descente à l'égard de l'à-plomb VM, & uC le talud de la face en montée à l'égard d'un à-plomb HC, ou d'une horisontale CB; alors on reconnoîtra que l'angle du talud VMh diminue l'obliquité de l'axe CM sur la face MV, & qu'il augmente celle du même axe à l'égard de la face Cu; c'est-à-dire, qu'il rend leur angle MCu plus aigu, & son supplément uCx, qui est l'angle de montée, plus obtus.

Il faut remarquer que la ligne du milieu HC a toujours une situation à plomb en apparence dans les élévations où AB est horisontale, parce qu'étant la projection du plan vertical perpendiculaire à AB, elle se confond avec toutes les lignes qu'on peut tirer dans ce plan, telle est celle du talud; ainsi on est obligé de supposer une autre ligne verticale Cu, pour exprimer l'angle du talud uCH, & par conséquent de supposer une autre horisontale CT, qui lui est perpendiculaire, à laquelle tirant la perpendiculaire TM ou TV, on a une parallele à Cu, qui est par conséquent aussi verticale devant la face supérieure, comme Cu l'est sur l'inférieure; auquel cas, si sans changer la base horisontale TC on vouloit exprimer une montée de face en talud, il faudroit encore retrancher l'angle uCy, & la ligne HC qui représentoit un à plomb sur l'horisontale AB, représenteroit alors un surplomb sur l'horisontale TC, ce qui est assez clair pour qu'il ne soit pas nécessaire de s'y arrêter davantage.

III.

Du berceau simplement biais.

Dans tous les cas précédens nous avons trouvé que la sousfsieu ou diametre de la plus grande obliquité étoit sur le milieu de la face; ici nous la trouverons à la ligne de niveau AB dans une seule supposition, que le berceau soit horisontal & sa direction oblique sur le diametre AB; alors comme dans le pre-

mier cas du berceau droit, la méthode de Desargues n'a rien de particulier ; car la projection de l'arc de face se fait à l'ordinaire sur le diametre horisontal AB, & l'angle de l'axe avec la face est donné par le plan horisontal.

Soit, par exemple, la moitié de la figure 95, la face AHB, dont le diametre AB horisontal est biais sur la direction du piédroit du berceau MB, ou de sa parallele par le milieu LC qui est l'axe, il est clair que l'une & l'autre de ces lignes étant dans le plan horisontal, elles sont placées l'une à l'égard de l'autre sans aucun changement causé par la projection ; ainsi AB est sans contredit le diametre de plus grande obliquité, & HK perpendiculaire au plan horisontal, sur lequel il n'est représenté en projection que par le point C, sera la *traversessieu*, qui est le diametre droit sur l'axe oblique ; ce qui est l'inverse des cas précédens, où AB étoit le droit sur l'axe oblique, & HC celui de la plus grande obliquité ; mais ce cas est unique, car s'il y a du talud ou de la descente, l'obliquité ne se trouvera plus ni dans l'un ni dans l'autre de ces diametres. *Fig. 95.*

I V.

Des berceaux à double obliquité.
1°. *Biais & en talud ou en surplomb.*
2°. *Biais & en descente ou en montée.*

C'est proprement dans ces sortes de traits & les suivans, que la méthode de Desargues est intrinséquement différente de l'ordinaire des auteurs de la coupe des pierres ; mais bien loin de la trouver ridicule comme eux, je lui donnerois la préférence sur toute autre si elle présentoit un peu plus distinctement à l'idée les avances & les reculemens des surfaces des panneaux dont les figures sont en peu difficiles à trouver & à reconnoître dans leur place ; c'est la seule raison qui m'a empêché de la suivre.

Soit [*fig.* 95] ABFV le plan horisontal d'un berceau biais, dont la face AHC doit être inclinée en talud suivant un angle donné TOX ; ayant pris à volonté sur la ligne du milieu CQ, qui représente l'axe, un point X, on tirera de ce point une perpendiculaire XO sur le diametre AB, qu'elle coupera en O, d'où on tirera la ligne OT égale à OX, faisant l'angle XOT égal à celui du talud, ou AOT égal à son complément. Du *Fig. 95.*

point X on tirera ſur OT une perpendiculaire X*p*, qui coupera OT en *p*, on portera O*p* en O*t* ſur OX, & par le point *t* & le centre C on tirera le diametre DI, qui ſera celui de la plus grande inclinaiſon, appellé par Deſargues la *ſouſeſſieu*. Cet auteur la cherche d'une autre maniere, il fait OT égal à OX, & par le point T il mene à OX la perpendiculaire T*t*, qui la rencontre en *t*, par où & le centre C il tire la ſouſeſſieu, ce qui revient au même, comme il eſt facile de le démontrer ; car à cauſe des triangles ſemblables TO*t*, X*p*O rectangles, l'un en *t* & l'autre en *p*, qui ont l'angle TOX commun, & TO = OX, par la conſtruction ; donc *p*O = *t*O, *ce qu'il falloit démontrer.*

Préſentement pour avoir l'angle que fait ce diametre avec l'axe du berceau ou *l'eſſieu*, on fera un triangle CE*t* avec les trois lignes CX, qui eſt partie de l'axe horiſontal, X*p* & *t*C, ou, ſuivant Deſargues, on élevera au point *t* ſur C*t* la perpendiculaire *t*E égale à *t*T, & l'on aura le point E, par lequel & le centre C on tirera EC, qui donnera l'angle EC*t* qu'on cherche. Si au lieu du biais & en talud on avoit eu un biais & en ſurplomb, on prendroit le ſupplément de l'angle ECI, qui eſt ECD. Si au lieu du biais & en talud on avoit eu du biais en deſcente, la conſtruction ſeroit la même que pour le biais & en ſurplomb, on auroit mis l'angle de la deſcente au-deſſus de AB, au lieu qu'on a mis celui du talud au deſſous ; & au contraire, ſi on avoit eu du biais en montée, on auroit opéré tout comme pour le talud.

Explication démonſtrative.

Puiſque le diametre de la plus grande obliquité eſt la ſection de la baſe d'un cylindre par un plan paſſant par ſon axe perpendiculairement à cette baſe, il doit paſſer par la ligne CX, qui eſt l'axe horiſontal, & la ligne X*p* perpendiculaire au talud OT, qui a été tracée ſur le plan horiſontal, parce qu'on ne peut repréſenter une ligne en l'air ſur ce plan.

Préſentement pour concevoir plus facilement la raiſon de cette conſtruction, il faut ſuppoſer que le demi-cylindre du berceau eſt mis dans une ſituation différente ; au lieu qu'on ſuppoſoit l'axe dans l'horiſon, nous y ſuppoſerons la baſe ou face du berceau, & l'axe incliné élevé au deſſus ; alors la ligne du profil

profil OT sera exactement la même que l'ordonnée OX avec sa division en t, qui étoit en p, & parce que pX lui est perpendiculaire, cette ligne pX ne sera représentée en projection horisontale que par le seul point t, lequel considéré élevé en l'air d'un intervalle de hauteur pX sur le plan de la base, représentera aussi le point X de l'axe CX, & tC représentera cette portion d'axe ; par conséquent la seule ligne tC pourra être considérée comme la projection d'un triangle égal à tCE, puisqu'on doit imaginer sur t une verticale égale à $pX = Tt = tE$ par la construction, qui est la hauteur d'un point E de la circonférence de la base sur le plan horisontal, & dans notre changement de position, celle du point K de l'axe sur la face en talud, couchée sur le plan horisontal, de sorte que CE=CX représente cette portion d'axe dans son étendue, laquelle a aussi sa projection en tC, qui est partie d'un demi-diametre CI, donc l'angle ECI ou son égal ICK sera celui de l'axe avec le diametre de l'intersection des plans de la face en talud, & celui qui lui est perpendiculaire passant par l'axe, puisqu'il passe par CK & par Et ou pX, c'est-à-dire, que cet angle est celui de la plus grande obliquité de l'axe sur la base du cylindre, & suivant le langage de Desargues, celui de l'essieu avec la sousessieu, *ce qu'il falloit démontrer.*

On auroit pu expliquer cette construction sans imaginer un changement de situation du cylindre, mais avec un peu plus de difficulté ; car il faut concevoir que le triangle rectangle CtK ou son égal CEt, se meut autour de son côté Ct ; que par cette révolution le point K étant parvenu en g, se trouve dans le plan vertical passant par l'axe CX, & qu'alors le triangle tCg est la projection de la partie du plan incliné à l'horison, mais perpendiculaire à la base passant par l'axe, comprise entre cet axe CX & le diametre EC représenté par tC. Or par la supposition de la révolution autour de tC, tg représente tK, ou $tE = tT = pX$, Cg représente CK ou CE, & tC est commun au triangle de la projection horisontale tCg & à sa valeur tCE ; mais à cause que Xp est perpendiculaire à TO, par la construction, & à tC, comme nous l'avons démontré ci-devant, la ligne tg sera la représentation d'une ligne perpendiculaire aux deux tO, tC ; par conséquent au plan de la base, dans laquelle est un point de l'axe g, représentant E ou K ou X, & le point C de cet axe étant immuable, il suit

que *t* C *g* repréſente l'angle de la plus grande obliquité, dont la valeur eſt donnée en *t* C E, *ce qu'il falloit démontrer.*

Du biais en deſcente.

Nous venons de donner la conſtruction des doubles obliquités du biais & en talud, ou biais & ſurplomb, toutes inclinaiſons égales dans le biais en deſcente ; on trouvera par le même moyen la même *ſouſeſſieu* & la même *eſſieu* qu'on a trouvé dans la figure précédente pour le biais en talud.

Fig. 95. Soit [*fig.* 95.] l'angle BCL, l'obliquité de la direction horiſontale du berceau ſur le plan de la face, que nous ſuppoſerons premierement verticale ſur le diametre AB. Ayant tiré d'un point L, pris à volonté, la perpendiculaire indéfinie LO ſur ce même diametre, on fera au point O où elle le coupe, l'angle GON égal à celui de la deſcente ; puis ayant fait OG égal à OL, on élevera ſur AB prolongée au point G la perpendiculaire GN, qui coupera le profil de la deſcente NO au point N ; enſuite on portera la hauteur GN en O *n* ſur L *f*, pour y avoir le point *n*, par où & par le centre C, on tirera le diametre ID, qui ſera la *ſouſeſſieu*. Pour trouver l'eſſieu on fera comme au cas précédent *ns* perpendiculaire ſur DI & égale à N *n*, qui donnera le point *s*, par lequel & par le centre C, on tirera la ligne *s* E qui ſera l'eſſieu, & l'angle D C *s* ou ſon oppoſé au ſommet ICE, celui de la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre.

La démonſtration eſt évidemment la même qu'au cas précédent, puiſqu'il n'y a d'autre différence de conſtruction que de placer ici au-deſſus de l'horiſontale ce qu'on avoit placé au-deſſous, parce qu'il eſt évident que ſi l'on avoit un berceau horiſontal en ſurplomb, & qu'on inclinât ſon axe en deſcente, la face qui étoit en ſurplomb deviendroit à-plomb, comme nous l'avons expliqué ci-devant.

Ce que nous diſons du biais en deſcente s'applique auſſi très-naturellement au berceau biais & en montée, en faiſant le contraire, c'eſt-à-dire, en mettant l'angle de la montée ſous l'horiſontale, comme on a fait pour le biais en talud. En effet, ſi l'on incline en montée l'axe d'un berceau biais & en talud, on pourra ſans aucun changement que cette inclinaiſon, mettre à-plomb la face qui étoit en talud.

V.

Des berceaux à triple obliquité.
1°. *Biais en descente & en talud ou en surplomb.*
2°. *Biais en montée & en talud ou en surplomb.*

Soit [*fig* 96.] la face AHB celle d'une descente, dont l'obliquité ou le biais horisontal est l'angle LCB ; ayant tiré comme ci-devant par un point L, pris à volonté sur la projection LC de l'axe en descente, une perpendiculaire L*n* à son diametre horisontal AB, on fera sous ce diametre au point O l'angle du talud LOP, ou son complément POB, & au-dessus de la même ligne, le profil ou angle de descente BON ; puis ayant fait OP = OL, on tirera sur OP la perpendiculaire PN, qui coupera le profil de la descente en N, par où menant N*n* parallele à AB, qui coupera L*n* au point *n*, on tirera par *n* & le centre C la ligne DI, qui sera la *sousessieu* ou le diametre de plus grande obliquité. Ensuite, pour trouver la position de l'essieu à son égard, on lui fera au point *n* la perpendiculaire *nq* égale à *n*N, & par son extrêmité & le centre C on tirera la ligne ES*q*, qui représentera l'*essieu*. *Fig.* 96.

Si au lieu de descente il s'agit de *montée biaise & en talud*, supposant la même obliquité LCB & le même talud BOP, on fera l'angle ou profil de la montée BOF sous l'horisontale AB, comme le talud ; puis ayant fait OP égale à OL, on menera au point P la ligne PF perpendiculaire à OP, qui coupera le profil de la montée FO au point F, par où on tirera F*f* perpendiculaire à L*n*, qu'elle coupera au point *f*, la ligne *id* menée par ce point *f* & le centre C sera la *sousessieu*, ou le diametre de plus grande obliquité. La position de l'essieu à son égard se trouvera comme à l'ordinaire, en faisant au point *f* une perpendiculaire *fs* à *di*, & tirant par les points *s* & C la ligne *sc*; il est clair que quand même la montée seroit égale à la descente, les angles d'obliquité ne seroient pas pour cela égaux, par les raisons que nous avons donné au deuxieme article, que le talud de la descente diminue l'angle de l'obliquité de l'axe avec la face, & qu'au contraire il l'augmente dans la face en montée & en talud, soit qu'il y ait du biais ou qu'il n'y en ait pas.

Il n'est pas nécessaire d'ajouter une démonstration aux pré-

cédentes, puiſque cette augmentation d'obliquité n'eſt qu'une compoſition de celles que nous avons expliqué en particulier, & dont nous avons démontré la juſteſſe de la conſtruction.

Application & uſage des angles de plus grande obliquité & de leurs côtés.

Ayant fait la diviſion du ceintre de face en ſes vouſſoirs à l'ordinaire, on fera la projection de ſes diviſions, non ſur le diametre de la face, comme on a coutume de faire dans la maniere ordinaire, mais ſur la ſouſeſſieu, laquelle ne ſe confond avec ce diametre que lorſque le berceau eſt droit, encore peut on la mettre en toute autre poſition, puiſque tous les diametres peuvent être pris pour la ſouſeſſieu, parce qu'ils ſont tous perpendiculaires à l'axe; ainſi en quelque ſituation que ſoit un diametre, à-plomb, de niveau, ou incliné, il fait toujours le même angle avec ſon axe.

Fig. 94. C'eſt pourquoi 1°. *dans le berceau droit* [*fig.* 94.] on prendra, ſi l'on veut, AB pour ſouſeſſieu, & ſa perpendiculaire CH pour eſſieu, non qu'elle ſoit en réalité dans la même ſurface, puiſqu'elle lui eſt perpendiculaire, mais on l'y tranſporte pour y tracer l'épure; & parce qu'elle n'y eſt pas néceſſairement, il ſuit qu'on peut faire l'épure ſéparément de l'élévation de la face, il ſuffit d'avoir l'ouverture de l'angle des lignes d'eſſieu & de ſouſeſſieu & la projection des diviſions de la face ſur la ſouſeſſieu. Il eſt donc clair que deux lignes à l'équerre ſuffiſent pour faire l'épure d'un berceau droit, comme [*fig.* 94.] AB & HK, & qu'on peut faire la projection des diviſions 1, 2, 3, 4 ſur la ligne AB, ou ſur la ligne CH, puiſque ſi l'une eſt priſe pour ſouſeſſieu, l'autre ſera priſe pour l'eſſieu. Cette projection étant faite, on s'en ſervira pour faire les panneaux, ſuivant la méthode ordinaire; car dans le cas du berceau droit, celle-ci n'en differe en aucune façon.

2°. Dans les berceaux droits, mais en talud, ſurplomb, montée, ou deſcente, où la ſouſeſſieu ſe trouve dans une ligne à-plomb KH, & où l'eſſieu ne lui eſt pas perpendiculaire, mais incliné comme MS, les projections des diviſions doivent ſe faire par des horiſontales 1*u*, 2V ſur HC; puis des points *u*, V, où ces lignes rencontrent la ſouſeſſieu, on abaiſſera des perpendiculaires *ur*, VR ſur l'eſſieu MS, leſquels ſont les hau-

teurs des retombées de l'arc droit, parce qu'elles ſont des ſections des plans paſſans par les diviſions 1 & 2 perpendiculairement à l'axe ; & au lieu que dans la maniere ordinaire elles ſont toutes dans un plan coupant le berceau perpendiculairement à l'axe, dans celles-ci elles ſont dans la ſituation du parallelogramme par l'axe.

Cette ſeconde inſtruction de pratique doit s'entendre, non-ſeulement pour les cas que je viens de nommer, mais encore pour les autres de double & de triple obliquité ; il ſuffit d'avoir trouvé la ſouſeſſieu placée dans l'arc de face, & enſuite l'angle que cette ligne fait avec l'axe du berceau.

Comme il arrive que la ſouſeſſieu DI eſt ſouvent inclinée au diametre horiſontal AB, les projections des diviſions de l'arc de face ſe font de part & d'autre de cette ligne, comme on voit à la fig. 97, où la partie de l'arc A6D eſt au-deſſus de ID, & la partie DB au-deſſous ; ainſi on tirera d'un côté les perpendiculaires *a*F, 1P, 2*p*, 3R, & de l'autre côté *bq*, 4*q*, ce qui fait un mêlange de diviſions ſur la ligne ID, qu'il faut avoir ſoin de diſtinguer par les chiffres de leur origine, faute de quoi cette maniere fournit de fréquentes occaſions de ſe tromper. Il eſt viſible qu'on doit en uſer pour l'extrados A 6 D comme pour la doële A 2 T, & pour D 8 B comme pour T 4 *b*. *Fig. 97.*

Pour la ſeconde opération, on tirera par toutes les diviſions que la projection inclinée a donné ſur la ſouſeſſieu DI, des perpendiculaires ſur l'eſſieu ES, comme PQ, *u*V, R*r*, G*g*, F*f*, qui donneront les hauteurs des retombées de l'arc droit, non pas ſur un plan horiſontal, mais ſur le plan d'une ſection par l'axe perpendiculaire à celui qui paſſe par l'eſſieu & la ſouſeſſieu. Elles donneront de plus les angles des têtes des panneaux de lit & de doële, en les prolongeant au-delà de l'eſſieu ES.

Premierement, pour les panneaux de doële, elles expriment les avances & reculemens d'une diviſion de vouſſoir à la ſuivante ; ainſi puiſque les points Q & *r*, provenans des diviſions 2 & 3, marquent l'intervalle dont un de ces joints 2 avance plus que l'autre 3 ſur le plan paſſant par l'axe & le diametre de plus grande obliquité, il eſt clair que l'angle que fait le joint de lit, qui eſt toujours parallele à l'axe avec la corde 2 3 de la doële plate, ſera toujours égal à celui qui ſe fera à

l'axe même avec cette corde, placée entre les avances Q & r. C'eſt pourquoi on prendra avec le compas la corde 2 3, & plaçant une de ſes pointes en Q, provenant du point 2, on fera avec l'autre pointe un arc qui coupera la ligne R r prolongée [laquelle provient du point 3] en un point z, par lequel menant une ligne z n, parallele à QS, on aura pour le panneau de doële la figure SQ z n. Secondement, pour les panneaux de lit on en uſera de même, en plaçant entre les paralleles p Q & V u, provenant des diviſions 2 & 6 de la doële 2 & de l'extrados 6, la longueur 2 6 du joint de tête de l'arc de face; ainſi on trouvera le point Y par l'interſection d'un arc fait du centre Q, & de l'intervalle 2 6, pour rayon avec la ligne QY qu'il coupera en Y, par où ſi l'on mene une parallele Y o à l'axe E S, on aura le trapeze OQY o pour le panneau de lit de la ſeconde diviſion, qui eſt le lit de deſſus du ſecond vouſſoir & celui de deſſous du troiſieme.

Pour ne pas embrouiller l'épure de trop de figures, & ſéparer celles de différente eſpece, comme les lits & les doëles, qui s'y trouveroient mêlés & cauſeroient de la confuſion, on peut les ranger enſemble dans une figure à part, comme on voit à la figure 98, où l'on a mis les lits d'un côté & les doëles de l'autre.

Fig. 98. Ayant tiré deux lignes D'I' & ES, qui ſe croiſent perpendiculairement en M, on portera de ce point M les largeurs des doëles d'un côté, & des lits de l'autre, priſes perpendiculairement à la ligne ES de la figure 97, comme n S, O o, &c, qui donneront ſur la ligne D I' des points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera autant de paralleles à E S, comme z T, z V, z u; puis, ſi les vouſſoirs ſont égaux ſur l'arc de face, du point M pour centre & de l'intervalle d'une doële a 1 de la figure 97, on fera un arc de cercle qui coupera toutes les paralleles V z aux points z, z; de même ſi l'on prend pour ſon arc le rayon du joint de tête 1, 5 de la fig. 97, il donnera tous les points y y de la figure 98. On tirera plus commodément & ſans confuſion toutes les largeurs de doële & de lit, en formant l'arc
Fig. 97. droit comme il ſuit: on tracera par le centre C une perpendiculaire 7 K à l'eſſieu E S, ſur laquelle on renverra les diviſions de la ſouſeſſieu, provenant des joints de tête 1, 2, 3, 4 par des perpendiculaires à K 7, ou, ce qui eſt le même, des paralleles à l'eſſieu, ſur leſquelles on portera les longueurs des

perpendiculaires tirées par les diviſions de l'arc de face à la ſouſeſſieu.

Pour ne pas brouiller la figure d'une trop grande quantité de lignes, il eſt à propos d'en faire une à part, comme on voit à la figure 99. Ayant tranſporté les lignes ES & DI de la figure 97 en *di* & EM [*fig.* 99.], faiſant entre elles le même angle, on prendra ſur la ligne DI toutes les diviſions provenantes des perpendiculaires tirées à cette ligne par les joints des vouſſoirs, qu'on portera en *di*. Enſuite on tirera par le centre C une ligne $D^r 1^r$ perpendiculaire à l'eſſieu ES, & par les diviſions de la ſouſeſſieu *efgppVqhxd*, on menera des paralleles à l'eſſieu ES, qui couperont la ligne $D^r 1^r$ aux points A, *a*, 5, 1, 2, 6, 3, 7, &c. deſquels points, comme termes, on portera ſur les paralleles à l'eſſieu les longueurs des ordonnées à la ſouſeſſieu, priſes à la figure 97, ſçavoir GA en A A^r, F*a* en fa^r, h5 en $5\,5^r$, P1 en $1^r 1^r$, ainſi de ſuite, & l'on aura les points a^r 1^r 2^r, 3^r, 4^r, &c. pour les diviſions de la doële, par leſquels on tirera les droites $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, $3^r 4^r$, qui donneront un polygone formé par la ſuite des doëles plates de l'arc droit. La même choſe ſe fait pour l'extrados. *Fig.* 99. *Fig.* 97 & 99.

Préſentement, il eſt clair que l'on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les vouſſoirs ſur la pierre; car on a les panneaux de lit & de doële & les biveaux de lit & de doële à l'arc droit, comme dans les traits de la maniere ordinaire.

Explication démonſtrative.

Nous avons rendu raiſon de la juſteſſe de l'opération pour trouver l'eſſieu & la ſouſeſſieu dans toutes les circonſtances de biais, talud & deſcente données, il reſte préſentement à montrer que l'arc droit eſt bien trouvé. Puiſque la ſouſeſſieu eſt le diametre de la plus grande obliquité, il ſera auſſi le plus grand de tous les diametres, ſi la face du berceau étoit elliptique, parce qu'il en ſeroit le grand axe, & ſuppoſant que le berceau ait la face circulaire, comme lorſqu'il eſt moitié du cylindre ſcalene, ce diametre de ſouſeſſieu, quoiqu'égal à tous les autres, ſera toujours plus grand que celui de la ſection perpendiculaire à l'axe, puiſqu'il lui eſt incliné; mais les lignes perpendiculaires au plan par l'axe & ce diametre de ſouſeſſieu ſeront toutes égales à leurs correſpondantes dans l'arc de face & dans l'arc droit; c'eſt pourquoi on a porté les longueurs des

Fig. 97. ordonnées à la fousfeffieu comme AG, *a*F perpendiculairement au diametre de l'arc droit en AA*r*, *aa'*, &c, parce que l'axe n'eft pas incliné à toutes les lignes qui font perpendiculaires au plan paffant par la fousfeffieu, mais il l'eft à toutes les lignes paralleles ou inclinées à cette fousfeffieu. Ainfi dans cette méthode, en quelque fituation que la face foit à l'égard du berceau, on n'a aucun égard ni au talud, ni à la defcente, parce que les lignes tirées des divifions au diametre fur lequel fe fait la premiere projection de l'arc de face, ne font pas, comme dans les autres méthodes, des à-plombs, ou des lignes inclinées dans un plan vertical, qui peuvent changer de rapport & d'inclinaifon à l'égard de l'axe; dans celles-ci elles font toujours égales à la largeur du berceau, à toutes les fections des lits, parce qu'elles font toujours perpendiculaires au plan par l'axe, qui eft perpendiculaire, par la conftruction, à celui de la face ou bafe du cylindre. Ingénieufe invention de Defargues, qui auroit dû lui faire honneur, s'il n'avoit pas affecté de la rendre myftérieufe, & difficile à deviner, il auroit mieux fait d'en inférer l'explication & la démonftration dans le livre de Boffe, que ce pitoyable extrait des regiftres de la Communauté des Maîtres Maçons de Paris, pour prouver que Charles Breffi n'avoit pas été refufé pour avoir voulu faire fon chef-d'œuvre fuivant la nouvelle méthode, & prendre querelle avec un critique ignorant, qu'il auroit terraffé par la feule démonftration.

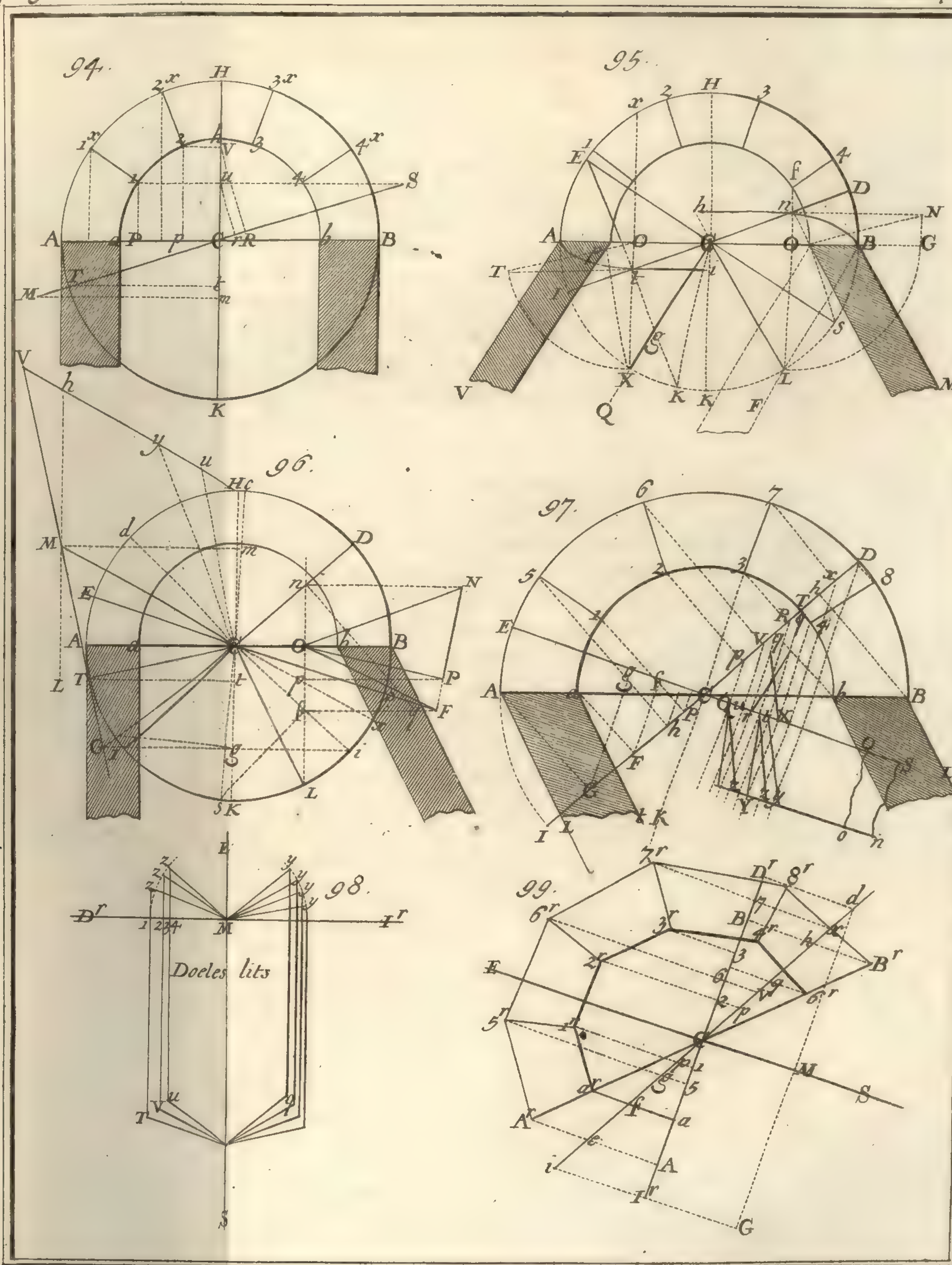
CHAPITRE VI.

DES VOUTES CONIQUES,

En termes de l'art:

Des trompes & voûtes en canoniere.

On connoît ce genre de voûte en architecture fous différens noms. Celles qui font des moitiés de cônes continuées jufqu'au fond de fa pointe, c'eft-à-dire, de fon fommet, s'appellent *trompes*; celles qui ne font que des moitiés de cônes tronqués, dont les impoftes fe refferrent fans fe joindre, s'appellent *voûtes en canonieres*. Cette différence de nom n'en caufe aucune au trait de


94.
95.
96.
97.
98.
99.
Doeles lits

de l'épure, ni à l'exécution ; car on eſt obligé de réduire tous les vouſſoirs des trompes à des portions de cône tronqué, parce que la fragilité de la pierre ne permet pas qu'on puiſſe la tailler en angle auſſi aigu que le ſeroit leur pointe vers le ſommet du cône, s'ils y aboutiſſoient. Pour obvier à cet inconvénient, & pour la beauté de l'appareil, on fait le fond de la trompe d'une ſeule piece, qu'on appelle *trompillon*, autour duquel les vouſſoirs s'arrangent au rayon, & s'appuient ſur les côtés, & quelquefois en partie ſur un lit de tête, dont la ſurface eſt aſſez grande pour qu'elle ait une ſolidité capable de réſiſter aux coups des outils dont on ſe ſert pour tailler la pierre, & au choc ou aux efforts des outils en la poſant.

Pour donner une juſte idée de cette eſpece de voûtes, nous en allons expliquer la génération. Tout le monde ſçait que la ſurface d'un cône eſt la trace d'une ligne droite SA, immobile ſur une de ſes extrêmités S, qui parcourt en A une courbe circulaire ou elliptique AHE appellée baſe, & que la ligne SC, menée du point immobile au centre C du cercle ou de l'ellipſe s'appelle *l'axe* du cône. Comme il ne s'agit pas ici ſimplement d'une ſurface de cône, mais d'une voûte ſolide, compriſe entre deux ſurfaces, l'une concave, l'autre convexe, nous devons expliquer la génération de la trompe droite par le *mouvement d'un trapeze ABsS, immobile ſur ſon côté sS, autour duquel il fait la moitié d'une révolution.* Si ce trapeze fait partie d'un triangle rectangle ACS, qui ſe meut ſur ſon côté SC, il formera cette eſpece de ſolide qu'on appelle *trompe droite*, qui eſt compris par deux ſurfaces de cônes, l'une concave, qui eſt la doële, l'autre convexe, qui eſt l'extrados, leſquelles ont une partie de leur axe sS commun, & une partie du diametre de leur baſe, que nous appellons *l'arc de face.*

Plan. 43. *Fig.* 100.

C o r o l l a i r e.

D'où il ſuit 1°. qu'en quelque ſituation que ſoit le triangle ACS, horiſontale, verticale, ou inclinée, le trapeze ABsS, qui eſt la ſection de la voûte, appellée *lit*, ſera toujours dans le plan qui paſſe par l'axe SC. 2°. Que ſes côtés reſtant à même diſtance entr'eux dans ce mouvement, marqueront un intervalle toujours égal entre les deux ſurfaces de la doële & de l'extrados, ſuppoſant la voûte d'égale épaiſſeur. 3°. Qu'un des côtés de ce trapeze, qui eſt à la ſurface de la baſe du cône

appellée la *face* de la trompe, tendra toujours au centre C de cette face, qui eſt néceſſairement circulaire ſuivant cette génération, laquelle eſt perpendiculaire à la trompe droite circulaire. Mais comme il y a des trompes dont la face, quoique perpendiculaire à l'axe, n'eſt pas circulaire mais elliptique, & d'autres dont la face, quoique circulaire, n'eſt pas perpendiculaire à l'axe, d'autres enfin où elle n'eſt ni perpendiculaire à l'axe ni circulaire; il faut toujours en revenir à la génération du cône pour chacune des deux ſurfaces qui comprennent l'épaiſſeur de la voûte, ou bien, en ſuppoſant le trapeze AB S, conſidérer que ſes angles changent d'ouverture à meſure qu'il fait ſa révolution, que ſes côtés s'allongent & ſe raccourciſſent, comme ceux d'un cône ſcalene, lorſque la baſe qu'il parcourt n'eſt pas perpendiculaire à l'axe SC, & que lorſqu'elle lui eſt perpendiculaire & de contour elliptique, ce trapeze ne ſe meut pas autour d'un axe, mais perpendiculairement à la tangente de chaque point de l'ellipſe qu'il parcourt par ſa tête mobile; cela ſupoſé, nous allons commencer par la trompe droite circulaire, c'eſt-à-dire, par le cône droit.

PROBLÊME XIII.

Faire une voûte conique de face plane, qui ſoit portion d'un cône droit circulaire, ou d'un cône ſcalene, conſidéré comme droit ſur une baſe elliptique.

En termes de l'art:

Faire une *trompe droite* dans un angle rentrant *en plein ceintre*, *ſurhauſſée ou ſurbaiſſée*, ou bien *une voûte en canoniere.*

Fig. 101. Par le mot de *trompe droite* nous entendons celle dont l'axe & les impoſtes ſont de niveau, & la face à-plomb à l'équerre ſur le milieu de la trompe; ce qui comprend deux cas, l'un où la face eſt circulaire, qui fait ce que le Pere Deran appelle la *trompe fondamentale*, repréſentée en perſpective à la figure 101, l'autre où la face eſt ſurhauſſée ou ſurbaiſſée.

Premier cas, *de la trompe droite circulaire.*

Par l'explication que l'on a donnée de cette trompe dans ſa génération, il eſt viſible qu'elle eſt très-uniforme dans ſes par-

ties. Car si la division de la face en ses voussoirs est faite de parties égales, un seul voussoir représente tous les autres. Les panneaux de tête, de lit & de doële ne souffriront aucun changement d'un voussoir à l'autre. 1°. Les têtes seront des portions de couronnes de cercles égales, par la construction. 2°. Les panneaux de doële plate seront des triangles isosceles égaux. 3°. Les lits des trapezes seront aussi égaux, & leurs angles aigus sont de 45 degrés, si l'angle rentrant dans lequel on fait la trompe est droit, & les obtus de 135. Cela supposé.

Soit [*fig.* 102] le triangle ASE le plan horisontal de la trompe, & la figure ASEDsB celle de son épaisseur à ses impostes, qu'on suppose de niveau. Soit aussi la portion de couronne de cercle AHED*h*B l'arc de face de la trompe, divisé en ses voussoirs à l'ordinaire par des joints de tête, qui tendent à son centre C. Ayant abaissé de chacune de ces divisions 1, 2, 3, 4 des perpendiculaires au diametre AE, qui le couperont aux points *p*P, &c. on tirera de chacun de ces points des lignes au sommet *s* de l'angle B*s*D de la doële, lesquelles seront les projections des joints de lit, qui ne peuvent servir, comme dans les voûtes cylindriques, à en prendre les mesures, parce que toutes ces lignes, excepté celles des impostes AS, ES, sont des représentations de lignes inclinées à l'horison, qui sont par conséquent raccourcies dans cette projection; mais elles serviront dans les autres cas pour trouver les véritables longueurs des panneaux de lit & de doële. *Fig.* 102.

Panneaux de doele.

Je dis dans les autres cas, parce que supposant la trompe droite circulaire, la valeur de chacune de ces projections est égale à *s*D, longueur du côté à l'imposte. Ainsi 1°. pour former les panneaux de doële plate, tout est donné; il ne s'agit que de faire un triangle isoscele C^s*d d*' où l'on voudra, qui ait deux côtés égaux à *s*D, & le troisieme égal à la corde de l'arc D4 (ce que l'on a fait dans la figure 103) en faisant du point C pour centre & *s*D pour rayon un arc *dd*', dans lequel on inscrit la corde 4D. 2°. *Les panneaux de lit* sont donnés dans le plan horisontal, parce qu'ils sont tous égaux au trapeze d'une imposte *s*DES ou AS*s*B, par la raison de la génération de cette trompe. 3°. Les panneaux de tête sont aussi donnés sur l'élévation, puisque ce sont les portions de couronnes de cercle AB, 1, 5; 1, 2, 6, 5, &c, qui sont égales entre elles, si les voussoirs ont été faits à têtes égales. *Fig.* 103. *Fig.* 102.

Il ne reste plus à trouver que les biveaux de lit & de doële, comme nous l'avons dit au problême 14e. du troisieme livre, dont nous allons faire l'application à cette trompe, par exemple, au deuxieme ou au quatrieme voussoir, il n'importe pour lequel dans la trompe droite à têtes égales, où l'angle de ce biveau est toujours le même. Ayant prolongé la corde 3, 4 jusqu'à la rencontre du diametre AE au point O, on tirera à ce point, par le sommet *s* de la doële, une ligne *s* O, qui sera la section de la quatrieme doële plate prolongée avec l'horison. On prolongera aussi la projection *s* P du lit dont il s'agit indéfiniment vers *x*, & sur cette ligne on tirera par le point P une perpendiculaire P*p*3 qu'on fera égale à la hauteur de la retombée 3P. On tirera du point *s* la ligne *sp*, sur laquelle on fera une perpendiculaire *p*3Y, qui coupera la projection *sx* au point Y, par lequel on lui menera une seconde perpendiculaire *yz*, qui coupera la ligne *s* O prolongée au point *z*, & la diagonale de l'angle B*s*D, ligne du milieu de la trompe, en *y*; on portera la longueur Y*p* en Y*x*, & l'on tirera les lignes *x*3*z*, & *yx*3*i*; l'angle L*x* *i* sera celui que l'on cherche.

Biveau de lit & de doele plate.

Fig. 102.

Présentement, si l'on veut trouver le biveau de *doele plate & de tête*, pour se dispenser de faire des panneaux de lit & abréger ainsi l'ouvrage, on opérera comme il suit : à l'extrêmité 3 de la corde 3, 4, on lui fera une perpendiculaire 3Q, qui coupera le diametre AE au point Q, par lequel on menera Q*u* parallele à l'axe C*s* jusqu'à ce qu'elle rencontre la section O*s* de l'horison & de la doële au point *u*; ensuite ayant porté la longueur 3Q sur le diametre EA prolongé en QQ5, on tirera la ligne *u*Q5, l'angle *u*Q5*i* sera celui du biveau que l'on cherche, lequel est moins obtus que celui du panneau de lit *s*DE, comme on va le voir.

Lorsque la trompe droite est de face circulaire, on peut abréger cette opération; l'uniformité du cône droit, dont elle est une moitié, fournit un moyen plus simple, qui ne convient pas aux autres. Il ne s'agit que de tirer la corde de l'arc d'une tête, par exemple, 4D à la doële, & sur le milieux *l* la perpendiculaire *lf*, dont on portera la longueur de D en *x*; on tirera *xs*, l'angle *sx*E sera celui du biveau que l'on cherche.

REMARQUE.

Quoique cet angle ſoit peu différent de celui du lit à l'impoſte *s* D E, il ne convient pas de prendre celui-ci *s* D E pour le biveau de doële plate & de tête comme fait M. de la Rue, page 68; c'eſt le biveau de doële creuſe & de tête; or celui de la doële plate eſt manifeſtement moins obtus; car puiſque l'angle *s* DE eſt extérieur à l'égard du triangle *x* D *s*, il eſt plus grand que l'angle *s x* D. Cette erreur devient d'autant plus ſenſible, que la tête du vouſſoir comprend un plus grand arc de cercle; enfin elle peut aller de pair avec celle que cet auteur reproche aux panneaux des voûtes ſphériques, ſuivant l'ancienne méthode; par conſéquent elle mérite attention chez les amateurs de l'exactitude.

Il nous reſte à dire quelque choſe des joints de doële tranſverſaux comme ſont ceux des têtes des vouſſoirs dont le rang eſt fait de pluſieurs pieces, & lorſqu'il eſt d'un ſeul vouſſoir, celui de la tête inférieure qui s'appuie ſur le trompillon. La plupart des appareilleurs font les joints de doële & les lits de tête plans & paralleles au plan de la face, apparemment parce que cette méthode eſt la plus ſimple, par conſéquent la plus commode, en ce qu'il ne s'agit que de retrancher des panneaux de doële & de lit des parties paralleles aux lignes de tête de face, pour faire une ſurface plane; cependant elle n'eſt pas la meilleure, parce que les arêtes des têtes en joints contigues ſont l'une obtuſe, l'autre aigue; celle du trompillon eſt obtuſe de 135 degrés à la trompe droite circulaire, & celle du vouſſoir qui ſe poſe deſſus fait un angle de 45 degrés, qui eſt trop foible pour qu'on puiſſe en conſerver l'arête vive ſans riſquer de la caſſer, pour peu que la pierre ſoit fragile.

Il conviendroit mieux de faire les têtes intérieures coniques de portions de cônes tronqués, tournés en ſens contraire de celui de la trompe, telles ſont G *e g*, qui ont leurs ſommets en *e* & *e* [*fig.* 100.] ſur l'axe S C, formés par les lignes G *i* & *g i* prolongées, leſquelles, par leur révolution autour de l'axe S C de G en *g*, forment autant de cônes, dont les ſurfaces ſont celles des joints en lit tranſverſaux de la trompe. La raiſon eſt que, par cette conſtruction, la tête inférieure du vouſſoir s'appuie pleinement ſur celle de l'inférieur; ainſi elle décharge les piédroits d'une partie de la pouſſée, au lieu que lorſque les têtes

ſont à-plomb, l'effort du poids du vouſſoir ſe fait preſque tout ſur les lits collatéraux, & par conſéquent ſur les piédroits qui les ſoutiennent; d'où il ſuit qu'ils ont beſoin d'une bonne épaiſſeur, pour ne pas être écartés par cet effort. Nous donnerons les deux manieres de faire les lits en joints tranſverſaux, plans & coniques.

Fig. 102 & 103. 1°. Pour les premiers, ayant déterminé la poſition du joint dans la projection, comme en TN, on portera la longueur sN de la figure 102, en $C^s n$ de la figure 103, & l'on menera $N4^t$ parallele à dd^4 pour le premier vouſſoir, & du point 4^t une autre parallele $4^t 3^t$ à la tête du panneau $d^4 d^3$, ainſi des autres, & après avoir déterminé la tête de la doële plate, on fera la tête inférieure du panneau de lit, comme Ne de la figure 102, parallele à DE, pour former par le moyen des deux & trois lignes données une ſurface plane, ſur laquelle on appliquera le panneau de tête de l'arc de trompillon 4^nN pour le premier vouſſoir, 4^n 3^n pour le ſecond, &c, & appuyant la regle ſur le contour de cet arc & de celui de tête de face, on formera la doële creuſe du vouſſoir. Si la trompe eſt ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, on décrira ſur l'axe TN une demi-ellipſe ſemblable à celle de face B1°b, dont les diviſions 1^n, 2^n ſeront déterminées par les perpendiculaires $q\,1^n$, $q\,2^n$ élevées ſur les points q, q, des des interſections du diametre TN, avec les projections des joints de lit p^1q, p^2q, &c. comme il a été fait pour la partie circulaire LN.

Secondement, pour faire les têtes en lits coniques, il n'y a point de changement à faire au panneau de doële plate dans la poſition du joint de doële, mais bien dans le panneau de lit, où au lieu de prendre Ne parallele à DE, il faut tracer ſur le lit une ligne Nr, perpendiculaire ſur le joint ND, puis

Fig. 103. par le moyen d'un panneau fléxible formé en arc d'un cercle qui ait pour rayon $C^s n$, [*fig.* 103.] on tracera ſur la doële creuſe un arc $n4^t$ pour le premier vouſſoir, ou $4^t 3^t$ pour le ſecond, & on abattra la pierre ſuivant une équerre dont une des branches qui ſera ſur la doële creuſe, ſera toujours dirigée au ſommet du cône, par les moyens que nous avons donnés pour former cette ſurface au commencement de ce livre; ainſi on formera une ſeconde ſurface conique creuſe perpendiculaire à celle de la doële qui ſera la tête en lit concave, qu'on doit appliquer ſur la tête en lit convexe du trompillon, ou d'un

vouſſoir contigu, en contination de la doële. Suivant cette conſtruction il eſt viſible que les arêtes des têtes feront à l'équerre, au lieu que dans la précédente elles étoient l'une aigue, l'autre obtuſe : ſecondement que par cette diſpoſition la tête convexe ſert d'appui à la tête concave, au lieu que dans l'autre elle ne ſert qu'à l'arrêter pour ne pas trop avancer vers le trompillon.

Application du trait ſur la pierre.

On commencera par former la pointe de la trompe d'une ſeule pierre appellée trompillon ; après avoir dreſſé un parement pour ſervir de lit, on y appliquera le panneau de l'angle donné T *s* N, ſur lequel on tracera la diagonale *sm* ; on fera enſuite un ſecond parement d'équerre au premier, ſur lequel on tracera le demi-cercle TLN, prenant pour ſon diametre TN ; puis on abattra la pierre à la regle, tournant ſur le point *s* immobile par un bout, & faiſant mouvoir l'autre partie de la regle ſur l'arc donné TLN, on formera la ſurface creuſe d'un demi-cône complet, qui fait la naiſſance de l'angle de la trompe, en occupant la place de toutes les pointes des vouſſoirs qui devroient aboutir au point *s*. Pour former les autres vouſſoirs qui ſont des portions de cônes tronqués, on peut s'y prendre, comme pour les berceaux, de deux manieres ; ou par les angles des lits & de la doële, ou par ceux de doële & de tête : cette derniere étant plus expéditive, parce qu'elle diſpenſe de faire les panneaux de lit, nous la préférons à l'autre. Fig. 102.

Après avoir dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y appliquera le panneau qui convient, lequel ſera égal pour tous les vouſſoirs, ſi la diviſion de leur tête de face a été faite égale ; & après en avoir tracé le contour, par exemple, $4^t\, d^4\, dn$, on prendra le biveau de doële & de tête $eQ^s i$, [*fig.* 102.] ſuivant lequel on abattra la pierre le long du côté dd^4, pour former un ſecond parement, ſur lequel on poſera le panneau de tête 48ED, poſant la corde 4D ſur l'arête du côté dd^4 pour en tracer le contour ; puis avec l'angle du ſupplément à deux droits du biveau *e*Q A, on formera la petite tête inférieure, ſur laquelle on appliquera un panneau de l'arc $eN4^z$ du trompillon ; ainſi ayant les deux appuis de la regle à chaque tête, on la fera couler ſur ces deux arcs oppoſés, en abattant Fig. 103. Fig. 102 & 103.

toute la pierre qui l'excede, comme il a été dit au commencement de ce livre, pour la formation des surfaces coniques. Présentement, pour former le lit, on fera couler la regle sur les lignes de joint de tête & l'arête de lit & de doële, ou sur la coupe de tête inférieure $4''\ 3''$; l'autre lit se fera de même, & le voussoir sera achevé, s'il n'y a pas d'extrados; au cas que la voûte soit extradossée, il sera facile d'en former la surface convexe de la même maniere que pour la concave.

Si l'on s'étoit servi du biveau de lit & de doële, après avoir formé les surfaces destinées pour les lits, il auroit fallu y appliquer les panneaux de lit pour avoir la position des arêtes des têtes supérieure & inférieure.

Remarque sur des erreurs du Pere Deran.

Il faut remarquer que pour former la surface creuse de la doële, on doit bien se garder de suivre la pratique du Pere Deran, qui dit, qu'il faut se servir de la cerche circulaire, formée sur l'arc du secteur qui est le développement du cône, le posant *quarrément* sur la doële; car il est évident que la section perpendiculaire à une doële conique de trompe droite est une ellipse, & non pas un cercle. Il faut encore autant éviter sa pratique de faire servir la même cerche à la petite tête comme à la grande, & tout au long du voussoir; car il n'est pas moins évident que plus les sections elliptiques ou circulaires approchent du sommet, plus leurs arcs sont courbes dans des intervalles égaux. Il fait une troisieme faute dans l'usage de la cerche formée sur l'arc de face, en la posant obliquement. De quelque façon qu'elle soit posée, elle ne peut convenir qu'à la base du cône, qui est la face de la trompe, & nullement plus près du sommet, par la raison que nous venons de dire, laquelle est aussi fondée sur ce lemme du commencement de ce livre, qui dit que les cordes égales des arcs de cercles inégaux soutiennent un arc d'un moindre nombre de degrés dans les grands que dans les petits; or les cordes des doëles coniques doivent soutenir des arcs de cercles égaux en nombre de degrés, parce que les sections droites des cônes coupent proportionnellement les obliques qui sont paralleles entre elles; donc cette pratique est condamnable.

Nous avons supposé dans ce trait que les têtes inférieures doivent être planes; si l'on vouloit que les têtes intérieures des voussoirs

soirs supérieurs se posassent quarrément sur les inférieurs, il faudroit abattre la pierre à l'équerre suivant l'arc de cercle de la doële creuse, & l'on formeroit des surfaces coniques comme nous l'avons dit ci-dessus, l'une convexe à la tête en lit de la pierre inférieure, l'autre concave à la tête inférieure du voussoir suivant, pour s'adapter sur la convexe.

Second cas des trompes droites, lorsqu'elles sont surhaussées ou surbaissées.

Il y a plusieurs différences du cas précédent à celui-ci; la premiere à l'égard de la géométrie, c'est que la trompe droite à face circulaire est un cône droit proprement dit, & que la trompe droite surhaussée ou surbaissée est intrinsequement un cône scalene coupé perpendiculairement à son axe, dont la section circulaire, qui est inconnue, mais qu'on peut trouver par le problême 33 du deuxieme livre, est oblique à ce même axe.

A l'égard du trait de la coupe des pierres, cette trompe differe de la *fondamentale* en quatre choses. 1°. Dans le contour du ceintre de face, lequel est surhaussé ou surbaissé, au lieu que dans celle-là il est circulaire. 2°. Dans la direction des joints de tête, qui ne doivent pas tendre au centre C, mais être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de chaque division de voussoir, comme nous l'avons dit des berceaux de face elliptique; ainsi le joint de tête 5° 1° aboutit sur le diametre AE au point x, & le joint 6° 2° prolongé tend au point y. 3°. Dans la longueur des joints de lit qui ne sont pas égaux entre eux, mais qui s'allongent ou se raccourcissent, en s'élevant depuis le niveau des impostes à la clef, selon que le ceintre est surhaussé ou surbaissé. 4°. De cette inégalité de lits suit celle des angles des têtes de leurs surfaces, qui sont aussi inégaux entre eux, au lieu que dans la trompe précédente les lits & leurs têtes sont égaux en tout. *Fig.* 102.

Soit [*fig.* 102.] à la gauche, la moitié d'une face surhaussée AabB, élevée sur le même diametre AE, & sur le même angle rentrant ASE que dans la trompe précédente. L'ayant divisé en ses voussoirs, & abaissé des perpendiculaires 1° p^1, 2° p^2, on tirera les projections des joints de lit p^1s, p^2s au sommet de l'angle s, lesquelles seront plus serrées du côté du piédroit Bs, qu'elles n'étoient à la trompe circulaire, ce qui les

allonge un peu plus. Par le moyen des projections & des àplombs $1^o p^1$, &c. on cherchera les vraies longueurs des joints de lit par des profils, comme nous l'avons dit au troisieme livre. Ayant porté sur une ligne BC^s, placée où l'on voudra

Fig. 103. [*fig.* 103.] les longueurs des projections de la figure 102, comme sp^1 en C^sp^1, de la figure 103, sp^2 en C^sp^2, on élevera sur ces points $p^1 p^2$ des perpendiculaires $p^1 1f$, $p^2 2f$ égales aux hauteurs des retombées $p^1 1^o$, $p^2 2^o$, & l'on tirera les hypothénuses $1f C^s$, $2f C^s$, qui seront les vraies longueurs des joints de lit, qui étoient raccourcies dans la projection, parce que les lits ne sont pas paralleles au plan horisontal, comme dans plusieurs berceaux.

Par le moyen de ces vraies longueurs des joints de lit, on fera facilement les *panneaux de doele plate*, qui sont des triangles scalenes, lesquels ont pour côtés deux de ces joints, & pour tête la corde de l'arc de face, qui est entre les deux lits. Ainsi ayant pris à volonté une longueur B^dC^s égale à celle du piédroit SB, pour la premiere doële, du même point C^s pour centre, & $C^s 1f$ pour rayon, on fera un arc d 9, & du point B^d pour centre & pour rayon la corde $B 1^o$ de la figure 102, on fera un autre arc qui coupera le précédent au point d, par lequel tirant les lignes $d B^d$ & $d C^s$ on aura le triangle $B^d d C^s$, qui sera le panneau de doële plate du premier voussoir; ainsi des autres qu'on voit de suite à la gauche de la figure 103. Mais parce que nous avons remarqué ci-devant que cette doële entiere deviendroit si aiguë en C^s, qu'on ne pourroit tailler la pierre sans la casser, il faut en retrancher une partie $t 1 C^s$, semblable au grand triangle, en menant par un point t, qui a été déterminé au plan horisontal en T, à une distance de C^s prise à discrétion suivant la grandeur qu'on veut donner au trompillon TN. Ainsi ayant porté sT de la figure 102, en $C^s t$ de la figure 103, on tirera par t une ligne t 1 parallele à $B^d d$, qui coupera $C^s d$ au point 1, ensuite par ce point trouvé 1 on tirera 1 2 parallele à $d d^2$, qui donnera le point 2, les triangles $t 1 C^s$, $1 C^s 2$ seront les parties des doëles plates qu'il faut retrancher des panneaux, qui se réduisent par cette génération à des trapezes $B^d t 1 d^1$, d^1 1 2 d^2; le restant de la figure est la moitié de la clef, qui est toujours un trapeze isoscele, parce que les deux côtés de la clef étant à même hauteur & distance du milieu, sont égaux.

Il faut présentement former les panneaux de lit, qui ne seront plus, comme dans la trompe droite circulaire, perpendiculaires au plan de la face verticale, mais inclinés à ce plan aussi bien qu'à l'horison, parce que les joints de lit [*fig.* 102.] doivent tendre au centre C, & le plan passant par le joint de tête 5° 1°*x*, doit couper celui de la face, suivant une ligne 1°*x*, d'ou il suit que le triangle 1°B*x* sera la projection verticale du plan de lit dans le vuide conique de la trompe; par conséquent il n'est pas perpendiculaire au plan vertical, parce que la projection d'un tel plan ne seroit qu'une seule ligne droite, comme nous l'avons démontré au deuxieme livre. Telle est CS à la trompe droite circulaire. On prendra donc la valeur des trois côtés de ce triangle pour en former un qui représentera exactement la grandeur de ce plan dans le vuide, sçavoir la ligne 1°*x*, qui est dans sa mesure sans altération : secondement la distance *xs* sur le plan horisontal, qui est la valeur de *x*C où est la section du plan de lit avec l'horison; enfin la longueur du joint de lit $C^s d^1$ de la figure 103, pour troisieme côté, dont on fera à part le triangle XOS, dont le côté XO prolongé fera avec la ligne SO l'angle SOZ, que l'on cherche pour former le panneau de lit, qu'on a transporté à la figure 103 en $C^s d$ ʒZ sur la place qu'il doit occuper au développement composé. *Fig.* 102 & 103.

Comme la division du ceintre de face en parties égales donne des voussoirs de longueurs inégales à la doële, si l'on vouloit qu'ils y fussent égaux, mesurés transversalement à distance égale du sommet S, il faudroit chercher la section circulaire par le problême 33 du deuxieme livre, & la diviser également; alors les têtes des voussoirs de la face deviendroient plus grande vers la clef que vers les impostes. A l'égard des biveaux de doële & de tête, de lit & de doële, on les cherchera par la même méthode générale qui a servi à la trompe droite circulaire, laquelle sert d'exemple pour les deux; observant que le même biveau de lit & de doële ne peut servir pour d'autres voussoirs que pour les deux égaux à même hauteur, à droite & à gauche au dessus de l'imposte, & même qu'il en faut deux à chaque voussoir, un pour le lit de dessus, l'autre pour celui de dessous, au lieu qu'à la trompe droite circulaire le même sert pour tous.

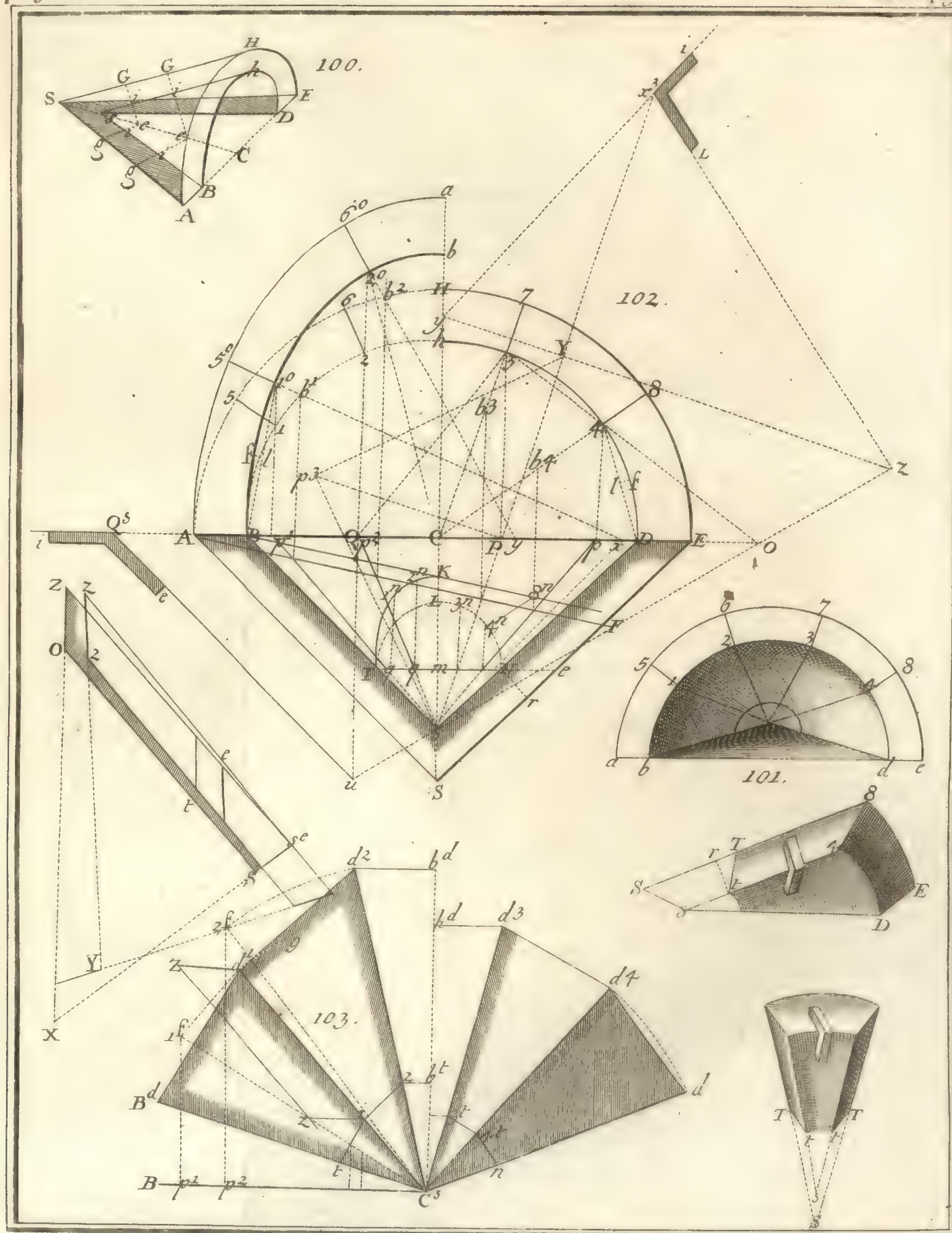
L'application du trait sur la pierre est aussi, en tout, la même

que celle de la trompe droite circulaire ; il n'y a de différence qu'en ce qu'il n'eſt pas indifférent de faire uſage des arcs de face & de trompillon d'un vouſſoir à l'autre, parce que ces arcs ſont auſſi toujours inégaux : il en faut obſerver la poſition, comme nous l'avons dit en parlant des berceaux ſurhauſſés & ſurbaiſſés.

Explication démonſtrative.

Pour parvenir par gradation à la formation de la ſurface courbe du cône, nous commençons par y inſcrire une pyramide qui a autant de côtés qu'il y a de cordes dans l'arc de face, que l'on réduit en polygone, & cette pyramide eſt encore ſubdiviſée en d'autres quadrilateres par les ſections des plans des lits, qui doivent tous ſe croiſer à l'axe, ſi la trompe eſt circulaire. Si la pyramide étoit pleine, les diviſions de ces plans formeroient des parties de pyramides triangulaires; mais comme l'eſpace au dedans de la doële eſt vuide, il reſte dans l'épaiſſeur des parties pyramidales quadrilateres, qui ſont les vouſſoirs compris par deux triangles, l'un de la doële & l'autre de l'extrados, & deux parallelogrames, qui ſont les lits. Or comme leurs côtés ſont tous inclinés au plan horiſontal, ils ſont auſſi tous raccourcis dans la projection ; c'eſt pourquoi il faut en chercher la valeur par le moyen de la hauteur ſur la projection horiſontale, comme il a été expliqué au troiſieme livre, & les biveaux ou angles de ces ſolides, comme il a été dit au même livre.

Comme on ne peut raſſembler les pointes de pluſieurs vouſſoirs en un même ſommet de cône, on en retranche la partie du trompillon, qui réduit les triangles des doëles à des trapezes. Et parce que la ſection du trompillon eſt parallele à la face, il ſuit que le ceintre de ſa tête eſt toujours ſemblable à celui de la face en petit. Si la face eſt circulaire ſa tête ſera un petit demi-cercle, & ſi elle eſt elliptique, elle ſera une demie ellipſe dont les axes ſeront proportionnels à ceux de la face.


100.
101.
102.
103.

PROBLEME XIV.

Faire une voûte conique de face plane quelconque circulaire ou elliptique, oblique à un axe horisontal.

Ce problême comprend plusieurs cas de biais, talud, ou surplomb, simple, ou composé de deux obliquités, lesquelles causent les mêmes effets dans les voûtes coniques que dans les cylindriques, dont nous avons traité en parlant des berceaux.

1°. L'obliquité de la face, qui est verticale sur la direction horisontale de l'axe de la trompe ou voûte conique, allonge les doëles & les lits d'un côté & les raccourcit de l'autre. 2°. L'obliquité du simple talud raccourcit ces mêmes parties des voussoirs vers la clef; & celle du surplomb, au contraire, les allonge à mesure qu'elles s'élevent au dessus des impostes jusqu'à la clef. 3°. Enfin l'obliquité composée du biais & du talud a aussi de doubles effets.

Nous ne comptons pas ici les voûtes à triple obliquité, où l'axe est incliné à l'horison, parce que nous les mettrons à part, comme nous avons fait des descentes en berceau. Il s'agit dans les traits dont nous parlons, de trouver les sections triangulaires & elliptiques des cônes dont l'axe est incliné à la face, soit que le cône soit scalene, sur une base circulaire ou sur une elliptique, ce qui peut comprendre le cône droit coupé obliquement. D'où l'on tire différens moyens de faire les trompes biaises, comme nous allons le dire.

Premier Cas.

Trompe conique biaise de face plane quelconque, circulaire, surhaussée ou surbaissée sans talud.

Premiere disposition,

Où l'arc de face est pris pour ceintre primitif.

Soit [*fig.* 104.] le triangle B*s*D le plan horisontal du vuide de la trompe, dont les piédroits sont A*s*, *s*E, & le ceintre de face de la doële B*h*D avec son extrados AHE, que nous supposerons, pour la facilité de l'exemple, circulaire, quoi- Planche 44. Fig. 104.

que la construction puisse convenir au surhaussé ou au surbaissé. L'ayant divisé en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4 & abaissé à l'ordinaire des points de ces divisions des perpendiculaires à son diametre AE, qui le rencontreront aux points P & p, on menera par ces points des lignes droites au sommet de l'angle s, qui exprimeront les projections des joints de lit, dont on cherchera la valeur, comme au trait précédent, par des profils pour chacun en particulier, qu'il sera facile de faire en prenant chacune de ces projections pour base du profil, & en élevant à chacun des points Pp une perpendiculaire égale à la hauteur de l'à-plomb correspondant $p^1 1$, $p^2 2$, &c. pour tirer l'hypoténuse, qui est la valeur cherchée du joint de lit.

On peut aussi faire ces profils en prenant pour côté ces mêmes à-plombs, & en portant les longueurs des projections sur la ligne AE prolongée, qui leur est perpendiculaire; ainsi portant Ps en Po^4, & tirant $4o^4$, on aura la valeur de la projection Ps; de même si l'on porte la projection p^3s en p^3o^3, on aura $3o^3$ pour la valeur de p^3s qu'on cherche. L'une & l'autre de ces manieres sont bonnes, mais lorsqu'il y a plusieurs voussoirs, elles causent de la confusion dans l'épure.

Il convient mieux de faire ces profils dehors, par exemple, sur une base Gg, passant par le point s du sommet de l'angle, puis tenant une des pointes du compas immobile en ce point, on l'ouvrira successivement des intervalles sp^1, sp^2, &c. qu'on portera sur la base de profil aux points $b^1 b^2$ d'un côté, & b^3 b^4 de l'autre, ce qui est indiqué par des arcs de cercle ponctuées $p^1 b^1$, $p^2 b^2$, pour en indiquer les origines. Ensuite par les points marqués on abaissera des perpendiculaires $b^1 1f$ $b^2 2f$, $b^3 3f$, &c, égales aux à-plombs du ceintre de face $1p^1$, $2p^2$, &c. puis tirant les lignes $1fY^1s$, $2fY^2s$, $3fY^3s$, $4fY^4s$, on aura toutes les longueurs des joints de lit, sans confusion à part.

Si l'on veut les valeurs des diagonales des lits du sommet s aux extrados 5, 6, 7, 8, on prendra du même centre commun s les longueurs $s5^p$, $s6^p$, &c, & l'on trouvera leur valeur, comme on a fait à la doële, 5es, 6es, &c. Les longueurs réelles des joints de lit à la doële étant trouvées, il sera aisé de former les panneaux de lit & de doële plate, comme nous l'avons dit pour les trompes droites.

Les doeles sont des triangles scalenes formés par trois lignes

données, savoir, deux joints de lit & une corde de l'arc de tête d'une division à l'autre. Mais comme leur pointe doit être émoussée pour la place du trompillon, il faut aussi chercher par le profil la longueur qui doit être retranchée de chaque joint; ainsi ayant déterminé au plan horisontal la projection de la face du trompillon *bd* parallele à la face BD, ou si l'on veut perpendiculairement à l'axe SC de la trompe, on posera une des pointes du compas en *s*, & ouvrant l'autre de l'intervalle des points de section des projections des joints de lit *s*P, *sp* avec cette ligne *bd* ou TN, on portera les intervalles *sy*, *sy* en *st*, *st*, où l'on tirera des perpendiculaires à G*g*, qui couperont les profils aux points Y, Y^2, les longueurs sY^1, sY^2, sY^3, *s*Y, qui sont toutes inégales, seront les parties qu'il faut retrancher de chaque doële, à commencer à la pointe: ce qui est exprimé à la figure 105, où l'on voit la suite des doëles plates hachées, & la pointe supprimée de chacune pour le trompillon laissé en blanc, ce qui fait voir d'un coup-d'œil le développement de la pyramide tronquée inscrite dans le cône scalene, qu'on se propose de faire. *Fig.* 104.

Les panneaux de doële étant faits on fera ceux de lit, comme nous l'avons dit pour la trompe droite surhaussée ou surbaissée, par le moyen des triangles, qui sont les sections des plans des lits dans le vuide intérieur de la trompe, dont les trois côtés sont donnés, savoir, 1°. l'intersection à l'axe du cône CS, où tous les plans se croisent, si la face est circulaire, comme dans cet exemple, laquelle longueur CS sert pour tous les triangles, ainsi on l'a transportée en *Sf Cf* dans la figure à côté, pour base de tous les profils. 2°. L'on a tous les rayons C1, C2, C3, C4, qui sont égaux entre eux si la face est circulaire; ainsi du point C*f* pour centre & d'un même rayon on décrira un arc indéfini, 3, 4, 2, 1. 3°. L'on a toutes les longueurs des joints de lit à la doële, trouvés aux profils en *s*1*f*, *s*2*f*, *s*3*f*, *s*4*f*, avec lesquels pour longueur de rayon & du point S*f* pour centre, on décrira des arcs successivement, qui couperont le premier fait du centre C*f* aux points 3, 4, 2, 1, par lesquels & le centre C*f* on tirera des lignes 3, 7; 4, 8; 2, 6; 1, 5, qui donneront les angles *sf* 3 7; *sf* 4 8; *sf* 2 6; *sf* 1 5, qui sont ceux des têtes des lits à la face. 4°. Enfin du point S de l'extrados, pris au plan horisontal de l'intervalle *Ss* porté en *sf* S, on tirera des paralleles à *Figure à la droite de la figure* 104.

chaque joint de doële pour avoir ſa largeur à l'extrados, ce qui donnera les trapezes $Ssf37$, & les autres de ſuite, qu'on voit à la figure diſtingués par des petites hachures, pour marquer qu'ils ſont les uns devant les autres.

Tels ſeroient les lits s'il n'y avoit pas de trompillon; mais comme il eſt de néceſſité indiſpenſable d'en faire un, il faut retrancher de chacun la même partie du profil des joints de lit, que nous avons retranché à la doële, ſavoir sY pour le premier, sY pour ſecond, portés en sft^1, sft^2, &c. & mener par les points trouvés t, t^2 des paralleles aux têtes de coupe 3, 7; 4, 8, &c. le parallelograme $t^1 7$ ſera la figure du premier lit; ainſi des autres, ſuppoſant que la face du trompillon ſoit à-plomb. Si on vouloit la faire en coupe de ſurface conique convexe, au lieu de la parallele t, e, il faudroit tirer une perpendiculaire tT au lit $sf3$, comme il a été dit au trait précédent.

Il reſte à tracer le ceintre de tête du trompillon, qui ſert auſſi pour toutes les têtes en lit des vouſſoirs, qui ſe poſent ſur le trompillon. Premierement, ſi la tête du trompillon eſt faite parallele à la face, comme bd à BD, il eſt viſible que ce ceintre ſera un demi-cercle, dont bd eſt le diametre, ſur lequel les interſections des projections des joints de lit sp^1, sp^2, donneront des points de diviſion des vouſſoirs, ſur leſquels les perpendiculaires éluvées dans le demi-cercle donneront les hauteurs des retombées des têtes inférieures, qui s'appuient ſur le trompillon. Mais ſi au lieu de faire la tête du trompillon biaiſe on vouloit la faire droite ſur l'axe, alors le ceintre de cette tête ſeroit une demi-ellipſe, dont TN eſt un diametre; pour trouver ſon conjugué, on le diviſera en deux également en m, par où on menera bd parallele à BD, puis on prendra une moyenne proportionnelle entre bm & md, qui donera mz pour le demi-diametre que l'on cherche, ſuppoſant la face BD & ſa parallele bd circulaire. Mais ſi la face n'eſt pas circulaire, comme ſi elle étoit ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, alors il faut mener par tous les points y, y, où les projections des joints de lit sp^1, sp^2 coupent le diametre TN, des paralleles à la ligne sC juſqu'à la rencontre du diametre BD aux points i, i, par leſquels on élevera des perpendiculaires au même diametre, qui couperont les lignes 1C, 2C, 3C, 4C aux points x^1. x^2, x^3, x^4, les hauteurs ix^1, ix^2, ix^3, &c. ſeront celles des retombées

retombées des têtes inférieures des voussoirs, lesquelles étant arrangées de suite perpendiculairement sur le diametre TN aux points y, y, donneront des points au contour de l'ellipse qu'on cherche, qui sera le ceintre de face du trompillon droit ; on verra ci-après cette construction inverse, qui servira d'explication à ce qu'on pourroit n'avoir pas bien entendu dans celle-ci.

On peut aussi trouver toutes ces mêmes hauteurs de retombées, par les profils des joints de lit, en portant du centre s tous les intervalles sY^1, sY^2 en st, st sur la base de profil gG; les perpendiculaires sur cette base tY^1, tY^2 seront celles que l'on cherche, qui doivent être arrangées sur les divisions trouvées yy du diametre TN de la face du trompillon, ou d'une division transversale de têtes en lits, lorsque les voussoirs sont trop courts pour occuper toute la longueur depuis la face au trompillon. *Fig.* 104.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la maniere de trouver les biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële, parce que celle que nous avons donnée pour la trompe droite est générale pour toutes les autres biaises, soit que le ceintre soit circulaire, surhaussé, ou surbaissé, avantage que n'ont pas la plupart des autres méthodes données par les auteurs; telle est celle du profil d'une section transversale que donne M. de la Rue, laquelle ne peut servir que pour le cône intrinsequement droit circulaire, ou tel ou coupé obliquement, & non pas pour celui qui est intrinsequement scalene, sans plusieurs correctifs, en ce que dans celui-ci les biveaux sont inégaux à chaque lit à distances inégales des impostes.

Seconde disposition, où l'on prend une courbe de section droite pour un ceintre primitif.

Dans la construction précédente où nous avons pris le ceintre de face biaise pour ceintre primitif, nous avons cherché celui de la section droite, pour former la tête du trompillon droit & les joints transversaux de la doële. Ici, par une méthode inverse, nous supposons une section droite ou au dedans de la trompe, comme celle du trompillon, ou une section imaginaire hors de la trompe prolongée, pour en tirer la courbe du ceintre de face biaise. Lorsqu'on suppose une section droite dans le cône donné, on appelle cette méthode *par inscription*; lorsqu'on la suppose au dehors, on l'appelle *par circonscription*. Il est évident que puisque toutes les sections du

cône, qui sont paralleles entre elles, sont semblables, il importe peu pour la justesse de l'opération, qu'on se donne un

Fig. 106. ceintre au dedans ou au dehors du cône donné. Le Pere Deran, & après lui M. de la Rue operent par *circonscription*, en prolongeant le plus petit côté de la trompe, jusqu'à ce qu'il devienne égal à l'autre, pour réduire la trompe biaise en droite, de laquelle ils retranchent ensuite les parties qui excedent la biaise; ainsi leurs panneaux se font par la soustraction, au lieu que la prenant au dedans, ils se font par addition des parties excédentes.

L'une & l'autre de ces méthodes a quelques inconvéniens qui ne se trouvent pas dans la premiere disposition, où le ceintre de face est primitif; le premier est, que le ceintre de face devenant secondaire, n'est connu que lorsque l'opération est faite, de sorte que suivant le plus ou le moins de biais il est plus ou moins surbaissé, & quelquefois couché en forme de rampant, le milieu de la clef n'étant pas à plomb sur le milieu du diametre passant par les impostes, au lieu que formant l'arc de face primitif sur le diametre du biais de face, on lui donne tel contour qu'on juge à propos. Le second inconvénient est que l'arc de face secondaire perd non seulement la régularité du ceintre primitif de section droite qu'on s'est donné, mais encore celle de l'épaisseur apparente des têtes de ses vous-

Fig. 106 & 107. soirs, laquelle est moindre dans la partie la plus courte que dans la longue, comme on peut le voir à la figure 107, à commencer aux impostes, dans le rapport des lignes qui sont les têtes des piédroits AB & DE, de la figure 106, ce qui méritoit l'attention des auteurs cités, qui n'ont pas parlé de la premiere disposition. On peut aussi dire en faveur de leur méthode, que si l'arc de face est moins régulier, le contour intérieur de la doële le paroît davantage; faisant donc plus d'attention à la doële qu'à la face, on pourra operer de deux façons, qui reviennent à la même.

Premiere pratique, par circonscription d'un cône droit à un cône oblique.

Fig. 106. Ayant prolongé le côté SE jusqu'en *e*, en sorte que S*e* soit égal à SA, on tirera la ligne A*e*, qui représentera le diametre de la base d'un cône droit, sur lequel on décrira tel ceintre que l'on jugera à propos; nous le supposerons premierement circulaire, auquel cas on peut se servir du Pere Deran que M. de

la Rue a ſuivi : mais ſi le ceintre eſt ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, il n'eſt plus juſte & par conſéquent d'aucun uſage. Le voici : ayant décrit le demi-cercle *bhd*, & ſon concentrique pour l'extrados AH*e*, on le diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on abaiſſera à l'ordinaire des perpendiculaires au diametre A*e*, qui le couperont aux points p^1, p^2, &c. par leſquels & le point *s*, ſommet du cône, on tirera des lignes p^1s, p^2s, qui couperont le diametre donné BD, aux points y^1, y^2, y^3, &c. qui donneront les diviſions de ce diametre, ſur leſquels on élevera les perpendiculaires des hauteurs des retombées, dont il faut chercher la longueur, comme nous l'avons fait au trait précédent. Par tous les points y^1, y^2, &c. on tirera des paralleles aux lignes $1p^1$, $2p^2$, qui couperont les rayons 1C, 2C, &c. en des points x^1, x^2, x^3, x^4, par leſquels on tracera une demi-ellipſe, comme on voit à la figure 106 ; mais à cauſe de la multiplicité des lignes, il convient de la tracer à part, comme on voit à la figure 107, où les intervalles B*q* ſont égaux à ceux de B*y* de la figure 106, & les hauteurs $q^1 1^x$, $q^2 2^x$, &c. ſont égales à celle de $q^1 x$, qx^2 de la figure 106. *Fig.* 106 & 107.

Cependant comme la méthode des Auteurs cités donne de grands intervalles d'un point à un autre, par où il faut faire paſſer une demi-ellipſe, ils ſont obligés de faire des ſou-diviſions pour trouver des points de l'ellipſe entre deux, ce qui allonge l'opération & embrouille le trait d'un grand nombre de lignes. Il eſt plus ſimple & plus court de chercher le demi-axe conjugué au donné BD ; il ne s'agit que de mener par le milieu *m* de BD une parallele à A*e*, qui eſt LO, & prendre une moyenne proportionnelle entre L*m* & *m*O, c'eſt-à-dire, de la moitié de LO pour rayon, & du point près de C, où elle coupe l'axe, pour centre, faire un arc de cercle qui coupera *mz* en *z* ; cette ligne *mz* ſera le demi-axe qu'on cherche, par le moyen duquel on tracera tout d'un coup [par le problême 7 du deuxieme livre] la demi-ellipſe B*h'*D pour la doële, qui coupera les perpendiculaires indéfinies élevées à tous les points *q* aux points x^1, x^2, &c. On en fera de même pour l'extrados, en prenant le milieu de AE en C^e, & traçant la demi ellipſe AH^6E pour l'extrados excentrique à la premiere [par le théorême I. du premier livre]. Fig. 106 & 107.

Pour tracer le biais des têtes des panneaux de doële, lorſ-

que le cône eſt droit & circulaire, ayant mené des paralleles au diametre Ae, par tous les points y^1, y^2, &c. qui couperont sB, côté de la trompe, aux points 1, 2, 3, 4, on aura la ſuite du raccourciſſement de chaque joint de lit ; ainſi ſuppoſant les diviſions des vouſſoirs égales au ceintre primitif, on portera la corde $b1$ en br, & l'on tirera sr ; puis du point s pour centre, & pour rayons les côtés inégaux $s1$, $s2$, $s3$, $s4$, on fera des arcs qui couperont sr en des points u^1, u^2, u^3, u^4, par leſquels & par les côtés immédiatement plus longs on tirera les lignes biaiſes $1u^1$ $2u^2$ $3u^3$, &c. qui ſeront les têtes des vouſſoirs de doële plate.

Pour tracer celles des joints de lit, il n'y a qu'à tirer du point C pour centre par les points ooo, où les paralleles paſſant par les points y^1, y^2, &c. coupent le côté sd, des lignes $o1^e$, $o2^e$, $o3^e$, qui ſeront les têtes des joints de lit ; mais cette pratique, comme je l'ai dit, n'eſt pas générale, elle eſt particuliere au cône droit circulaire ; ainſi lorſque l'arc de face ſera ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, il faut chercher les valeurs des projections des joints de lit, comme aux traits précédens, & opérer de même pour la formation des panneaux de doële & de lit.

Fig. 106. Il eſt clair, 1°. que ſi l'on fait la tête du trompillon TN, de la figure 106, parallele au biais AE, le ceintre de cette tête ſera une demi-ellipſe, ſemblable à celle de la face, qu'on trouvera par conſéquent de la même maniere. 2°. Que ſi l'on vouloit faire le trompillon droit, ſon ceintre ſeroit auſſi ſemblable au ceintre primitif fait ſur le diametre bd, ſçavoir un demi-cercle, ſi le cône eſt droit circulaire, coupé obliquement par AE, & elliptique ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, ſemblable à celui de face ſuppoſée par la conſtruction ; auquel cas l'axe conjugué à celui de la ſection oblique AE ne ſe trouve plus par une moyenne proportionnelle, comme nous l'avons dit, mais par un profil fait ſur la projection de la ligne du milieu de la clef paſſant par smg, dont sg & gi étant mis à angle droit, en portant gs en gX, l'hypothénuſe iX ſera le côté du cône droit elliptique ; puis portant gm en gM, & tirant M Y parallele à gi, qui coupera iX en Y, la ligne M¹Y ſera le demi-diametre que l'on cherche.

On voit que la ſuite de cette opération jette une grande irrégularité dans la diviſion des têtes des vouſſoirs de la face, mais que la doële en eſt plus réguliere dans le fond de la trompe,

où les vouſſoirs deviennent d'égale largeur méſurés tranſverſalement.

Seconde pratique, par l'inſcription *d'un cône droit de baſe circulaire ou elliptique dans le cône oblique.*

Il eſt viſible que cette pratique eſt l'inverſe de la précédente, qu'il faut prendre le cône droit au dedans de la face oblique, & ajouter l'excès de l'obliquité, au lieu que dans la précédente on retranchoit l'excès du cône droit ſur le cône oblique. Ainſi on prendra ſur les côtés *s*B, *s*D des longueurs égales, comme *s*I, *s*K, & l'on tirera IK pour diametre du ceintre primitif, qu'on fera circulaire ou elliptique, comme on le jugera à propos; puis l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs, & ayant abaiſſé des perpendiculaires, qui couperont le diametre IK aux points *n*, *n*, on menera par ces points & par le ſommet *s*, les projections des joints de lit, qu'on prolongera juſqu'à ce qu'elles rencontrent le diametre de face BD aux points y^1, y, &c. Puis on fera des profils ſur les hauteurs du ceintre primitif pour avoir les valeurs des joints de lit par le moyen de leur projection, leſquels joints étant prolongés juſqu'aux perpendiculaires élevées ſur les projections aux points y^1, y, &c donneront les hauteurs des retombées néceſſaires pour former le ceintre de face de la figure 107; ce qui eſt aſſez clair pour ne pas s'y arrêter plus long-tems. *Fig. 106.*

REMARQUE.

De quelque maniere qu'on faſſe les trompes biaiſes extradoſſées, on ne peut éviter tous les inconvéniens de l'obliquité; nous en avons trouvé deux dans celles où le ceintre primitif eſt imaginaire droit, l'un dans l'inégalité de la diviſion des têtes des vouſſoirs, l'autre dans l'excentricité de l'arc de face de doële à celui de l'extrados, dont les intervalles ſont inégaux d'une impoſte à l'autre, par le théorême I, comme on voit à la figure 107. Si au contraire on fait l'arc de face primitif de deux arcs de doële & d'extrados concentriques, il en réſulte une inégalité d'épaiſſeur dans les piédroits & dans l'épaiſſeur de la voûte, ſi elle eſt extradoſſée, comme on le voit à la figure 104, où l'épaiſſeur BF eſt plus petite que DG, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité de la trompe, ce qui ſeroit contraire à la ſolidité de la conſtruction, ſi l'on examinoit la choſe en elle-même; mais comme cette inégalité d'é-

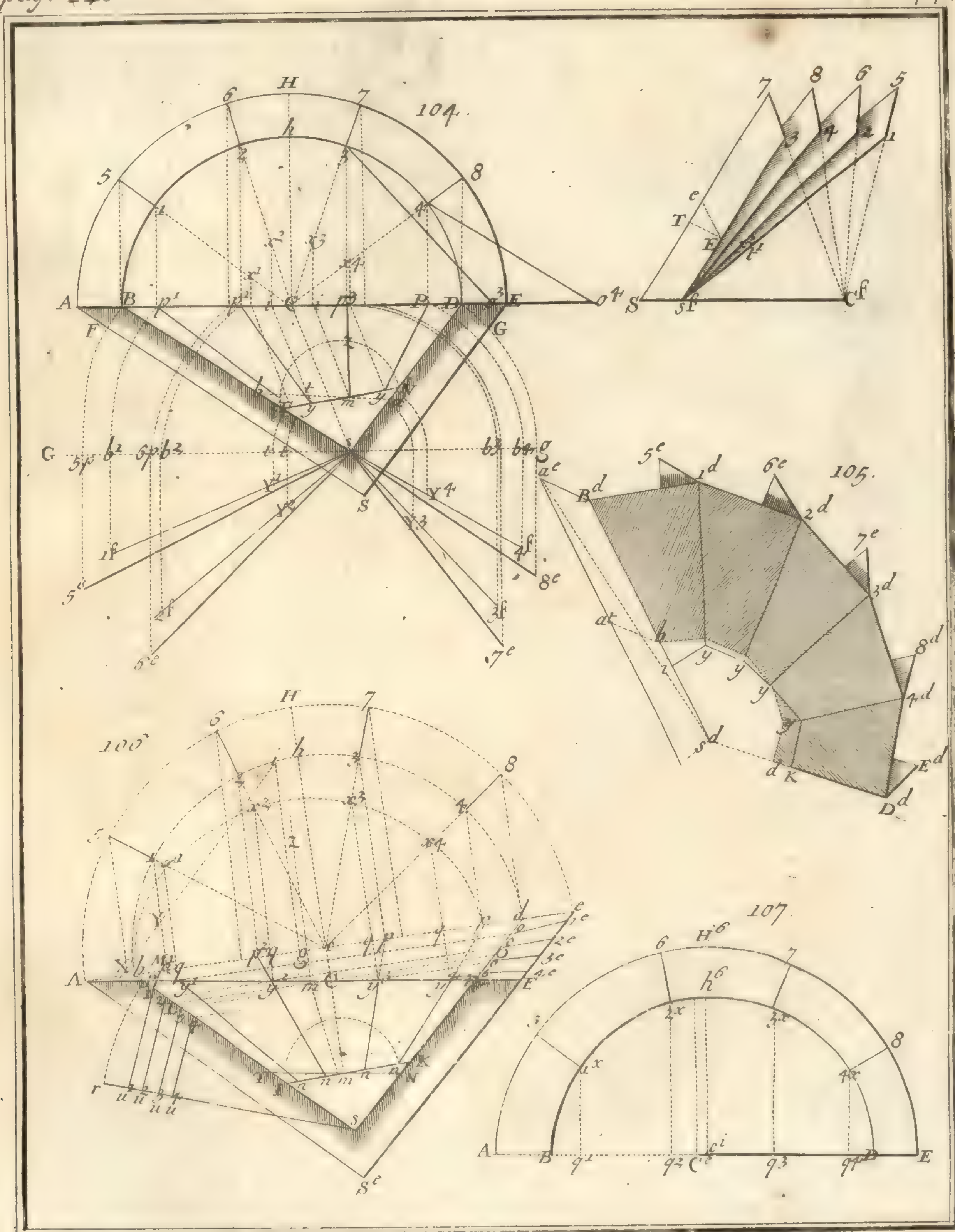
paiſſeur n'eſt pas apparente, & qu'on peut ordinairement y ſuppléer, cet inconvénient eſt plus facile à lever que celui de la difformité de la face des ceintres ſecondaires excentriques & de diviſions inégales. Ainſi c'eſt à l'architecte à choiſir ; s'il veut une face réguliere, il faut y prendre le ceintre primitif ; s'il veut la doële réguliere, il faut ſuppoſer une ſection droite circulaire & opérer par inſcription ou par circonſcription.

Explication démonſtrative.

Pour concevoir la raiſon de toutes ces différentes conſtructions, il faut ſe rappeller ce que nous avons dit au commencement du premier livre, touchant les ſections des cônes coupés par des plans. Que toutes celles qui paſſent par le ſommet ſont des rectilignes, que nous pouvons ſubdiviſer en deux eſpeces ; ſçavoir celles qui paſſent par l'axe, & celles qui n'y paſſent pas.

Lorſque la trompe eſt droite & ſa face circulaire, ou biaiſe de face auſſi circulaire, tous les lits ſont des ſections triangulaires de la premiere eſpece, parce qu'étant prolongés dans le vuide de la voûte, ils s'entrecoupent tous dans l'axe. C'eſt de cette théorie que nous avons tiré la pratique de la figure 104 pour tracer les angles des têtes des lits, parce que les triangles dans le vuide ont tous pour côté commun l'axe SC, & un autre côté auſſi égal dans toutes les ſections circulaires, lequel eſt le rayon de la baſe. Or ayant les angles internes dans le vuide de la trompe *s*1C, *s*2C, on a leur ſupplément à deux droits *sf* 1, 5 ; *sf* 2, 6, &c. qui ſont ceux des têtes des panneaux de lit, comme on le voit dans la figure qui eſt à droite de la figure 104.

Les ſections triangulaires de la ſeconde eſpece qui ne paſ-
Fig. 106. ſent pas par l'axe, ſont celles des plans ſuppoſés dans le vuide de la voûte paſſant par les à-plombs 1*p*, 2*p*, *h*C de la face, leſquelles, à cauſe qu'elles ſont perpendiculaires au triangle par l'axe AS^eE, qu'on ſuppoſe encore perpendiculaire au plan de la face du cône, ſont diviſées par ce plan en deux triangles rectangles qui n'ont point de côtés communs ni égaux, comme dans les ſections perpendiculaires ; ceſt pourquoi il faut les former chacun à part. Or dans ces rectangles on connoît les deux jambes, ſçavoir la projection du joint de lit & la hauteur de la retombée ou à-plomb ſur le diametre de la face ; par conſéquent


104.
105.
106
107.

on en trouve facilement l'hypothénuſe, comme nous avons fait à la figure 104.

A l'égard des ceintres primitifs & ſécondaires des faces biaiſes & des droites ſur l'axe, il eſt viſible que l'on a toujours un diametre donné ſur le plan horiſontal, qui eſt un axe, & que l'autre, ſon conjugué, eſt proportionnel à celui du ceintre primitif. Si le cône eſt droit, l'axe de la baſe oblique eſt une moyenne proportionnelle entre L*m* & *m*O; ſi le cône eſt ſcalene, il ſera proportionnel à la perpendiculaire *gz* ſur le point *g*, provenant de la projection *smg*, & l'on aura *sg*=X*g* : *gi* :: *sm* : *mz*. Nous n'ajoutons rien ici touchant la conſtruction des panneaux de doële plate ; il eſt clair que nous inſcrivons dans le cône une pyramide dont les côtés des ſurfaces triangulaires ſont donnés. A l'égard des biveaux, nous renvoyons au quatorzieme problême du IIIe livre l'explication de leur conſtruction.

COROLLAIRE I.

De la conſtruction de la trompe ſimplement biaiſe, on peut tirer celle de toutes les autres trompes de différentes obliquités ſimples, comme du talud, ſurplomb, ou deſcente, & même celles dont les faces ont une double obliquité, comme nous l'avons fait pour les berceaux, en ſuppoſant que la ſimple biaiſe eſt tournée ſur ſon axe, ou changée de poſition à l'égard de l'horiſon.

1°. Si un cône oblique, qui repréſente une trompe biaiſe ſans talud dont le plan horiſontal eſt le triangle ASE, [*fig.* 108.] & la ligne AE, le diametre de ſa face, eſt ſuppoſé tourné ſur ſon axe SC, enſorte qu'il faſſe un quart de révolution de E vers A, alors le point E, qui ſe meut dans un plan ET, perpendiculaire à l'axe SC, viendra ſe placer en l'air ſur le point T, & le cône ainſi tourné aura ſa face couchée en talud, comme elle eſt repréſentée en DTFM de la figure 108, & en A*x*E de la figure 111 ; ainſi l'on a dans cette ſituation une *trompe droite en talud.* Nous diſons *droite*, parce que le diametre MT s'étant placé en DF eſt devenu perpendiculaire à l'axe SC. 2°. Si au lieu de faire tourner le cône de E vers A, on lui fait faire un quart de révolution en ſens contraire de A vers E, le point A tombant ſur le point M en de-là du centre C, la moitié ſupérieure de ce cône ſera l'image d'une trompe *Fig.* 108. & 111.

droite en ſurplomb. Nous diſons *droite*, parce que le même diametre MT, qui n'étoit repréſenté en projection que par un point C, s'eſt placé à angle droit ſur l'axe SC. 3°. Si au lieu d'un quart de révolution, on en fait un peu plus ou moins, comme en G*h*, il eſt clair que l'obliquité ne s'évanouira pas comme dans les quarts de révolution, parce que le diametre AE ne parviendra pas au plan vertical par l'axe MC ; il eſt auſſi clair que l'inclinaiſon de la face ne s'évanouira pas comme dans le ſimple biais, parce que le même diametre AE, que nous avons ſuppoſé dans un plan vertical, en eſt ſorti, puiſque le point A a été tranſporté en *h*, & le point E en G, & qu'il ne peut revenir au même plan vertical qu'après une révolution complette, ou dans un autre plan vertical différemment tourné B, après une demi-révolution. Ainſi il eſt clair que la face aura pour lors une double obliquité, l'une de direction, exprimée par *h*M ou GT, l'autre d'inclinaiſon ſur le diametre horiſontal DF, exprimée par *h*K. Que cette inclinaiſon ſoit en talud ou en ſurplomb, ce ſera toujours la même en ſens contraire. On appelle les trompes qui ſont dans ce cas, *trompe biaiſe en talud ou en ſurplomb* ; & ſi les impoſtes ne ſont pas de niveau, on les appelle de plus *rampantes*. 4°. Si dans une de ces ſituations on incline l'axe, que nous avons ſuppoſé horiſontal, ſans le tourner vers A ni vers B, on aura l'image d'une trompe en deſcente ou rampante, comme ſont pluſieurs de ces ouvertures évaſées qu'on appelle *abajours en deſcente droite*. 5°. Enfin ſi en penchant l'axe on le tourne vers A ou vers B, on y ajoute la circonſtance de la *deſcente biaiſe*.

Il eſt donc clair par cette expoſition des différentes ſituations d'un cône oblique, que les différences des trompes ne ſont que des différentes poſitions de la trompe ſimplement biaiſe, qu'on doit regarder comme la fondamentale, à laquelle les autres obliquités peuvent ſe rapporter.

COROLLAIRE. II.

Il ſuit encore qu'elle eſt non ſeulement l'élement des trompes obliques à une face, mais encore de celles qui en ont deux ou pluſieurs, faiſant des angles ſaillans ou rentrans, comme ſont les *trompes ſur le coin*, qui ont deux faces, & les *trompes à pans*, qui en ont trois ou pluſieurs. En effet on peut conſidérer la trompe ſur le coin de la figure 122 à la planche 47, comme

comme deux moitiés de trompes biaises adossées, tournées en sens contraire, telles sont BNS, DNS. Si leurs faces sont circulaires, ce sont deux quarts de cônes scalenes, si elles sont elliptiques, surhaussées ou surbaissées, ce sont deux quarts de cônes obliques sur une base elliptique, & si elles sont paraboliques, c'est une moitié de cône droit circulaire, coupé obliquement de deux sections contraires. Il importe peu que les faces des trompes, qui sont en saillie, soient égales ou inégales, l'une plus, l'autre moins biaise, ou l'une plus grande, l'autre plus petite; ce ne sont que des accidens de sections du cône qui ne doivent rien changer à la surface intérieure de la doële, parce que si on vouloit se fixer à une courbe de ceintre de face à chaque pan en particulier, il arriveroit que la doële ne seroit plus une seule surface conique suivie, mais composée de deux interrompues par un angle vers la clef, ou par plusieurs, si la trompe étoit à plusieurs pans.

REMARQUE.

Il suit de cette observation, que l'on peut appliquer aux trompes la méthode générale de Desargues, en ce qui regarde la recherche de la plus grande obliquité de la face à l'égard de l'axe du cône, qui est, suivant son langage, l'angle de la *sousessieu* avec l'*essieu*. Mais le reste des pratiques tirées de cette méthode ne convient plus si bien aux trompes qu'aux berceaux; l'auteur s'est un peu embrouillé par la multiplicité des essieux. Premierement, en ce qui regarde l'arc droit, il est clair que l'objet est tout changé. Secondement, il a été obligé de multiplier les essieux à chaque voussoir, lorsque les faces des trompes sont elliptiques; mais ce qu'il appelle essieu n'est plus celui du cône que par hasard, c'est la section d'un plan horisontal par la prolongation du lit. Pour avoir le vrai essieu, il auroit dû chercher la section circulaire de ces sortes de trompes, lesquelles, quoique droites, c'est-à-dire, dont l'axe est perpendiculaire à la face, sont des demi-cônes intrinsequement scalenes, dont on peut trouver la base circulaire, par le problême 33, du second livre, & par conséquent le seul & véritable *essieu* du cône; car on ne peut appeller de ce nom la section du plan du lit prolongé avec le plan de l'horison, lorsque le lit n'est pas dirigé à l'axe du cône, comme dans les trompes de face ellip-

tique dont les têtes sont en bonne coupe, puisqu'alors il ne tend pas à l'axe de la trompe.

USAGE.

Les trompes biaises sont quelquefois un très-bon moyen de raccorder les parties angulaires qui se trouvent dans les bâtimens, lorsque la place est naturellement irréguliere, ou que dans un édifice régulier il se trouve des parties de tour ronde adossées à des murs en ligne droite, qui laissent nécessairement des angles mixtes, qu'on doit corriger en les rendant rectilignes par une addition d'épaisseur au mur convexe, parce que ces angles sont désagréables à la vue. Je sçais bien qu'un bon architecte trouve le moyen de les cacher, & de les employer à donner des commodités à l'habitation ; mais il arrive des cas où il ne convient pas d'en user ainsi, comme lorsqu'on y veut ménager quelques ouvertures de communication, tel est celui où je me suis mis par la composition du *plan* de l'hôpital militaire que je bâtis actuellement à Landaw sur mes desseins, pour mille malades. Les salles aboutissent à une chapelle en rotonde qui en occupe le milieu, & pour y ménager des portes & des fenêtres de communication qui exposent l'intérieur de la chapelle à la vue des salles, j'ai racheté & voûté les quatre angles rentrans par autant de trompes, lesquelles, quoique biaises d'un pied sur une face de près de neuf & surbaissée, font un effet agréable à la vue, à laquelle elles présentent à chaque côté des salles un objet où l'on n'apperçoit aucune irrégularité sensible, & au travers duquel on voit la chapelle & une autre salle d'un bout à l'autre.

TROMPE DROITE EN TALUD.

Premiere maniere, par une nouvelle transposition.

De même que nous avons tracé les berceaux droits en talud en les considérant comme biais sans talud, nous pouvons faire l'épure de la trompe droite en talud comme celle d'une biaise sans talud, dont l'obliquité de la face sur son axe seroit égale à celle du talud sur le plan horisontal.

Fig. 110. Soit [*fig.* 110.] le triangle SCH la section verticale par l'axe de la trompe droite en talud, prise au lieu de plan horisontal. Ayant fait HT perpendiculaire sur l'axe SC, la ligne CT représentera le reculement du talud au milieu de la clef, que

l'on suppose connu, pour déterminer l'inclinaison de la face, dont CH est le profil, sur lequel on fera CA perpendiculaire à CH, & égale au demi-diametre de la face, c'est-à-dire, à CH, si le ceintre est circulaire; plus grande ou plus petite, s'il est surbaissé ou surhaussé; nous le supposerons premierement circulaire. Du point C pour centre, & avec le rayon donné on tracera le quart de cercle B1*h*, pour la doële & son concentrique A5H, pour l'extrados, & l'ayant divisé en parties égales à la moitié du nombre des voussoirs de toute la face, comme ici en deux & demi pour cinq voussoirs, aux points 1, 2, *h*, on abaissera par ces points des perpendiculaires sur CH, comme 1F, 2*f*, & d'autres 1*p*, 2*g*, sur AC. Par le sommet *s* de la trompe on tirera aux points F & *f* les lignes *s*F, *sf*, qui seront les projections verticales des joints de lit, dont on trouvera les vraies longueurs, comme ci-devant aux autres trompes, en les portant sur une base de profil *sg*, sçavoir *s*F en *s*G, & *sf* en *sg*, ensuite on fera les perpendiculaires *g*2*f*, G1*f* égales à *f*2 & à F1, & l'on tirera du sommet *s* les lignes *s*2*f*, *s*1*f*, qui seront la valeur des joints de lit que l'on cherche.

Les vraies longueurs des joints de lit étant connues, il est clair que dans ce trait, comme dans les précédens, on a tout ce qui est nécessaire pour faire les panneaux. 1°. Ceux de doële plate seront faits en triangles scalenes, formés de deux de ces joints & d'une corde 1, 2 de l'arc de face, le développement de ces panneaux sera la petite moitié de la figure 110 représentée pour chaque côté de la clef. 2°. Les panneaux de tête sont donnés à l'élévation en AB1, 5, &c. 3°. Ceux de lit se trouveront par le moyen des joints de lit & des rayons de la face, comme à la trompe biaise, figure 106. 4°. Les biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête, comme à la même trompe. La *démonstration* de cette opération est toute comprise dans la remarque, où nous avons montré que la trompe biaise tournée sur son axe d'un quart de révolution en fait une en talud ou en surplomb.

Seconde maniere, par la projection ordinaire.

On peut faire le trait de la trompe en talud, comme toutes les obliques, de deux manieres, 1°. par inscription ou circonscription d'une cône droit sur une base circulaire ou elliptique. 2°. En formant immédiatement un cône scalene, si l'on veut faire la face circulaire.

Le Pere Deran la fait suivant la premiere méthode, en prenant pour ceintre primitif un arc vertical sur le diametre de la face en talud. M. de la Rue au contraire a pris pour ceintre primitif l'arc de face, qu'il place en situation verticale pour le contour; ensuite, par un profil, il le couche sur le talud donné, comme le Pere Deran a fait dans le trait des berceaux en talud. La seconde maniere paroît préférable en ce qu'elle ne change point le ceintre primitif qu'on a choisi, au lieu que la premiere l'altere par l'obliquité du talud; en effet si le plan vertical est circulaire, la face en talud devient elliptique; mais il faut bien se garder d'imiter ce dernier auteur cité, dans l'exemple qu'il donne de la trompe en talud surbaissée; au lieu de faire une demi-ellipse sur son grand axe, il fait un segment de cercle, dont il met le centre au-dessous de l'imposte; car il en résulte infailliblement un jarret à la naissance de la voûte.

Nous allons donner un exemple plus régulier de ceintre surbaissé, qui servira pour les surhaussés & les circulaires, ce dernier étant encore plus simple. Soit [*fig.* 111.] l'angle rentrant B*s*D, qu'on doit voûter en trompe en talud surbaissée. Sur BD, comme grand axe d'une ellipse, & C*h* pris à volonté pour petit axe, ayant décrit [par le problême VII du deuxieme livre] la demi-ellipse B*h*D, on la divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera les perpendiculaires 1*p*, 2*p*, sur le diametre BD, au-delà duquel on les prolongera un peu, pour servir à la projection du talud. On prolongera aussi DB pour y prendre un point A à volonté, sur lequel ayant tiré une perpendiculaire AL, on y fera l'angle du talud donné LAT; on prendra aussi successivement les hauteurs C*h*, *p*2, *p*1, pour les porter sur la ligne AT en Ah^t, A2^3, A1^4, d'où l'on menera des paralleles à AD, qui rencontreront les perpendiculaires *h*C, 1*p*, 2*p*, &c. prolongées au-dessous de AB en X, 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, qui seront des points de la projection de la face par lesquels on pourra la tracer à la main, ou si l'on veut par un mouvement continu, suivant le problême VII du deuxieme livre, parce qu'elle est une demi-ellipse dont le grand axe BD, & CX moitié du petit, sont donnés. Si du sommet *s* on tire des lignes droites aux divisions de cette projection 1^t 2^t, &c, on aura les projections des joints de lit. La projection de l'arc de face d'extrados, si l'on en fait un, & celle de ses joints de lit se trouvera de la même maniere que pour la doële.

Fig. 111.

Préſentement il faut tracer les joints de tête 1, 5 ; 2, 6, non du centre C, comme font les ouvriers, mais perpendiculairement à l'arc elliptique, ſuivant la pratique que nous avons donné au problême X de ce quatrieme livre, en parlant des berceaux ſurhauſſés ou ſurbaiſſés, parce que nous ſuppoſons que cette face doit être apparente. Ces joints, qui ſeront les lignes 5, 1 ; 6, 2, étant prolongés, couperont le diametre AE aux points O & *o*, d'où par les points 1^t 2^t on tirera les lignes O 1^t 5^t, O 2^t 6^t, qui ſeront les projections des ſections de la face par les plans des lits. On cherchera enſuite la vraie longueur & inclinaiſon des joints de lit à la doële à l'ordinaire, en portant ſur une baſe de profil *s* D les longueurs des projections horiſontales *s* 1^t, *s* 2^t aux points G & *g*, où l'on élevera des perpendiculaires G3*f*, *g*4*f*, qu'on fera égales aux hauteurs du profil du talud 1 4*i*, 2 3*k*, puis on tirera les lignes *s*4*f*, *s*3*f*, qui ſeront les longueurs & les inclinaiſons cherchées.

Par le moyen de ces profils de joints de lit on pourra faire le ceintre du trompillon comme on le jugera à propos, ou en talud paralicle à l'arc de face, ou à-plomb. Si on le fait parallele à la face, il eſt viſible qu'il faut faire en petit ſur un diametre pris à volonté, ce qu'on a fait en grand pour la face antérieure. Mais ſi on veut faire ce ceintre dans un plan vertical, il en réſulte un changement de courbe ; car ſi celui de la face eſt circulaire, celui du trompillon ſera elliptique ſurhauſſé, & ſi elle eſt ſurbaiſſée, celui du trompillon le ſera moins.

Soit [*fig.* 111.] RN le diametre du trompillon, dont on veut faire la face ou tête verticale, par tous les points p^n p^n où les lignes *s*1^t, *s*2^t, qui ſont les projections des joints de lit, coupent ce diametre, on élevera des perpendiculaires p^n 1^n, p^n 2^n, dont on cherchera les hauteurs par le profil de chaque joint de lit, on portera les longueurs *s*p^n, *s*p^n en *s*d^1 *s*d^2, puis ſur les points d^1 d^2 on élevera des perpendiculaires à *s* D, qui couperont les profils des joints de lit *s*3*f* *s*4*f* aux points 4° 3°, les longueurs d^2 4°, d^2 3°, ſeront les hauteurs des à-plombs des joints qui aboutiſſent au trompillon du côté de la clef, & les mêmes en ſens contraire ſerviront pour l'autre côté du ceintre. Par les points de leurs extrêmités on tracera la courbe R1^n 2^n 34N, qui ſera le ceintre qu'on cherche ; ou bien on ſe contentera de *Fig.* 111.

chercher le demi-axe vertical mu, lequel étant doublé donnera le grand axe, par le moyen duquel & le petit RN, donné ou pris à volonté, on décrira la demi-ellipſe du ceintre de tête du trompillon, dont les parties $R1^n$, 1^n2^n, 2^n3, &c. ſeront les têtes inférieures en lit des vouſſoirs.

Préſentement on a tout ce qui eſt néceſſaire pour former les panneaux de doële, de lit, & de tête. 1°. Les panneaux de doëles plates ſeront des triangles formés de deux joints de lit & d'une corde de tête de face, duquel triangle on retranchera la pointe qui coupe le trompillon; ainſi pour la ſeconde & quatrieme doële plate, par exemple, ayant formé un triangle des trois lignes $s1^f = s4^f$, $s2^f = s3^f$, & de la corde 1, 2 ou 3, 4 on portera vers la pointe les longueurs $s1^o = s4^o$; $s3^o$, ſur les joints de lit correſpondans, pour en retrancher un triangle qui réduit la doële plate naturellement triangulaire en un trapezoïde, comme à la figure 113, $1^d 2^d 2^n 1^n$. 2°. Les panneaux de lit ſe trouveront par la maniere générale pour toutes les trompes, qui a été expliquée ci-devant aux figures 102 & 103, qui en ſera l'inverſe, dans cet exemple, à cauſe que les triangles dans le vuide de la trompe, qui augmentent vers la clef, diminuent dans celui-ci. Le premier panneau, qui ſert auſſi pour le quatrieme, ſe formera avec les lignes O1, Os, $s4^f$; le ſecond avec les lignes $o2$, os, $s3^f$, & les ſupplémens des angles en 1^t2^t, faits par la prolongation des côtés, venans des points O & o, donneront les têtes des panneaux de lit, comme on a vu à la figure 104, de la planche 44, & ici à la figure 114. On retranchera auſſi de ces panneaux de lit la pointe qui coupe le trompillon, & pour avoir l'angle du panneau de lit de ce côté, il faudra faire pour cette tête inférieure la même opération que pour la face, parce que la face étant en talud & la tête du trompillon à-plomb, les panneaux de lit ne ſont pas terminés par des lignes paralleles. 3°. Les panneaux de tête ſont donnés à l'arc de face & à celui du trompillon. 4°. Les biveaux de lit & de doële, ou de tête & de doële, ſe trouveront par la méthode générale expliquée au problême 14 du troiſieme livre, en rangeant trois ſurfaces de ſuite; mais de ces trois ſurfaces, il n'y en a que deux de données, ſçavoir une doële plate & un lit; la troiſieme ſera celle qui paſſe par la diagonale de la tête.

On peut auſſi ſe ſervir de la méthode générale par la projec-

tion que nous avons donné aux trompes précédentes ; mais comme la face de celle-ci eſt en talud, il faut y faire quelque attention particuliere. Suppoſons, par exemple, qu'on cherche le biveau de lit & de doële du ſecond vouſſoir. Ayant prolongé la corde 2, 1 juſqu'à ce qu'elle rencontre l'horiſontale EA prolongée en O^r, on tirera à l'ordinaire au ſommet *s* la ligne $O^r s$, qui ſera la ſection du plan de la doële avec l'horiſon ; mais à cauſe que la ligne $2O^r$ eſt inclinée au plan vertical, puiſqu'elle eſt en talud, il faut en prendre la projection en tirant O^r 2^t pour avoir la hauteur verticale du point 2^t au profil du talud TAL en 2^3k, & la ligne $O^r s$ ſera la ſection du lit avec l'horiſon ; ainſi on trouvera le biveau de lit & de doële par la maniere ordinaire du problême 14 du troiſieme livre.

L'application du trait ſur la pierre n'a rien de différent de celle des traits précédens.

Explication démonſtrative.

On peut reconnoître ici une partie du trait des berceaux en talud ; la ligne AL repréſente en projection un plan vertical porpendiculaire à la face AE, dans lequel eſt l'angle du talud donné LAT, qu'on eſt obligé de coucher ſur le plan horiſontal, parce qu'on ne peut le repréſenter en l'air, & comme on le ſuppoſe ſe mouvoir ſur ſon côté AL, perpendiculaire à AE, il ne réſulte aucun changement de cette différence de poſition pour les diſtances des points des hauteurs couchées T, h^t, 2^3, 1^+, ni pour les hauteurs à-plomb, qui ſont toujours compriſes dans l'angle TAL perpendiculairement à la baſe AL. Ainſi les lignes T*x*, h^tX, menées parallelement à AE, repréſenteront des plans verticaux, paſſans par les points H*h*, qui rencontrent la ligne du milieu CH à certaine diſtance horiſontale, qui eſt l'intervalle X*x*, ainſi des autres paralleles à AE, qui donnent les projections des points 1, 2, 3, 4 aux points 1^t, 2^t, 3^t 4^t, leſquels ſont à la circonférence d'une demi-ellipſe BXD, ainſi que tous les reculemens de toutes les diviſions poſſibles de la face B*h*D. Fig. 111.

Cette demi-ellipſe raccourcit auſſi toutes les projections des joints de lit $s\,1^t$, $s\,2^t$, &c. leſquelles ne ſont pas continuées, comme dans les trompes précédentes, depuis le ſommet *s* juſqu'au diametre AE ; leur direction eſt auſſi changée, en ce qu'elle n'eſt pas tirée du ſommet *s* aux à-plombs P*ppp*, tom-

bant des divisions 1, 2, 3, 4, mais à leurs projections 1^t, 2^t, 3^t, 4^t. La raison en est bien sensible, si l'on fait attention que la face AHE, qui est représentée pour la commodité du trait en situation verticale, doit se mouvoir autour de son diametre AE, pour se coucher suivant le talud TA, supposé en l'air; dans ce mouvement tous les points des divisions 1, 2, 3, 4 seront toujours dans des plans verticaux $1 1^t$, $2 2^t$, &c, qui sont exprimés par les perpendiculaires $1 1^t$, $2 2^t$ au diametre AE.

La raison de la construction n'a rien de particulier, qui n'ait été expliqué dans les traits des trompes précédentes. A l'égard du changement de figure qui se trouve entre le ceintre de face & celui du trompillon, il est visible, puisque les sections des cônes par des plans qui ne sont pas paralleles, ne sont pas semblables, excepté le cas de la section souscontraire. Si l'on fait la tête du trompillon couchée en talud d'un angle égal à celui de la face, les deux ceintres seront parfaitement semblables, il ne s'agira que de répéter en petit ce qui avoit été fait en grand pour la face.

TROISIEME CAS.

Des voûtes coniques biaises & en talud.

Ce que nous avons dit de la construction de la voûte conique *droite en talud*, par la voie de la projection horisontale de la face, s'applique si facilement à la *biaise & en talud* dont l'arc de face est pris pour ceintre primitif, qu'il ne paroît pas nécessaire d'en donner un exemple, il suffit d'avertir que le profil du talud doit être fait comme aux berceaux biais & en talud, ayant égard à la double obliquité. Pour ne pas donner dans les répétitions, & cependant ne rien laisser à desirer, nous mettons ici un exemple de l'inverse du trait, c'est-à-dire, d'une voûte conique *biaise & en talud*, dont le ceintre de face n'est que sécondaire, prenant pour primitif une section droite, ou même biaise, qui ne seroit pas parallele à la face: telle est par exemple, une *canoniere biaise & en talud*, *dont le ceintre du collet est donné* circulaire ou elliptique.

On doit considérer une canoniere ADFGEB [*fig.* 112.] comme une voûte composée de deux trompes qui se pénetrent sur un axe commmun, & dont les bases sont tournées en sens contraire, comme les cônes des figures 83 & 84 du premier livre;

livre; & parce que nous ne traitons encore que des voûtes simples, ce n'est pas ici le lieu de parler de la rencontre de ces deux cônes, & par conséquent d'une canoniere complette. Nous ne considérerons qu'un des cônes ASB, dont la face est en talud, & dont la partie retranchée DSE peut être regardée comme le vuide du trompillon. L'autre cône FKG, dont la face FG n'est pas supposée en talud, tombera dans le cas de la trompe biaise dont l'arc de face n'est que sécondaire ; ainsi l'angle des deux embrasemens intérieur & extérieur sera la somme de ceux des panneaux de lit de deux cônes coupés à-plomb sur la ligne DE. Il faut remarquer en passant que si le ceintre du collet D*h*E n'étoit pas primitif, mais que ceux de face le fussent, chacune pour son cône, celui du collet ne seroit plus une courbe plane, mais à double courbure, à moins que par un hasard extraordinaire ils ne fussent tels que nous les allons trouver.

Soit le triangle ASB le plan horisontal de la trompe ou voûte conique qui fait l'embrasure extérieure de la canoniere, dont l'axe SK, qui exprime sa direction, est oblique sur la face AB, avec laquelle il a une double obliquité ; sçavoir celle de la direction horisontale, qui fait des angles inégaux de suite AKS, BKS, & celle de l'inclinaison de la face, avec laquelle il fait aussi des angles inégaux, l'un au-dessus, l'autre au-dessous de l'horison, celui du talud étant aigu. Supposant que le ceintre du collet D*h*E est donné en demi-cercle, & perpendiculaire à la direction SK, la voûte de cette embrasure sera une portion de cône droit coupé obliquement par la face en talud A*x*B. C'est le cas ordinaire d'une embrasure bien tournée. On commencera par chercher la projection horisontale de l'arc de face en talud, pour trouver par le moyen des projections des joints de lit & des hauteurs des retombées la vraie longueur de ces joints, comme on a fait aux trompes droites en talud. Par un point B pris à volonté sur AB, on tirera BR perpendiculaire à ce diametre AB, sur laquelle on fera l'angle du talud RBT, & par le sommet S du cône une parallele au même diametre, qui coupera BR au point R ; ensuite par tous les points $p^1 p^2$, &c. des projections des divisions du ceintre primitif D*h*E, on menera des paralleles à AB, prolongées indéfiniment au-delà de BR, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées du ceintre primitif p^1 1, p^2 2, &c. suivant leur ordre aux points

1^n, 2^n, 3^n, 4^n. Par tous ces points & le point R, on tirera des lignes qui couperont le profil du talud BT aux points 2^m, 3^m, 1^m, 4^m, par lesquels on menera des paralleles à AB qui couperont les projections des joints de lit aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t que l'on cherche, par lesquels on tracera à la main la courbe A*x*B, qui sera la projection du talud de la face.

Fig. 112.

On pourroit trouver ces points avec moins de profils, ayant seulement élevé la hauteur *ch* sur le milieu de DE, pour avoir le point le plus élevé T, par où ayant tiré T*x* parallele à BA, qui auroit coupé SK en *x*, la ligne C*x*, tirée du milieu C de BA au point *x*, étant doublée, auroit donné le diametre conjugué à la ligne AB, pour décrire (par le problême 8 du deuxieme livre) une demi-ellipse A*x*B, qui auroit coupé toutes les projections des joints de lit aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t que l'on cherche pour deux usages; premierement, pour avoir les projections des joints de lit; secondement, pour décrire l'arc de face en talud dans son étendue, comme il suit. Par tous les points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, on tirera des perpendiculaires sur AB prolongées indéfiniment au-delà, sur lesquelles on portera au-dessus de AB les longueurs du profil $B1^m$ en $r1^e$, $B2^m$ en $r2^e$, &c. & par les points trouvés 1e, 2e, 3e, on tracera la demi-ellipse AXB, qui sera l'arc de face, qu'on peut aussi tracer par le problême 8 du deuxieme livre, sur les diametres conjugués donnés AB & deux fois CX. Par les divisions de la face & le point K de l'axe, on tirera les joints de tête qui seront en fausse coupe, quoiqu'ils donnent une bonne coupe au ceintre primitif du collet D*h*E, ce qui convient mieux dans les ouvrages comme sont des embrasures, que de faire les têtes plus régulieres au dehors & les coupes gauches ou faussées au-dedans en D*h*E. Cependant il sera au choix de l'architecte de faire les divisions & les coupes sur le ceintre de face, si c'est dans une exposition apparente, parce que les divisions des têtes des voussoirs deviennent fort inégales en grandeur du côté A, où le biais éloigne le plus la face du ceintre primitif D*h*E.

Les projections des joints de lit étant données, & les hauteurs des retombées de l'arc de face, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de lit & de doële, comme on a fait à la trompe précédente en talud, & aux autres, ce qu'il est inutile de répéter. Les biveaux de lit & de doële se trouveront aussi de la même maniere qu'aux autres trompes, par le

moyen des ſections de la doële plate avec l'horiſon, & de la hauteur de la retombée priſe perpendiculairement ſur le plan horiſontal, au lieu de celle en talud ſur le diametre de la face. Ou bien ſi l'on veut, par une autre voie fort ſimple expliquée au problême 12 du troiſieme livre, on fera un développement d'une pyramide imaginaire, compriſe 1°. par la doële plate, 2°. une moitié de lit, & 3°. une moitié formée, par exemple, pour le ſecond vouſſoir, par la diagonale $1^e 6^e$, tirée du point de la diviſion $1e$ à un autre 6e pris à volonté dans le joint de tête $2e\,6^e$, lequel développement conſiſtera en trois triangles rangés de ſuite, comme on voit à la figure 113, ſçavoir, celui de la doële plate $s^d\ 1^d\ 2^d$; ſecondement une moitié du lit $s^i\ 2, 6$ [*fig.* 114.] formée par la diagonale $s^i\ 6$, tranſportée en $s^d\ 2^d\ 6^d$; troiſiemement, le triangle de la diviſion imaginaire paſſant dans l'épaiſſeur du vouſſoir par le ſommet du cône S & la diagonale de tête $1^e\ 6^e$, figure 112, qui eſt le triangle $s^d\ d^i\ 1^d$, dont les trois côtés ſont donnés, ſçavoir $s^d\ 1^d$, commun à la doële, $s^d\ d^i$ égal à la diagonale du lit $s^d\ 6^d$, enfin $d^i\ 1^d$ égal à la ligne $1e\ 6^e$ de la figure 112. Ces trois triangles étant rangés de ſuite comme on voit à la figure 113, on prendra ſur le joint de lit & de doële $s^d\ 2^d$ un point a à volonté, par lequel on lui tirera une perpendiculaire bE, qui coupera $s^d\ 1^d$ au point b, & $s^d\ 6^d$ au point E; on portera la longueur s^d E en $s^d\ e$ ſur $s^d\ d^i$, & l'on tirera eb; puis du point b pour centre & be pour rayon, on décrira un arc vers x, & du point a pour centre & aE pour rayon, on fera un autre arc qui coupera le précédent en x; l'angle obtus bax ſera celui du biveau que l'on cherche pour former la ſurface du ſecond lit.

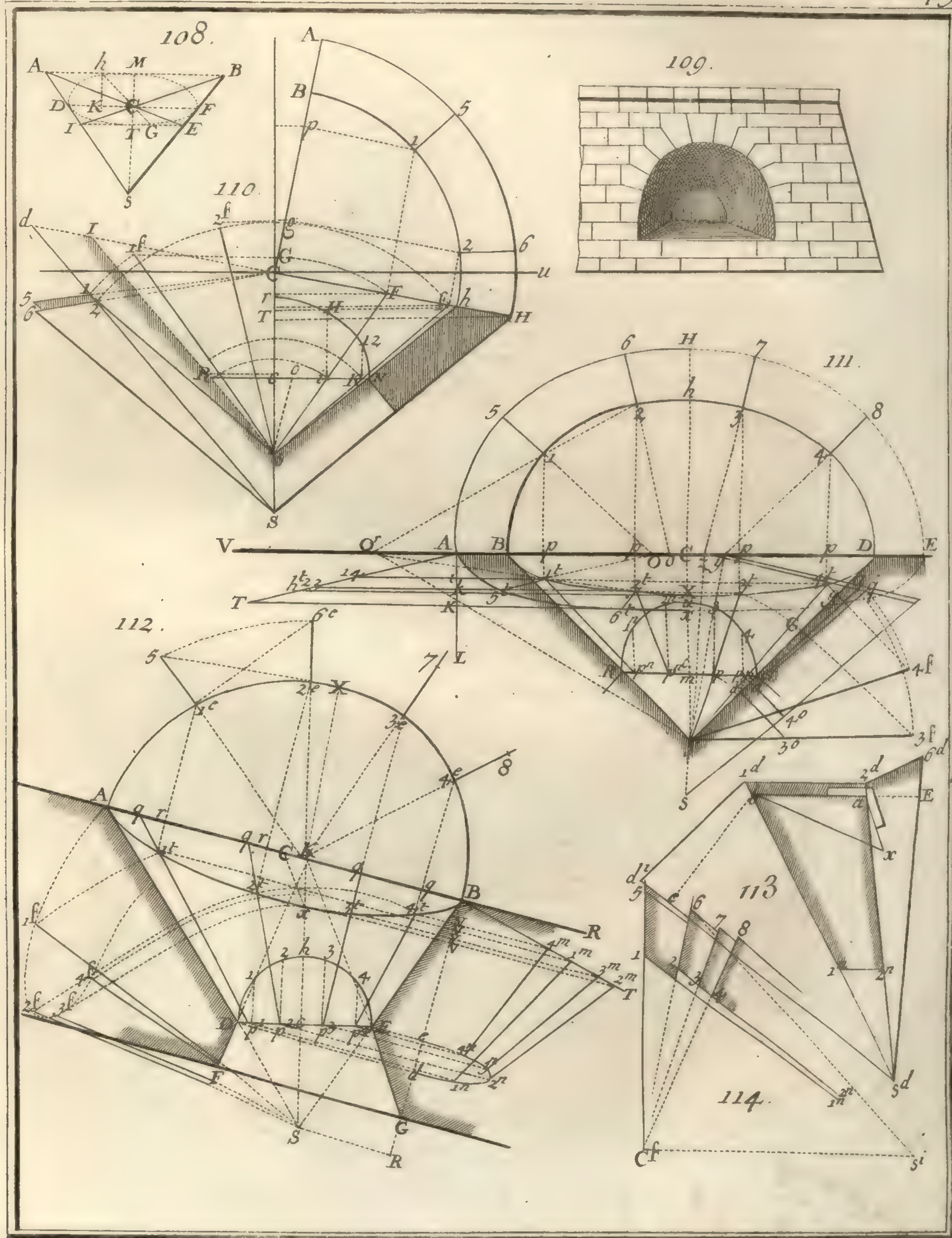
Explication démonſtrative.

Nous avons dit au troiſieme livre que les angles des plans doivent être pris ſur des lignes perpendiculaires à leur commune interſection. Or la direction SK de l'axe de la trompe étant oblique à la ligne AB d'interſection du plan de face en talud & de l'horiſontal, on ne peut prendre la meſure de l'angle du talud ſuivant la direction de l'axe, ni des projections des joints de lit, qui ſont obliques à l'égard de AB; c'eſt pourquoi du point S on tire une ligne Sq, ou, pour ne pas embrouiller la figure, on lui tire une parallele BR hors du cône, pour ſervir de baſe du profil du talud RBT, lequel, quoique couché ſur le *Fig.* 112.

plan horifontal, produira les mêmes effets que s'il étoit élevé en l'air en fituation verticale; pour marquer les reculemens des hauteurs des points de divifion des vouffoirs, parce qu'en fuppofant la ligne inclinée BT fe mouvoir autour de BR, fans changer d'ouverture d'angle, il eft clair que le point T du plus grand reculement, & tous les autres déterminés fur cette ligne, demeureront toujours à diftance égale du plan vertical qui pafferoit par AB; par conféquent toutes les lignes menées par les points T, 2^m, 3^m, 1^m, 4^m, peuvent repréfenter des plans verticaux qui couperont le contour de la face en talud & la projection de fes joints de lit en des points 1^t 2^t, qui répréfentent les divifions des vouffoirs. Et parce que la projection du talud (par le théorême 3 du premier livre) doit être proportionnelle à l'ellipfe de la face dont elle eft la projection & avec laquelle elle a un axe commun AB, il fuit que toutes les ordonnées à cet axe doivent être prolongées à angle droit, quoique les deux plans de la face & de l'horifon faffent un angle aigu entre eux par le talud, & conferver toujours le rapport de Bν à BT, ce qui a été fait pour déterminer le reculement des divifions de la face fur les projections horifontales des joints de lit, par le moyen defquelles on trouve leur valeur & les mefures néceffaires pour former les panneaux de lit & de doële, comme dans les autres trompes.

USAGE.

Les voûtes coniques en talud, droites ou biaifes, font fort fréquentes dans les fortifications, où il y a des cazemates ou places fouterraines, comme dans les tours baftionnées de M. de Vauban, & particulierement dans les forts maritimes bâtis fur les rochers, voûtés pour battre à fleur d'eau; elles fervent à couvrir les *embrafures* où l'on place le canon, d'où leur eft venu le nom de *canoniere*, qui n'eft plus guere en ufage; & comme l'objet fur lequel on doit tirer ne fe préfente pas toujours en face directement, mais un peu de côté, les voûtes biaifes & en talud font prefque plus ufuelles que les droites. Il eft vifible qu'une canoniere & une trompe ne different qu'en ce qu'en celle-ci le demi-cône eft complet, & qu'à la canoniere il eft tronqué vers le fommet; telle feroit une trompe dont on fupprimeroit le trompillon. Ainfi le trait de l'une convient à l'autre, à la réferve de l'angle du collet, qui eft plus ouvert que celui du vuide que


108.
109.
110.
111.
112.
113
114.

feroit la tête inférieure avec le trompillon; nous en parlerons à la deuxieme partie, lorsqu'il s'agira des voûtes composées.

Quatrieme Cas.

Des voûtes coniques en descente.

J'ai déja donné au troisieme livre deux manieres de faire les voûtes coniques en descente, l'une par les projections verticales & les perpendiculaires aux élévations des faces, l'autre par les diagonales des projections des voussoirs. Je vais présentement montrer qu'on peut faire les descentes coniques, suivant le même principe que j'ai employé pour les cylindriques, cependant avec un peu plus de composition du trait, parce que l'on ne peut trouver les mesures des joints de lit sur aucune projection de plan, il faut nécessairement les chercher chacune en particulier par un profil. Lorsqu'une voûte conique est élevée en fenêtre sur des piédroits courts au-dessus de la hauteur d'appui, on l'appelle *abajour ébrasé*. Lorsque la voûte se referme par en bas, comme un trou rond, on l'appelle *abajour en O ébrasé*. Nous choisissons ici pour exemple celui qui comprend toutes les obliquités qu'on peut rencontrer dans l'usage ordinaire pour éclairer des souterreins, afin qu'il serve pour tous les cas.

Abajour en O biais ébrasé & en talud.

Soit ABED la projection horisontale de l'ouverture qu'on se propose de faire dans un mur, laquelle ne peut marquer que l'obliquité de sa direction horisontale, & *ab*ED la projection verticale, qui marque la hauteur c^{m}I de la face extérieure sur l'intérieure & l'intervalle oblique de leurs diametres *ab* & DE. Sur AB du plan horisontal, comme diametre, on décrira le demi-cercle ou la demi-ellipse AHB pour ceintre primitif renversé, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on tirera à l'ordinaire des perpendiculaires au diametre AB, qui le couperont aux points p^1, p^2, &c. au-delà desquels on les prolongera un peu pour y marquer le reculement du talud. On fera ensuite un profil suivant la section perpendiculaire au mur CI, & un autre suivant la direction du trait du milieu *r*C. Ayant tracé à part une ligne verticale V*u*, sur laquelle on prendra un point M pour centre du profil, on fera avec cette ligne le complément

Planche 46. *Fig.* 115.

Fig. 116.

de l'angle du talud VMF. Sur MF on portera successivement les longueurs $1P^1$ $2p^2$, HC de l'arc de face en M1, M2, MF, & des points F, 2, 1, on tirera des perpendiculaires qui rencontreront la verticale VM aux points V, l, l. On portera ensuite les intervalles horisontaux FV, $2l$, $1l$, au plan horisontal en CT, $p^2 t^2$, $p^1 t^1$, &c. pour avoir des points de la demi-ellipse ATB, qui sera la projection de l'arc de la doële & de la face.

Il faut présentement prolonger les côtés DA, EB, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en s^p, où sera le sommet du cône en projection, & de ce point s^p & par tous les points p^1, p^2, &c, & t^1, t^2 &c. de la projection de la face, tirer des lignes $p^1 q$, $t^1 o$, qui couperont le diametre DE de la face intérieure, aux points q & o. Si le point s^p se trouvoit trop loin & hors du plan sur lequel on trace l'épure, on auroit recours au problême 1 du troisieme livre. Par tous les points oo, on élevera des perpendiculaires indéfinies sur DE, & par les mêmes oo, & t^1, t^2, d'autres perpendiculaires sur les lignes $s^p o$, $s^p o$, comme TV, tl, qu'on fera égales aux hauteurs correspondantes au profil Ml, Ml, MV; puis du cône s^p, par les points V & l, on menera des lignes qui se rencontreront sur les points o, aux points Y & y; les longueurs oY & oy portées sur les perpendiculaires à DE, donneront les hauteurs des joints de face intérieure & inférieure Dh^nE, par le moyen desquelles ayant les points 1^n, 2^n, h^n 3^n, 4^n, on tracera la demi-ellipse, qui est le ceintre de cette face, *qu'il falloit trouver.*

Jusqu'ici nous n'avons considéré dans ce trait que la projection horisontale du plan & la verticale du profil, pour avoir les reculemens des panneaux de doële; il faut y considérer une projection inclinée, faite sur le plan de rampe, dont il faut chercher l'étendue par un profil, parce qu'elle est raccourcie dans le plan horisontal. Ayant porté la hauteur c^mI du diametre extérieur de la face sur l'intérieur DE, & mené au profil une horisontale GR perpendiculaire à Vu, on portera la distance horisontale rC, qui est la projection du trait du milieu en GR, & l'épaisseur du mur IC en Gi, puis on tirera les lignes iMs & RM, qui seront les vraies longueurs des *traits milieu*, l'une iM de l'épaisseur, l'autre RM de la rampe. On prendra avec le compas la longueur RM du profil, & on la portera au plan horisontal, posant une pointe en r, & faisant avec l'autre une section sur la ligne

Fig. 115 & 116.

IC prolongée, qu'elle coupera en m, par où on menera une ligne $a^m b^m$ parallele & égale à AB, qui donnera de part & d'autre de m les points $a^m b^m$, par où & par les points D & E on menera les lignes Da^m, Eb^m; le trapeze $Da^m b^m E$ sera la vraie étendue du plan de rampe, & une portion de triangle par l'axe du cône, dont on aura le sommet X^{sc} en prolongeant les côtés Da^m, Eb^m jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en X^{sc}, (au bas de la planche, au-dessous de la figure 120) où doit aussi aboutir la ligne du milieu rm.

Présentement il faut faire sur ce plan les projections des deux faces, lesquelles changeront d'espece; celle de la face antérieure, qui étoit en talud, y sera représentée en surplomb, & celle de la face inférieure, qui étoit à à-plomb, y sera représentée en talud. Pour trouver les points de la face en surplomb, par les points F, 2, 1, du profil, on tirera des perpendiculaires sur iMs, qui rencontreront cette ligne aux points s, 1^s, 2^s, & donneront les avances $M2^s$, $M1^s$, Ms, qu'on portera au plan de rampe en ms, ms, ms, ms, & par les points sss^t, &c. on tracera la demi-ellipse $a^m s^t b^m$, qui sera la projection inclinée de la face en surplomb sur le plan de rampe.

Pour avoir la projection inclinée de la face inférieure sur le plan de rampe, on menera par le sommet X^{sc} du plan de rampe, & par les points s^t, s, s, des lignes droites qui rencontreront les perpendiculaires abaissées des points o qui sont les premiers $1^n o$, $2^n o$ prolongées en Kx & x, par lesquels on tracera la demi-ellipse DKE, qui sera la projection de l'arc de face intérieure, laquelle étant supposée à-plomb, étoit représentée au plan horisontal par la seule ligne DE, mais qui devient en talud en prenant le plan de rampe pour le plan horisontal.

On peut présentement trouver en même tems & les vraies longueurs des joints de lit & les angles des têtes des panneaux de lit; par exemple, pour le second joint de lit, on portera sur la ligne intérieure du profil Ni les hauteurs trouvées oY, oy, oy en iN, iy, iy, & par les points Nyy, on tirera des perpendiculaires sur iM, qui la couperont aux points Kxx; on fera un triangle rectangle avec les deux lignes données Xx^2 sur le plan de rampe, & la perpendiculaire yk^2, l'hypothénuse Xz sera le coté du joint, duquel on retranchera la longueur qui sera donnee pour reste d'un autre triangle rectangle,

en élevant ſur le point s une perpendiculaire ss^a, qui coupera le joint entier Xz en s^a ; la longueur zs^a ſera celle qu'on cherche.

Préſentement il ſera aiſé de former les *panneaux de lit* par la méthode générale aux voûtes coniques, faiſant un triangle des trois côtés donnés, ſçavoir de l'axe Xr, du demi-diametre de la face intérieure $r2^n$, & du joint trouvé Xz. Et pour la face antérieure, de l'axe XC, du rayon CA & du joint trouvé Xs^a. Les panneaux de doële ſe feront comme ceux de lit, en faiſant deux triangles avec les longueurs des joints de lit, juſqu'à la face inférieure, & d'une corde de cette face, puis de deux joints de lit dans le vuide de la partie tronquée & de la corde de la face ſupérieure, dont le triangle qui ſera plus petit que le premier étant retranché, donnera pour le ſecond lit un trapeze tel qu'on le voit à la figure 118, aux chiffres où eſt le 2^d. Les biveaux de lit & de doële ſe trouveront ſuivant la méthode générale, dont l'application a été faite aux voûtes coniques biaiſes & en talud, à quoi ſe réduit celle-ci conſidérée ſur le plan de rampe comme ſur un plan horiſontal.

L'application du trait ſur la pierre eſt la même auſſi que pour cette eſpece de voûte conique.

Explication démonſtrative.

Puiſque tous les côtés des cônes ſont inclinés au triangle par l'axe DE conſidéré comme horiſontal, ils ſont tous différens de la vraie longueur qu'on repréſente en projection ; c'eſt pourquoi on eſt obligé de faire autant de triangles rectangles qu'il y a de joints de lit ; par la même raiſon le triangle, qui eſt la projection d'un cône incliné, étant encore diminué de longueur, il faut élever ſur cette projection des perpendiculaires qui donnent une vraie longueur inclinée. Or comme le diametre DE de la baſe du cône Dh^nE & cette baſe même ſont communs aux deux cônes, ſçavoir à celui de la projection horiſontale & à l'incliné en deſcente, il eſt clair qu'ayant trouvé, par la ſuppoſition d'un cône horiſontal, cette baſe, elle ſera auſſi trouvée pour le cône incliné ; mais ſi cette baſe, qui a été conſidérée comme immobile à l'égard de ces deux cônes, reſtant toujours dans une ſituation verticale, eſt ſuppoſée ſe mouvoir autour de ſon diametre DE juſqu'à ce qu'elle prenne la place du plan incliné de la rampe, qui eſt le triangle

par

par l'axe du cône incliné ; il eſt clair que les lignes verticales qui paſſent par les joints de tête 1^n 2^n h^n 3^n 4^n, ſeront inclinées ſuivant la même inclinaiſon que le plan de rampe, lequel alors deviendroit horiſontal ; ainſi la face verticale aura pris la place d'une face en talud, dont la projection des diviſions ſera bien faite par des verticales repréſentées par $2^n x^2$, $h^n k$, &c. ce qu'il falloit faire pour la face inférieure. La même tranſpoſition n'eſt pas moins claire à l'arc de face ſupérieure, qui devient en ſurplomb quoiqu'il fût en talud.

U S A G E.

Les abajours ébraſés ſont très-fréquens dans les bâtimens où il y a des ſouterreins, on en trouve même dans les fortifications modernes, comme à celles de Manheim dans le Palatinat ; mais comme l'intérieur de la voûte eſt de moilons ou de briques, le trait de la coupe des pierres n'eſt néceſſaire qu'à une ſeule face, qui eſt l'apparente en talud.

CINQUIEME CAS.

Des voûtes coniques rampantes.

On donne le nom de *rampantes* à toutes les trompes dont les impoſtes ne ſont pas de niveau, mais inclinés à l'horiſon, comme celle qui eſt repréſentée à la figure 117, en quoi elles different des précédentes. Dans cette eſpece de trompe il peut y avoir beaucoup de cas. 1°. On peut faire une des impoſtes de niveau & l'autre rampante, comme à la trompe d'Anet ; alors l'axe du cône eſt rampant, parce qu'il vient de l'angle des piédroits qui comprennent la trompe à la hauteur de la naiſſance inférieure, & qu'il s'éleve au milieu de la hauteur de la rampe ; telle eſt la ligne MC de la figure 119, qui repréſente l'axe en projection verticale. 2°. Les deux naiſſances ou impoſtes de la trompe peuvent être inclinées, l'une en montant, comme CA [*fig.* 120], l'autre en deſcendant comme CR. C'eſt ce que le Pere Deran appelle *trompe rampante par le haut & par le bas*. Dans celle-ci l'axe eſt de niveau & n'eſt repréſenté en projection verticale que par le ſeul point C. *Fig.* 117.

De ces deux cas principaux il en ſuit d'autres où l'on peut compter différentes variations à l'égard de l'axe & de ſa direction ; car dans le premier la direction de l'axe, & dans le ſe-

2, 3, du ceintre RhA ſoient égales, parce que le cône étant ſcalene, les impoſtes (qui ſont les côtés de la ſection du triangle par l'axe) RM, MA, ſont inégales, puiſque RM, qui repréſente en projection verticale l'impoſte de niveau, eſt égale à Rs du plan horiſontal, mais non pas AM à sB, parce que MA incliné eſt plus grand que sB de niveau; de ſorte que tous les joints de lit ſont de longueurs inégales, & par conſéquent les angles qu'ils font au ſommet du cône s inégaux, quoique les arcs R1; 1, 2; 2, 3, &c. ſoient égaux entre eux.

Seconde diſpoſition,

Trompe conique & rampante par le haut & par le bas.

Fig. 120. La conſtruction de cette trompe paroît d'abord contraire à la ſolidité, en ce que ſon impoſte ou ſa naiſſance inférieure eſt dans un plan incliné, & elle le ſeroit en effet ſi on faiſoit les lits des vouſſoirs de cette partie en pente, comme l'impoſte; car malgré le frottement il tendroit toujours à couler ſur le devant, ſi l'inclinaiſon étoit de pluſieurs degrés; mais cet inconvénient ceſſe en prenant la naiſſance dans un vouſſoir qui porte une partie triangulaire plane, poſée de niveau par ſon lit, comme les autres pierres du piédroit, d'ou la naiſſance s'éleve comme par degrés, que la ligne d'impoſte traverſe diagonalement, de ſorte que chacune de ces pierres eſt partie plane, partie concave. On peut même, ſi l'on veut, graver cette ligne en façon de faux joint pour en marquer la continuité & la direction, ce qui convient particulierement vers le trompillon, où la ſurface concave, quoique tangente aux piédroits, ſe diſtingue plus ſubitement de ſa ſurface plane. Les projections de lit sP, $s\,p$ (figure 120), &c. étant faites comme au cas précédent, il faut les joindre différemment à leurs à-plombs, pour faire les triangles rectangles dont l'hypothénuſe donne la vraie longueur des joints, parce que les à-plombs des diviſions 1, 2, 3, ne doivent pas tomber juſques ſur l'horiſontale RB où étoit le ſommet du cône. Ici il eſt plus haut, ſçavoir en C, centre du ceintre, qui repréſente dans ce point auſſi tout l'axe en projection verticale. C'eſt donc par ce point C qu'il faut mener l'horiſontale ONf, qui coupera les à-plombs 1P, 2p, &c. aux points L & l; les hauteurs 1L, 2l, 3l ſeront celles des à-plombs qui doivent ſervir de jambe au triangle rectangle, dont l'hy-

pothénuse donne les vraies longueurs des joints de lit ; ainsi on portera les projections horisontales S*p*, SP, sur l'horisontale ON*f*, & les points L, *l*, *l*, en *d*, *e*, N*f*; les longueurs *d*1, *e*2, N*f*3, seront celles des joints de lit. La même horisontale ON*f* servira à trouver les biveaux de doële & de tête, & de doële & de lit, comme aux autres trompes.

On peut faire ce trait d'une maniere encore plus simple, en considérant cette voûte comme une horisontale droite, qui n'a aucune différence de la premiere trompe fondamentale que celle de la courbe de son ceintre, qui n'est pas circulaire ni elliptique suivant l'usage ordinaire aux trompes horisontales, en ce que la ligne passant par les impostes n'est pas un axe, mais un autre diametre RA. Ainsi au lieu d'abaisser les perpendiculaires des divisions 1, 2, 3 sur la ligne RB ou ON*f*, on peut les abaisser sur RA, comme a^1 a^2 a^3 : puis ayant mené par le point C une ligne CD égale à la profondeur de la trompe donnée M*s*, on menera DR, DA ; le triangle RDA sera une section par l'axe différente de la projection horisontale R*s*D, en ce que l'angle RDA est plus ouvert que R*s*B que font entre eux les piédroits de la trompe horisontalement ; mais il est toujours la mesure de leur ouverture sur un plan incliné RA. Par les points a^1 a^2 a^3 ayant tiré des lignes au sommet D, on portera les longueurs Da^1, Da^2, Da^3, en 1*d*, 2*d*, 3*d*, sur AR prolongée où il faut ; les lignes 1*d*, 2*d*, 3*d* seront les vraies longueurs des joints de lit que l'on cherche. Si les deux impostes étoient rampantes inégalement, alors le point qui représente la projection du sommet du cône sur le plan de la face, que représentoit le point M à la fig. 119, se trouvant au-dessus ou au-dessous du centre C de la ligne RA, cette derniere construction ne pourroit plus servir, il faudroit en revenir à la précédente, à laquelle cette différence de cas, qui seroit fort extraordinaire, ne feroit cependant d'autre changement que d'élever ou d'abaisser l'horisontale ON*f* qui doit passer par *e* au-dessus de C, si R*e* est moins inclinée que A*e*, & au-dessous en *f*, si R*f* est plus inclinée que *f*A.

Corollaire.

De la construction de ces deux principaux cas de trompes rampantes, il sera aisé de déduire celle des autres qui en dépendent, comme celles dont nous avons fait mention ci-devant,

qui sont de plus *biaises par la direction* horisontale de leurs faces à l'égard de l'axe du cône, ou en *talud*, ou en *surplomb*. Il n'y a qu'à faire la supposition que la face plane triangulaire du coussinet fait partie de la doële de la trompe, & opérer comme dans les trompes biaises, ou biaises & en talud qui ne sont pas rampantes, la différence de ces voûtes ne tombant que sur le contour du ceintre, qui sera ainsi partie elliptique & partie droit au coussinet.

Sixieme Cas.

Des trompes coniques de face angulaire en angle saillant.

En termes de l'art :

Des trompes sur le coin.

Les trompes sur le coin ne sont autre chose que des voûtes coniques ordinaires, coupées obliquement par leurs faces en deux parties qui forment un angle saillant. Lorsque les deux faces sont égales entre elles & leurs bases égales à celles des piédroits, & que l'angle est droit, alors la trompe est appellée *droite sur le coin*, parce que son axe ne tourne pas plus vers un piédroit que vers l'autre. Telle est celle qu'on représente à la figure 121. Si au contraire l'angle saillant ou rentrant est obtus ou aigu, & les côtés ou les faces inégales, la trompe est appellée *biaise sur le coin*.

Premiere espece,

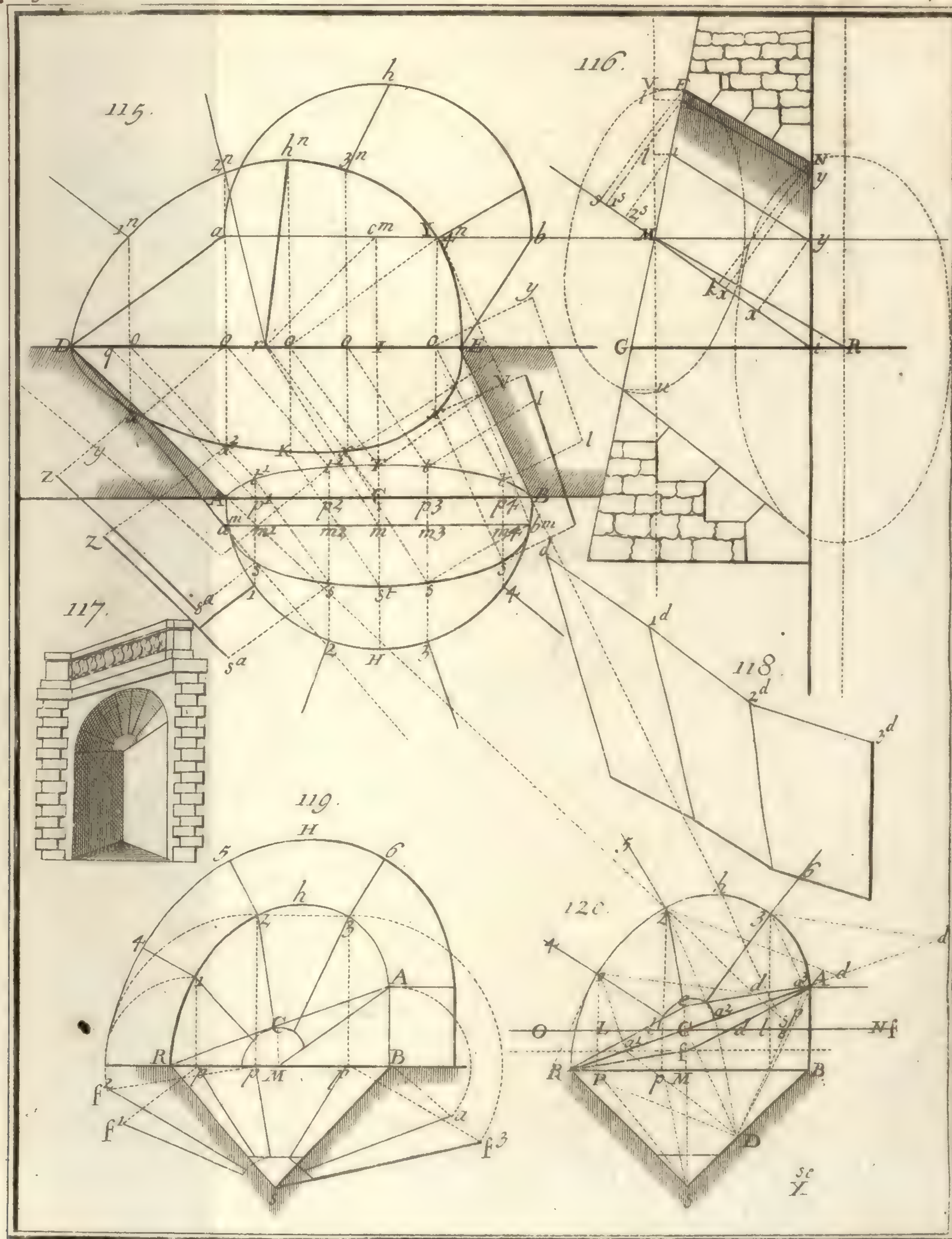
Trompe droite sur le coin.

On peut faire que cette trompe soit portion d'un cône droit, ou d'un cône scalene.

Premiere disposition.

Plan. 47. *Fig.* 122.

Soit le quarré BNDS la projection horisontale de la trompe qu'on se propose de faire dans un angle droit rentrant BSD. Ayant tiré la diagonale BD, on décrira sur cette ligne, comme diametre, un demi-cercle BND pour ceintre primitif, qui est ici tourné de haut en bas, & l'ayant divisé en ses voussoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des


115.
116.
117.
118.
119.
120.

paralleles à l'axe SN, qui couperont la projection des faces BN, DN aux points q & Q, par lesquels on tirera d'un côté des lignes droites au sommet S, qui seront les projections des joints de lit, lesquelles couperont le diametre BD aux points p, p, desquels on élevera des perpendiculaires au diametre, qui couperont la circonférence du ceintre primitif BND aux points 1^i 2^i 3^i 4^i, où seront les vraies divisions du ceintre primitif, qui deviennent inégales, comme elles doivent être pour que celles des faces soient à peu près égales, comme on va le voir sur la courbe de son ceintre que nous allons chercher. Si l'on veut que les divisions des têtes de l'arc de face soient parfaitement égales, il faut tracer cet arc sans égard aux divisions des voussoirs, ensuite le diviser également, cela vaut mieux & est moins embarrassant que les moyens du Pere Deran & de M. de la Rue, qui ne sont point géométriques, en voici la maniere. On élevera au point N une perpendiculaire à la diagonale SN, qui rencontrera le côté SD prolongé en h^n; on portera la longueur Nh^n sur DN prolongée en H, où sera le sommet de la clef sur l'angle N, & l'amplitude d'une demi-parabole qui forme le ceintre de face de chaque côté; & parce que cette amplitude NH est une ordonnée à son axe BN & le point B le sommet de la parabole, on la décrira par le problême X du deuxieme livre.

Ou bien, d'une maniere un peu différente, on divisera NH en quatre parties égales en G, K, L; par le point G de la premiere on tirera une perpendiculaire sur HB, qu'elle rencontrera en x. La même xG prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe BN prolongé en y, donnera une longueur Ny égale à celle qu'il doit y avoir du sommet B au foyer F de la parabole & au-dehors de la directrice passant en I sur l'axe NB prolongé; ainsi avec le foyer F & le point I de la directrice, on tracera autant de points qu'on voudra à la circonférence de la parabole, ou bien on la décrira par un mouvement continu, comme il est expliqué au problême cité.

On peut aussi trouver plusieurs points de la parabole, en tirant des paralleles à BD par les points q, q, de la projection des joints de lit sur la face, lesquelles rencontreront SD prolongée aux points 4^f, 3^f, ensuite du point N pour centre, & des intervalles N4^f, N3^f pour rayon, on fera des arcs de cercle qui couperont les perpendiculaires qui seront élevées

ſur DN aux points q^3, q^4, ou ſur leurs correſpondans q 1e Q2 en des points 1e 2e H, leſquels ſeront à la circonférence de la parabole. Remarquez que cette méthode ſuppoſe que le ceintre primitif eſt circulaire. Les angles des têtes des lits ſeront auſſi donnés en prolongeant les rayons Nh^n, N3f, N4f, ſi l'on veut que tous les lits tendent & s'entrecoupent à l'axe du cône SN. Ainſi S4f8 ſera l'angle de tête des deux premiers lits, l'un à droite, l'autre à gauche, S3f7 celui du ſecond, ainſi du reſte. Mais ſi l'on tire les joints de tête perpendiculairement aux arcs paraboliques, ſuivant la regle donnée au problême 26, page 230, du deuxieme livre *, les lits ne tendront pas à l'axe de la trompe. En ce cas, je crois que la premiere pratique, qui eſt plus conforme à la bonne conſtruction de ſolidité, eſt préférable à la régularité apparente des joints de tête. Par le moyen des projections des joints de lit à la doële, & par la hauteur des retombées des faces, il ſera aiſé de trouver par les manieres ordinaires les vraies longueurs de ces joints néceſſaires pour former les panneaux; & comme nous ſuppoſons le cône intrinſéquement droit, il n'eſt pas beſoin de chercher, elles ſont données ſur l'épure en S4f, S3f, Sh^n.

Fig. 122.

* Tome I.

Préſentement tout eſt donné pour faire les panneaux de doële plate ou développée & pour ceux des lits. 1°. Pour ceux de doële, il n'y a qu'à former un triangle avec deux joints de lit, par exemple pour le premier avec les longueurs SD, S4f, & la corde de la face B1e; ainſi des autres. Si au lieu des doëles plates on vouloit avoir les doëles développées pour en former des panneaux flexibles, au lieu des cordes des arcs de face on prendroit les arcs paraboliques étendus, c'eſt-à-dire, rectifiés, & les rangeant de ſuite, comme on voit à la figure 122 pour une moitié de h en d, on traceroit à la main ou avec une regle pliante une courbe $h3^d4^dd$, qui feroit le développement de la face ſur une ſurface plane, lequel pourroit ſe plier & s'appliquer dans la ſurface d'un cône droit, dans laquelle elle détermineroit le contour de la parabole ſur la demi-face plane de chaque pan; mais cette maniere, qui eſt celle des Auteurs, n'eſt pas la meilleure, nous en propoſerons ci-après une autre plus propre à la pratique. Si l'on fait des doëles plates, il arrive encore une autre incommodité, c'eſt que celle de la clef ſe trouve partagée en deux ſurfaces planes $h3^d$S & $h2^d$S, qui font entre elles un angle rentrant, à peu près égal à celui que font

font les deux cordes 2N, $N3^2$ de l'arc $2N3^2$, je dis à peu près, parce qu'il eſt un peu plus fermé que celui du biveau qui en eſt la juſte meſure ; c'eſt pourquoi nous renvoyons le lecteur à un autre *trait*, plus convenable à la pratique & plus général, que nous donnerons ci-après.

On peut cependant faire uſage de celui-ci, où l'on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les vouſſoirs ; car nous avons les panneaux de doële plate & deux côtés de la clef, & l'on peut auſſi n'en faire qu'un ſeul de la clef, en prenant la corde $2^i\, 3^i$ au lieu des deux cordes de la face 2eH de droite & de gauche, avec laquelle & les deux joints de lit $S3f$, auſſi de chaque côté, on fera un triangle STV, [*fig.* 124.] auquel, Fig. 122 & 124.
ſur la même corde TV, on en ajoutera un autre pour la valeur de l'angle ſaillant $2^i N3^i$, [*fig.* 122.] qui n'atteindra pas cependant à l'angle N, parce qu'il paſſera au-deſſous, d'une certaine quantité qu'il faut chercher. On prendra la longueur $l3f$, de laquelle comme rayon, & d'un des points T, ou V pour centres, on fera un arc vers S, qui coupera la ligne du milieu au point *c*, duquel comme centre & du même rayon $l3f$, on décrira l'arc T*l*V, dont on portera la fleche *lm* en $3fr$ ſur $l3f$ de la figure 122 ; puis du point S par *r* on tirera la ligne SR. On portera auſſi la diſtance *r*R ſur S*z* de *m* en *z*, & de ce point *z*, on tirera des lignes aux points T & V, le trapezoïde ST*z*V ſera le panneau de doële plate pour la clef, dont le point *z* eſt au-deſſous du point *h* du développement, ou H de la hauteur de l'angle dans le même à plomb NH ou Nh^n du profil de l'intervalle Rh^n ; ce qui fait voir l'erreur du trait de M. de la Rue, qui fait paſſer ſon panneau de doële plate au ſommet de l'angle ſaillant à la doële. Les biveaux de tête & de doële, & de doële & de lit, ſe formeront de la même maniere qu'à la trompe plate, chacun en particulier, par le moyen des cordes des arcs de faces prolongés, pour avoir la ſection de la doële plate de chaque vouſſoir avec l'horiſon.

Application du trait ſur la pierre.

Les vouſſoirs de têtes unies au côté de la clef ſe traceront comme à la trompe plate ; premierement, en poſant le panneau de doële plate ſur un parement, & abattant la pierre pour former la tête avec le biveau de doële & de tête ; puis

ayant appliqué ſur ce ſecond parement le panneau de tête, pris à l'élevation, comme 2ᵉ 6 5 1ᵉ, on abattra la pierre à la regle, coulant ſur les arêtes de doële & de joint de tête. Pour la clef il y faut un peu plus de façon, parce qu'elle eſt angulaire à deux têtes, & que le panneau de doële plate n'en touche pas les quatre angles. Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y appliquera le panneau STzV de la figure 124, puis ayant tracé le trait du milieu Sz, on y appliquera le biveau de l'angle SRE, ſuivant lequel on fera une plumée, & afin que l'arête de l'angle ne penche ni à droite ni à gauche, on fera des points T & V pour centres des arcs dans la rigole de cette plumée, qui ſe croiſeront en un point, par lequel & le point R on tracera une ligne qui ſera l'arête de l'angle ſaillant. Par le moyen de cette arête & de celles des têtes de la doële zT & zV, on pourra faire les deux têtes de droite & de gauche ſans biveau, en faiſant couler la regle ſur ces deux lignes, à meſure qu'on abattra la pierre. Les têtes étant formées on y appliquera le panneau 2ᵉH de la face, poſant le point 2ᵉ ſur T d'un côté & V de l'autre, & le point H ſur l'arête au-deſſus de l'angle de la doële plate de l'intervalle Rh^n; dans cette ſituation on tracera l'arc parabolique, qui ſuffira pour creuſer la doële ſans toutes ces fauſſes cerches, que les Auteurs trouvent avec beaucoup de circuit, pour indiquer un faux contour circulaire & une fauſſe poſition perpendiculaire aux doëles, auxquelles il n'y a que de arcs elliptiques qui puiſſent convenir. En effet, pour creuſer la doële il n'y a qu'à abattre la pierre à la regle, appuyée d'un côté ſur la pointe S, ſi on l'a, ou ſur l'arc du trompillon, fait comme nous l'avons dit pour la trompe droite circulaire, & de l'autre ſur l'arc parabolique, obſervant ſeulement que cette regle ſoit toujours dirigée d'un côté au ſommet S, ou poſée ſur des parties proportionnelles de la largeur de la tête & du trompillon; comme nous l'avons dit dans l'introduction à la formation des ſurfaces, ce qui retranche de fauſſes & inutiles cerches.

Si cependant on en vouloit uſer pour plus grande ſûreté, on peut poſer la cerche d'un arc de ceintre primitif, incliné ſuivant l'angle aigu CDS, ou ſon ſupplément CDh^n, contre lequel on appuiera la cerche, obſervant qu'une branche tende au ſommet & que l'autre ſoit bornoyée par l'arête du milieu de la tête; ce que je dis ſeulement pour la clef, car cette véri-

fication eſt inutile pour les autres vouſſoirs. Je n'ai rien à ajouter pour la coupe des lits, puiſqu'on a les joints de tête & les joints de lit donnés pour diriger la regle ſuivant laquelle on doit abattre la pierre.

Seconde eſpece.

Trompe ſur le coin, droite, ſurbaiſſée ou ſurhauſſée.

On ne peut faire cette eſpece de trompe auſſi facilement que la premiere, ni en varier le *trait* en ſe choiſiſſant un ceintre primitif au-dedans ou aux faces, ſans y trouver quelques difficultés, qui ont induit en erreur le Pere Deran, Deſchales, & M. de la Rue, page 151. Ces Auteurs ont cru qu'on pouvoit prendre à volonté pour ceintre primitif aux faces une courbe quelconque ſurbaiſſée ou ſurhauſſée, & même circulaire ; c'eſt une erreur qu'il eſt bon de démontrer. Il eſt certain qu'une doële doit être uniforme ſans plis ni jarrêts ; or celle d'une voûte ſur le coin, dont les faces ſont de toute autre courbe que d'une parabole, fait un angle ſaillant ou rentrant tout au long de la doële, au milieu de la clef ; par conſéquent l'on ne doit point faire ces ceintres en portions de cercles ni d'ellipſes.

Pour prouver la mineure, je n'ai qu'à démontrer que la doële des Auteurs cités eſt un compoſé de deux quarts de cônes égaux, mais tournés en ſens contraire, comme on voit à la figure 80 du premier livre, planche 7, dont l'angle du ſommet eſt plus petit que BSD. Suppoſons premierement [*fig.* 123.] que le quarré BSDN eſt le plan horiſontal de la trompe droite ſurbaiſſée, ſi l'on prolonge les faces BN, DN, enſorte que NB ſoit égal à N*b*, & ND, égal à N*d* il eſt clair que cette ligne B*b* ou D*d* ſera le diametre entier du ceintre de face, s'il eſt en quart de cercle ou en quart d'ellipſe ; & par conſéquent que ſi l'on tire des lignes des points *b* & *d* au ſommet S au fond de la trompe, on aura deux demi-cônes BS*b*, DS*d* égaux & tournés en ſens contraire, dont l'angle du ſommet S, commun à tous les deux, eſt moindre que celui des piédroits de la trompe BSD de la quantité BS*e* ou DSE. D'où il ſuit que la ſection BD, perpendiculaire à l'axe SN, eſt un compoſé de deux demi-ellipſes, dont les diametres ſont les parties B*g* & DG, qui ſont diviſées inégalement par le point *m* ; mais les plus grandes Fig. 123.

ordonnées de ces ellipses, qui sont leur plus grande hauteur sur l'horison, sont au milieu de ces diametres; d'ou il suit que l'ordonnée commune aux deux ellipses en *m* est plus petite que celles qui sont au milieu; par conséquent le point de la doële qui est à-plomb au-dessus du point *m* est plus bas que ceux des côtés, ainsi la surface de la doële s'y abaisse, & fait une arête en *contrebas*, suivant les termes de l'art. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Si l'on faisoit les ceintres des faces de portions d'ellipses moindres que le quart, l'arête de jarret deviendroit un peu moins sensible; mais si petites qu'on les fasse, l'erreur subsistera toujours, parce qu'on pourra toujours déterminer la longueur du diametre de cette portion d'ellipse, qui sera toujours finie, & l'axe de la parabole est infini. Il est donc évident que si l'on veut faire une trompe droite sur le coin surhaussée ou sur-
Fig. 122. baissée, il faut faire le ceintre primitif sur BD en portion d'ellipse sur son grand ou sur son petit axe; puis ayant trouvé par le profil la hauteur que ce ceintre donne à l'angle saillant en NH, [*fig.* 122.] on décrira les ceintres de face paraboliques de la même maniere que si la trompe étoit portion d'un cône droit sur une base circulaire, dont nous venons de parler. Si au contraire on veut prendre pour ceintre primitif les arcs de faces, on se donnera telle hauteur NH qu'on jugera à propos, avec laquelle, le sommet B ou D, & l'axe BN ou DN, on tracera la parabole (par le probl. X. du deuxieme livre) & l'on continuera le trait comme au précédent, sans aucun changement que celui des mesures & des profils, qu'on ne pourra pas prendre sur l'imposte, comme à ce trait, mais qu'on fera chacun en particulier, comme aux trompes biaises précédentes; ce qui est assez facile à concevoir sans qu'il soit nécessaire d'en répéter la pratique.

Troisieme espece.

Trompe sur le coin biaise.

Les Auteurs cités sont tombés à l'occasion de ce trait dans les mêmes erreurs qu'au précédent, prenant pour ceintre primitif des arcs des faces circulaires ou elliptiques, & n'ont parlé que de la trompe biaise dont le plan horisontal est un parallele-
Fig. 123. lograme, comme FSD*n*, auquel cas les faces sont toujours nécessairement des demi-paraboles, quoique le ceintre primitif

formé ſur FD ſoit circulaire ou elliptique, c'eſt-à-dire, que le cône dont la trompe eſt une portion, ſoit de ſa nature droit ou ſcalene, ce qui eſt inconteſtable. La conſtruction de ce cas n'ayant rien de différent de la précédente, que l'inégalité des axes des paraboles des faces, elle ne demande pas qu'on en faſſe une deſcription particuliere.

Nous choiſirons pour exemple de la trompe biaiſe, celle dont les faces & les piédroits ſont inégaux, & dont la projection horiſontale eſt un trapeze, comme FNES. M. de la Rue prend pour ceintre primitif la ſection verticale ſur la diagonale FE; cette conſtruction eſt bonne, mais il en peut arriver une difformité, ſi les faces étoient fort inégales, en ce que le ceintre ſecondaire, elliptique ſur une des faces, pourroit devenir une portion d'ellipſe plus grande que le quart, de ſorte que l'angle ſaillant ne ſeroit pas au ſommet de la face, mais au-deſſous en *contrebas*. Pour éviter cet inconvénient, il faut faire enſorte que l'axe du cône ſoit toujours dans la diagonale SN, ou du moins que le centre du ceintre primitif de ſection verticale ſoit toujours dans cette diagonale. S'il n'eſt pas circulaire, il faut donc *chercher la ſection circulaire d'un cône ſcalene dont on a les côtés & l'axe donné.* Par un point C pris à volonté ſur l'axe SN, on menera CA parallele au piédroit ES, laquelle rencontrera l'autre BS en A. On portera la longueur AS en AB, pour avoir le point B, par lequel & par le point C on tirera BCD, qui rencontrera SE au point D, la ligne BD ſera le diametre du ceintre primitif, circulaire ou elliptique, qui ſert à régler le contour de la doële, à peu près comme l'arc droit dans les voûtes cylindriques. *Fig.* 125.

Préſentement, pour former les ceintres de face, qui ſont différens, à cauſe de la différence de leur obliquité à l'égard de l'axe SN, on menera par le point N une parallele à BD, qui rencontrera les piédroits prolongés en *f* & G, la moitié NG ſera la hauteur de l'angle ſaillant, ſi le ceintre primitif eſt circulaire, laquelle NG ſera une ordonnée commune aux deux courbes des ceintres de face de la droite & de la gauche, par le moyen de laquelle, des points B ou E pris pour ſommet avec le diametre de la courbe, qu'on trouvera en prolongeant FN ou EN juſqu'à ce qu'il rencontre le piédroit oppoſé prolongé, qui ne peut le rencontrer dans cette figure qu'au-dehors de la planche, on décrira (par le problême 4 du deu-

xieme livre) la portion d'ellipſe qui eſt le ceintre de l'arc de face à chaque côté.

Le ceintre primitif BHD & ceux des faces étant donnés ou en quart d'ellipſes ou en demi-paraboles, il eſt au choix de l'architecte de faire les diviſions des vouſſoirs où il le juge à propos pour la régularité de la doële ou des faces, étant clair, comme nous l'avons dit ci-devant, que les obliquités laiſſent toujours de leurs traces ou ſur la doële ou ſur la face, on ne peut les cacher par-tout ; ſi on diviſe la face en parties égales, les doëles deviennent inégales dans les diſtances tranſverſales, & ſi celles-ci ſont égales, celles des faces deviennent très-inégales entre elles ; de quelque maniere qu'on les faſſe, il ſuffit qu'on ait les projections de lit pour en trouver les valeurs, avec leſquelles on forme les panneaux de lit & de doële. Si les diviſions ont été faites ſur les arcs de face, on en aura les hauteurs 1Q, 2*q*, P3, *p*4, leſquelles étant poſées à angle droit ſur les projections SQ, S*q*, &c. les hypothenuſes S*f*, S*f*, &c. ſeront les vraies longueurs des joints de lit. Si les diviſions ont été faites ſur le ceintre primitif de ſection tranſverſale BD, comme aux points 1°, 2°, 3°, 4°, on fera des triangles rectangles avec les jambes S*r*, S*r* & 1°*r*, 2°*r*², dont l'hypothenuſe ſera la longueur du joint de lit juſqu'au ceintre primitif ; mais comme ce ceintre eſt ici partie au-dehors de la trompe en *r* & de la longueur *ru* & partie au-dedans, comme en V*r*², il faut prolonger la baſe du profil dans ce dernier de la longueur V*r*² & en retrancher en premier la longueur *ru*, & par les points *u* & V tirer des perpendiculaires à la projection, qui rencontreront les hypothenuſes prolongées ou raccourcies en des points *y*, *y*, qui détermineront la juſte valeur des joints de lit.

Fig. 125.

Lorſque le ceintre primitif des ſections tranſverſales eſt circulaire, on peut trouver les mêmes hauteurs de retombées d'une autre maniere. On menera par les points trouvés *u* & V, où les projections des joints de lit coupent le demi-diametre FN de la face, des paralleles à BD, qui couperont les côtés SB, SD, prolongés en *i* & I, *k* & K ; puis on cherchera des moyennes proportionnelles entre les parties *iu*, *u*I, & *k*V, VK, qui ſeront les hauteurs des retombées qu'on demande ; ainſi ayant élevé des perpendiculaires indéfinies *ux* V*x* ſur *i*I & *k*K, des points *n* & *g* milieux de ces lignes, & de leurs moitiés pour

rayons, on décrira des arcs de cercles qui couperont les perpendiculaires à ces lignes en des points x, x^2, qui détermineront les hauteurs des retombées $u\,x$, Vx^2 qu'on cherche.

Explication démonſtrative.

Les trompes ſur le coin, dont nous parlons, ne ſont autre choſe que des cônes coupés par deux plans dont les interſections doivent ſe trouver dans la partie la plus élevée au milieu de la clef, afin que l'arc de face d'un côté ne paroiſſe pas retomber ſans appuis. Cela ſuppoſé, il eſt clair que ſi ces plans, qui forment les faces, ſont paralleles aux impoſtes de la naiſſance de la trompe, ils formeront des arcs de parabole, comme dans la trompe droite circulaire, ſoit qu'elles ſoient inégales, ce qui arrive lorſque les angles des piédroits & celui du coin ſont droits, comme aux figures 122, 123; mais ſi l'angle du coin étoit aigu, ces arcs de face deviendroient des portions d'hyperboles, dont nous n'avons pas fait mention, parce que dans ce cas la trompe pouſſeroit trop au vuide; ainſi elle ne pourroit ſubſiſter que difficilement; alors il faut émouſſer l'angle d'encoignure, & faire une trompe à pans. Si au contraire l'angle d'encoignure eſt obtus, comme à la figure 125, il eſt clair que les plans des faces étant prolongés, rencontreront les côtés SE & SF à quelque diſtance du ſommet & feront des ellipſes, à moins qu'une des deux faces ne fût parallele au côté oppoſé: en un mot, les ceintres des faces ſuivront la nature des ſections des cônes, ce qui ne ſouffre point de difficulté; il n'y a qu'à conſidérer chaque face comme celle d'une trompe biaiſe incomplette.

Il nous reſte ſeulement à rendre raiſon de la pratique que nous avons donné pour trouver une ſection tranſverſale, dans laquelle le point N ſoit le milieu de ſon diametre. Puiſque par la conſtruction AB = AS, & que AC eſt parallele à SD, qui coupe l'axe donné SN au point C; on aura BA : BS :: BC : BD; mais BA = ½ BS; donc BC = ½ BD; par conſéquent le demi-cercle BHD eſt la baſe du cône ſcalene dont SN eſt l'axe donné. Si cette ligne SN n'eſt pas donnée pour l'axe, elle ſe a au moins donnée pour la projection d'un plan vertical paſſant par l'axe commun aux deux quarts d'ellipſes de face FM & EN, & à une ſection tranſverſale inconnue, mais dont le point N devant être le milieu, elle ſe trouve déterminée de

position par cette circonstance; ainsi ayant trouvé une section semblable où l'on voudra, comme en BD, il n'y a qu'à lui mener par le point donné N une parallele G*f*, dont le demi-axe NM peut être pris à volonté pour former un ceintre surhaussé & surbaissé, lequel déterminera la hauteur de l'angle, & par conséquent les demi-axes verticaux des ceintres de chaque face, s'ils sont des quarts d'ellipses, ou l'amplitude des arcs paraboliques, si les faces sont paralleles aux impostes.

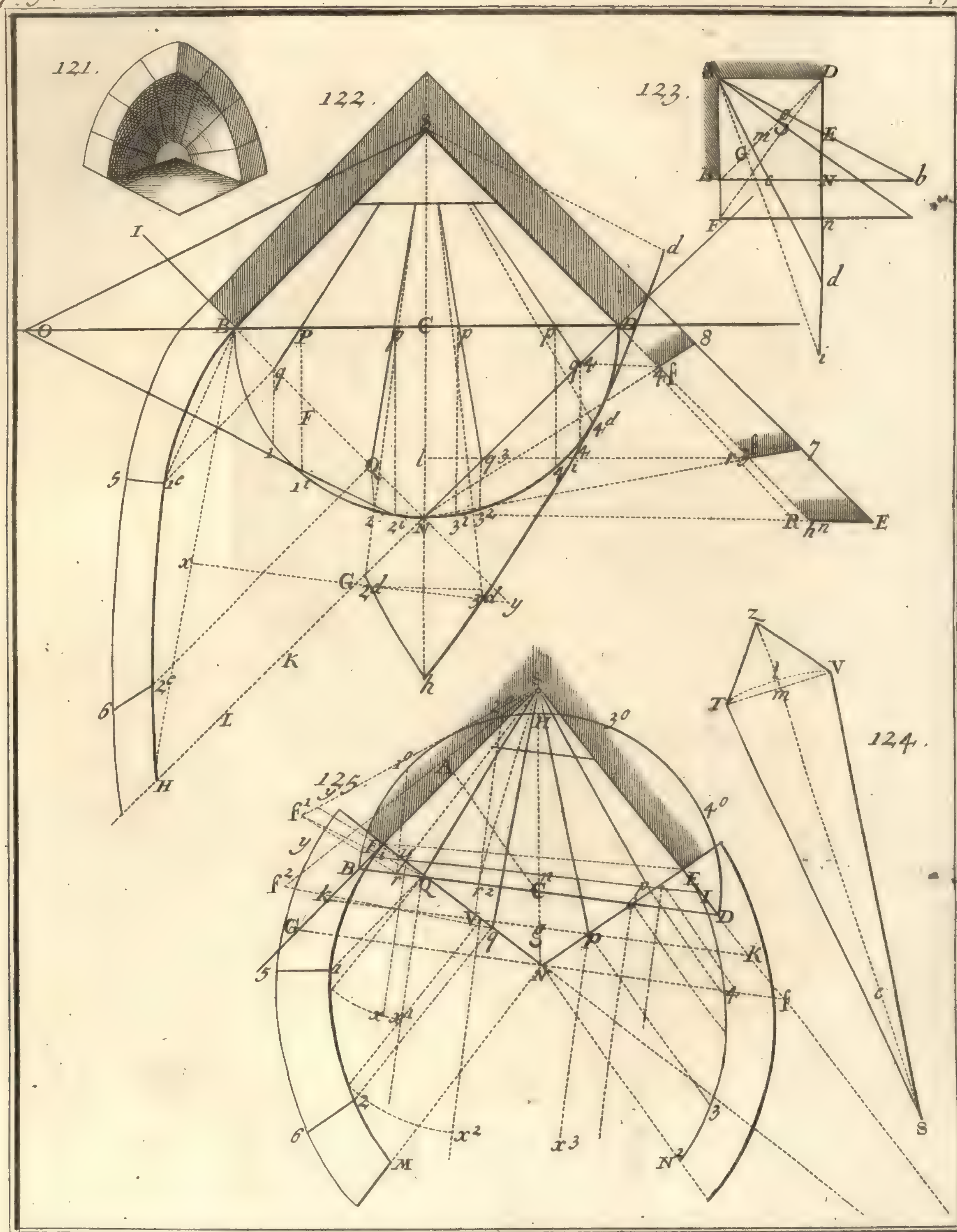
SIXIEME CAS.

Des trompes de face en polygone.

En termes de l'art :

Des trompes à pans.

Lorsqu'un angle d'encoignure est trop aigu, ou qu'il est vu selon sa diagonale, il le faut émousser par un pan qui change
Plan. 48. la face angulaire d'un quarré en la moitié d'un hexagone,
Fig. 172. comme on le voit en perspective à la figure 126, & en projection à la figure 127, où ASB est celle de l'angle de la trompe, & ADEB celle de la face. Si l'on prolonge les côtés SA & SB en *a* & *b*, & la face DE, on aura la projection d'un demi-cône droit *a* S*b*, qui comprend toute la trompe; & parce que les côtés DA & EB de ses faces ne sont pas paralleles aux piédroits AS, BS, comme à la trompe sur le coin, mais qu'ils concourent chacun avec l'opposé au-delà du sommet S, on reconnoîtra que les plans des faces coupant ainsi le cône, y font des sections en portion d'hyperboles dont les sommets sont dans le plan horisontal en A & en B; & la face DE, qui est une portion de la base du cône, sera un arc de cercle. Cela supposé : on fera sur AB, pris pour diametre du ceintre primitif, un demi-cercle AHB, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, &c. par lesquels on tirera des lignes perpendiculaires à AB, qui couperont les faces aux points n^1, n^2, n^3, n^4, &c. par lesquels on tirera des lignes du point S, qui donneront les projections des joints de lit Sn^1, Sn^2, Sn^3, &c, supposant que l'on veuille mettre quelque espece d'égalité de division des voussoirs aux têtes des faces ; car si l'on veut que la doële soit divisée également dans sa section transversale AB, il faut


121.
122.
123.
124.
125.

faut tirer les projections du point S par les points P & p, qui couperont les faces aux points x & x, où elles donneront des largeurs de tête d'autant plus inégales qu'elles s'éloigneront du point S, sommet du cône. Fig. 127.

Les projections des joints de lit étant données, avec les hauteurs de leurs divisions au ceintre primitif P1, $p2$, on cherchera leur longueur par des profils pour chacun, comme nous l'avons dit pour la trompe biaise sur le coin, & les hauteurs de chaque division sur la face pour en former le ceintre. Par exemple, pour le premier SPx, on portera P1 en Pf^1 perpendiculairement sur PS, & ayant tiré Sf^1 prolongé vers Y, on menera par x une parallele à Pf^1, qui coupera le profil en Y, la ligne xY sera la hauteur de la division de la tête du premier voussoir sur l'arête de la doële; par conséquent cette hauteur étant portée en xy, perpendiculairement sur AD, donnera un point y au contour du ceintre hyperbolique; ainsi des autres; ce qui est général pour toutes sortes de ceintres primitifs de section transversale, soit circulaire, soit surhaussé ou surbaissé. Si le ceintre est circulaire, il n'y a qu'à mener des paralleles à son diametre AB par tous les points des projections n^1, n^2 de section des faces, comme Gg par n^1, qui coupera les côtés Sa en g, & Sb en G, & prendre la moyenne proportionnelle entre gn^1 & n G; cette ligne sera une ordonnée de l'hyperbose Ayd, qui est le ceintre des deux premiers pans de la face à droite & à gauche, lequel ceintre sera tracé, comme nous l'avons dit ailleurs, par plusieurs points avec une regle pliante. Ces moyennes proportionnelles se trouvent, comme il a été dit au trait précédent, en élevant une perpendiculaire sur gG au point n^1, comme n^1z; puis du point C^n pour centre, & la moitié de gG pour rayon, on fera un arc qui coupera la perpendiculaire n^1z au point z, la ligne n^1z sera celle qu'on cherche pour faire le ceintre des faces hyperboliques. A l'égard de la partie de face du milieu sur DE, il ne s'agit que de faire un arc de cercle d^e, du point m pour centre, & pour rayon ma, ce qui est tout simple. Les autres opérations de ce trait sont les mêmes que pour les trompes sur le coin, tant pour former les panneaux de lit que de doële; il n'y a de différence qu'aux voussoirs qui ont des têtes angulaires, comme en D & E, qu'on peut faire comme une partie de trompe droite, & recouper les retours obliques Dn^2, En^5 avec le biveau de

l'angle DEB, posé horisontalement, ou, ce qui est encore mieux, par la méthode que nous allons expliquer à la figure 130.

La disposition la plus naturelle & la meilleure pour la solidité des trompes sur le coin & en pans dont le ceintre primitif est circulaire & perpendiculaire à l'axe, est de suivre la direction des lits qui tendent à cet axe; mais à cause qu'elle donne des fausses coupes de tête sur les arcs hyperboliques des premiers pans, on peut les faire, suivant les regles, perpendiculaires à la tangente de l'hyperbole au point de division, (par le problême 27, page 232 du deuxieme livre) *; ou bien d'une maniere plus facile : on fera une demi-hyperbole semblable à la précédente A*yd*, à telle distance AR du point A de la doële qu'on jugera à propos pour l'épaisseur de la voûte, ensuite du point D on tirera, par les divisions du premier arc A, *y*, *d*, prises à volonté, ou données aux joints de têtes 1e, 2e, les lignes D1e 5e, D2e 6e, & par le point R on tirera des lignes paralleles aux cordes des têtes, qui rencontreront les lignes tirées du point D en des points 5e, 6e, qui seront au contour de l'extrados, par lesquels & ceux de la doële on tirera les joints de tête; ainsi la ligne R5e, parallele à la corde A1e, coupant celle qui est tirée du point D par 1e, donnera le joint de tête 1e 5e, & la parallele à la corde 1e*d* par le point 5e, donnera le point X.

* *Tome I.*

Il est assez inutile de tracer ces joints de têtes, puisque les biveaux de lit & de doële les donnent naturellement dans l'opération de la taille. A l'égard de ceux de la partie de face du milieu, dont DE est la projection, & dont nous avons tracé l'élévation en *de h e*, il est clair que ses joints de tête, s'il y en avoit, seroient tirés du centre *m*, pris sur l'axe SH & la ligne DE, puisqu'elle est une portion d'une base circulaire de cône droit. Les hauteurs de l'élévation correspondantes aux divisions des joints de lit étant données, il sera facile de trouver les véritables longueurs des joints de lit Sn^1, Sn^2, puisqu'elles sont, comme dans les autres trompes, les hypothenuses des triangles rectangles formés par les hauteurs n^1 1e & n^2 2e, & les projections Sn^1, Sn^2. 1°. Les panneaux de doële seront ainsi donnés, puisqu'on connoît leurs trois côtés; sçavoir, deux lits de joint & les cordes de l'arc hyperbolique de la face A*yd*, compris entre les divisions 1e 2e, A1e. 2°. Les panneaux de lit

feront auſſi des trapezes dont les quatre côtés ſont donnés, & les angles de tête ſe trouveront par le profil, comme ci-devant. 3°. Les panneaux de tête ſont auſſi donnés à l'arc de face. 4°. Les biveaux de lit & de doële ſe trouveront en cherchant la ſection de la doële avec l'horiſon, par le prolongement d'une corde de l'arc hyperbolique A1e, pour le premier vouſſoir, 1e 2e pour le ſecond, juſqu'à la rencontre de l'axe horiſontal DA de l'hyperbole prolongé en O. 5°. Les biveaux de tête & de doële ſe feront auſſi ſur les mêmes principes, comme il a été dit ci-devant pour la *trompe plate*, & au problême 14 du troiſieme livre.

Maniere générale de faire toutes ſortes de voûtes & trompes coniques de faces angulaires à deux ou à pluſieurs pans, ſans connoître les courbes des arcs de face de chaque pan, ſuppoſant un ceintre de face circulaire.

Quoique nous ayons donné ci-devant des conſtructions fort aiſées pour tracer les arcs d'ellipſes, de paraboles & d'hyperboles, des faces des trompes à pans, nous pouvons montrer qu'on peut parvenir à former les mêmes figures par une eſpece de haſard, ſans les connoître, en commençant par inſcrire chaque vouſſoir dans une portion de cône droit, dont on retranche enſuite ce qui excede le vouſſoir inſcrit.

Soit [*fig.* 129.] une trompe à pans dans l'angle ASB, dont la projection horiſontale de la face eſt à quatre pans, qui ſont la moitié d'un octogone AEDFB. Du point C, milieu de AB, ayant décrit un demi-cercle ADB, on le diviſera en ſes vouſſoirs, non pas également, à cauſe qu'il en réſulte trop d'inégalité aux têtes des faces, comme nous l'avons fait remarquer à la trompe ſur le coin, mais inégalement, ou par le moyen que nous avons propoſé dans ce trait, qui eſt de prendre les interſections G,*g* des à-plombs des diviſions égales avec la corde AD, ou ſans autre égard qu'aux diviſions arbitraires des pans AE, ED, DF, FB, comme dans cet exemple, les projections des joints de lit $S1^i$, $S2^i$, $S3^i$, $S4^i$. Ayant prolongé le côté SA vers *d*, on menera par tous les points des diviſions des lits 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, & par les angles du polygone E, D, F des perpendiculaires à l'axe ou *trait milieu* SD, qui le couperont aux points c^1, c^e, c^2, D, & le côté SA prolongé aux points K, *e*, 1, *d*. Des points c^1, c^e, c^2, D comme centres, & pour *Fig.* 129.

rayons les longueurs c^1K, $c^e e$, c^2I, Dd, on décrira les arcs de cercles kK, eh^2, IH, dS; ce dernier eſt tourné en haut, faute de place au bas de la planche. On placera auſſi à volonté le diametre ab du trompillon, ſur lequel on décrira le demi-cercle ahb, & par tous les points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, où les projections des joints de lit coupent le diametre ab, on élevera des perpendiculaires au diametre, qui couperont le demi-cercle ahb aux points n, o, 3, 4.

Cette préparation étant faite, ſuppoſons qu'on veuille tracer le ſecond vouſſoir, dont la projection horiſontale eſt le quadrilatere $S1^i E2^i$, on prolongera $S1^i$ juſqu'en L où elle rencontre la ligne Ic^2, & par ce point L on élevera ſur Ic^2 une perpendiculaire LN, qui rencontrera l'arc IH au point N; on prolongera de même la ligne SE en u, & par les points u & 2^i on élevera auſſi des perpendiculaires uV, 2^iO; cette derniere rencontrera l'arc IH en O, par où on tirera la corde NO, laquelle coupera la ligne uV au point V.

Préſentement il faut chercher par des profils la valeur des lignes dont on n'a que la projection horiſontale & les hauteurs des à-plombs. On portera SL de la figure 129 en s^tL de la fig. 131, & faiſant LN perpendiculaire ſur cette ligne & égale à LN de la figure 129, on tirera s^tN, qui ſera la valeur de la projection SL; on portera auſſi ſur s^tL du profil les longueurs $S1^t$, $S1^i$ du plan horiſontal, & ayant élevé aux points 1^t 1^i du plan des perpendiculaires qui couperont s^tN du profil aux points n, x, la longueur nx ſera la valeur du côté du vouſſoir, depuis le trompillon juſqu'à la face. Par de ſemblables profils on tracera la valeur de la ligne tE de la projection en ty du profil, & la valeur du ſecond joint de lit 2^t, 2^i en Oo du profil [*fig.* 131.]. Fig. 129 & 131.

Avec ces longueurs trouvées on pourra tracer le panneau de doële plate, comme il ſuit. On tracera à part [*fig.* 130.] une ligne 1, 2 égale à la corde NO de la figure 129, du milieu de laquelle m, on portera de part & d'autre les moitiés de la corde no du ceintre du trompillon, en mn & mo de la figure 130; puis ayant tiré par les points 1, m, 2 des perpendiculaires indéfinies à la ligne 1, 2, des points n & o pour centres, & pour rayon la longueur du côté SI de la figure 129, on fera deux arcs qui couperont les lignes 1N, 2O aux points N & O, le trapeze $nNOo$ ſera la doële plate d'une trompe droite *Fig.* 129, 130, 131.

qui auroit pour baſe Ic^2, laquelle excede le vouſſoir à pans d'une quantité dont la projection eſt le quadriligne $1^iL\,2^iE1^i$, dont les valeurs de tous les côtés ſont connues ; ainſi pour repréſenter la doële par-deſſous, ce qui met la droite à la gauche, on portera *nx*, du profil (figure 131.) en *ox* de la figure 130, la ligne NV de la figure 129, en NV de la figure 130, pour tirer V*m*, ſur laquelle on portera la longueur *ty* du profil [*fig.* 131] en *my* de la figure 130, & par les points N*yx*, on menera les lignes droites N*y*, *yx*, qui formeront la tête angulaire de la doële plate *n*N*yxo*, dont il falloit trouver la figure & l'étendue.

Il ne reſte plus à trouver, pour pouvoir tracer & tailler la pierre, que les biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête par les manieres générales. Les biveaux de lit & de doële ſe trouveront comme ſi la trompe étoit droite ſur une face ſuppoſée ADB, (*fig.* 129.) quoique ce n'en ſoit pas une dans cette trompe, mais une ſection perpendiculaire à l'axe. Ayant prolongé la corde de l'arc de la diviſion, qui eſt pour le ſecond vouſſoir 1^n, 2^n, ou ſon égale de l'autre côté $3^n\,4^n$, juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne AB prolongée en R, la ligne SR ſera la ſection de la doële avec l'horiſon, avec laquelle on cherchera l'angle de lit & de doële, comme à la trompe droite circulaire. *Fig.* 129.

Le même biveau peut ſe trouver par le moyen de la ſection verticale où eſt la tête du trompillon *ahb*, en prolongeant la corde *on*, ou ſon égale, correſpondante de l'autre côte de la clef, juſqu'à la rencontre du diametre *ab*, prolongée de part & d'autre en *r*, ou ſeulement en tirant par le point 1^t la ligne 1^tq parallele à *no*, ou 4^tQ parallele à BA ; mais alors, au lieu de prendre toute la hauteur 2to, il ne faut prendre que ſon excès au-deſſus du point *n*, par où il eſt cenſé qu'on fait paſſer le plan horiſontal, au lieu que dans la précédente opération on les ſuppoſe paſſer par l'axe du cône, ce qui ne change rien à la conſtruction du problême général. On cherchera auſſi par le même problême les biveaux de tête & de doële, tant pour la tête inférieure du trompillon que pour celles qui ſont à pans ſur la face angulaire. On peut revoir là-deſſus l'application de cette pratique à la *trompe plate*, page 89. Par le moyen de ces biveaux on ſe paſſera de panneaux de lit.

Application du trait sur la pierre.

Fig. 130. Ayant dressé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate de la figure 130, on en tracera le contour $NnoO^1$, & l'on abattra la pierre avec les biveaux de doële & de tête NO^1 & *no* droites, comme si la trompe étoit droite sur une face dont $1^t\,2^t$ & Ic^t seroit la projection, sans égard à ce qu'elle doit renfermer des têtes biaises brisées en différentes directions N*y*, *yx*. Sur les paremens dressés pour ces deux têtes de face supposée & du trompillon, on y appliquera les cerches ou panneaux des arcs NO & *no* de la figure 129, pour en tracer le contour & creuser la doële à la regle, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces coniques, page 23. On abattra ensuite la pierre suivant les côtés N*n*, O^1o de la figure 130, avec le biveau de lit & de doële, & l'on aura un voussoir de trompe conique droite achevé, duquel il faut retrancher la partie excédente NO^1xyN de la figure proposée, par le moyen des biveaux de tête & de doële plate. Mais comme la doële plate est enlevée, puisque nous supposons que la pierre est déja creusée, il faut découper le premier panneau NO^1on suivant le contour N*yx* des faces de la tête, pour l'appliquer en cet état sur les arêtes de la doële & des joints de lit N*n*, *xo*; puis prenant le biveau de doële plate & de tête, on appuiera une de ses branches sur le panneau quarrément à chaque ligne *yx* & *y*N, à laquelle il convient, & l'on abattra la pierre suivant l'autre branche. Ainsi faisant une surface plane à la regle, suivant les repaires ou plumées qu'aura donné le biveau, on coupera la surface conique sur la face *xy* en hyperbole, & la face *y*N en arc elliptique, sans connoître la courbe que l'on fait par cette section; *ce qui étoit proposé à faire.*

Nous avons supposé que la doële étoit une portion d'un cône droit circulaire; mais si le ceintre primitif étoit surbaissé ou surhaussé, la construction deviendroit un peu plus composée, en ce que à chaque tête de cône droit sur une base elliptique, il faudroit décrire pour ceintre de face des arcs elliptiques semblables au ceintre primitif, sur des axes aggrandis, au lieu que ces bases de supposition étoient ici toutes des quarts de cercles. Cependant le fond de la construction subsistera toujours de la même maniere, à cela près.

Corollaire.

Des trompes de faces ondées dont les impoſtes ſont de niveau, ou rampantes, comme celle *d'Anet.*

Si l'on avoit une trompe à faire dont la face ne fût pas rectiligne, compoſée de ſurfaces planes, mais courbe, ondée & même rampante, comme la fameuſe trompe du château d'Anet, on pourroit l'exécuter par la maniere dont nous parlons ici. Soit, par exemple, la projection d'une face, le contour ondé DGFKB; il faudra lui circonſcrire un polygone d'autant de côtés que l'on voudra, en angles ſaillans & rentrans, qui coupent & touchent alternativement les parties concaves & les convexes, multipliant le nombre de ces côtés plus ou moins ſelon qu'on voudra approcher de la courbure, puis ayant fait par ce problême les faces à pans, on les arrondira facilement par le moyen des cerches formées ſur la projection horiſontale, & appliquées enſuite perpendiculairement aux arêtes ſaillantes & aux angles rentrans que formeront entre eux les plans des faces angulaires à leur interſection. Ainſi on peut ſe paſſer des traits que Philibert Delorme, inventeur de la trompe d'Anet, & après lui tous les Auteurs de la coupe des pierres, ont donné & aſſez ingénieuſement imaginé, avec quelques modifications, pour avoir le développement du contour de la doële. Fig. 129.

Explication démonſtrative.

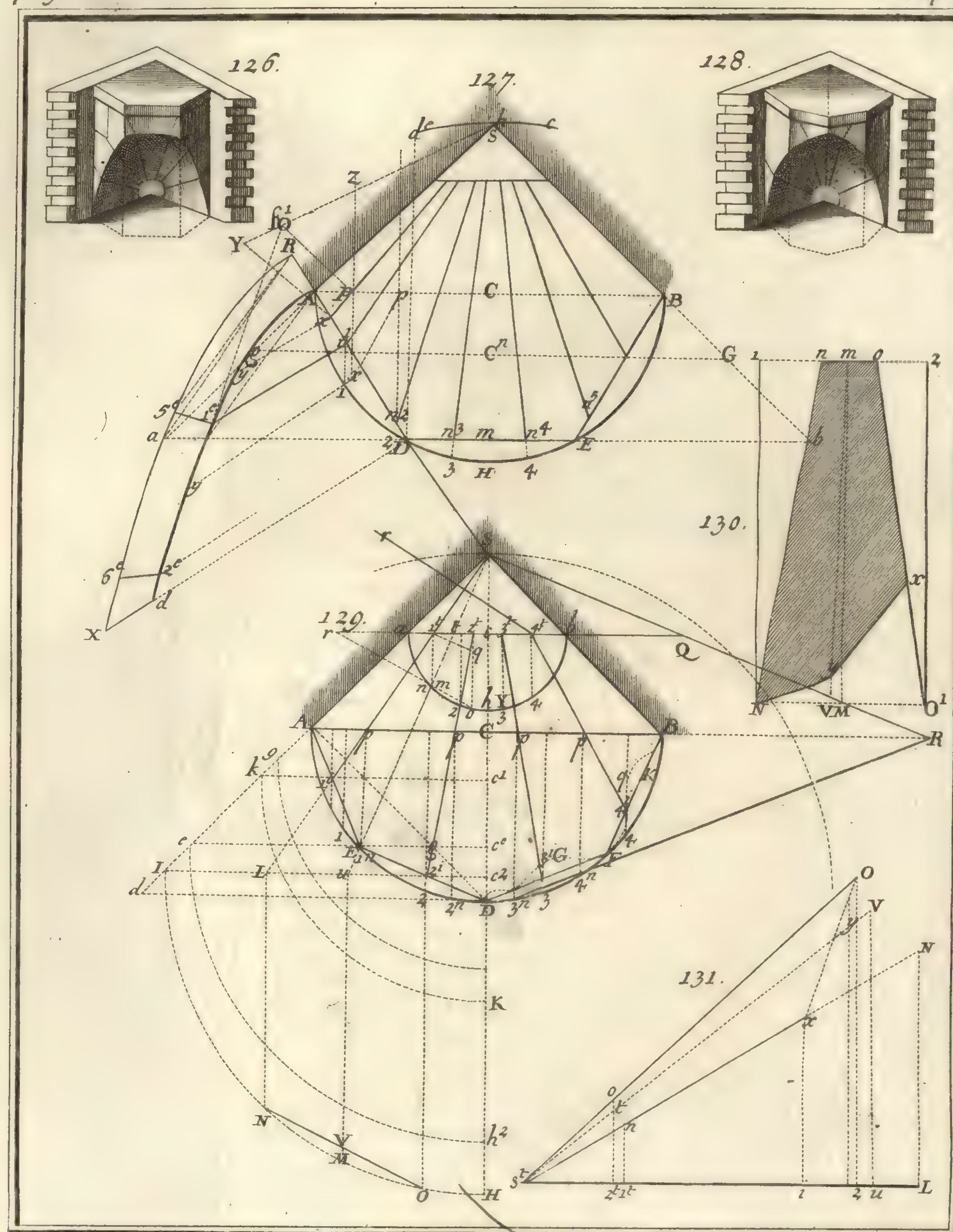
Si l'on releve par la penſée les demi-cercles *ahb*, ADB, & les quarts de cercle K*k*, IH, &c. perpendiculairement au plan horiſontal ASB, on reconnoîtra que ce ſont autant de ſections d'un cône droit ſur une baſe circulaire, leſquelles paſſent par les extrêmités des côtés de la trompe à pans au-deſſus de leur projection; par ce moyen l'on trouve les vraies longueurs de ces côtés dans la ſurface du cône, leſquelles marquent les termes par où doivent paſſer les plans des faces verticales de la trompe, dont les biveaux donnent la poſition, à l'égard d'une doële plate ſuppoſée dans chaque vouſſoir; ce qui eſt trop clair pour mériter qu'on entre dans le détail de cette conſtruction, qui ſe trouve déja expliquée dans celle des précédentes à pans & ſur le cône.

Des voûtes coniques dont les lits ſont des ſections obliques à leurs axes.

Juſqu'ici nous avons toujours ſuppoſé que les lits devoient être des ſections d'un plan paſſant par l'axe du cône, où les directions de tous les lits doivent ſe croiſer, ou du moins par le ſommet du cône, & perpendiculairement aux tangentes des points de diviſions de la baſe, & c'eſt en effet la ſeule bonne conſtruction & la plus commode, en ce qu'elle fait les panneaux de lit rectilignes, par la raiſon qu'on ſçait que la ſection d'un cône par ſon ſommet eſt un triangle, lequel s'il paſſe par l'axe, coupe ce corps en deux parties égales.

Cependant il a plu aux architectes de faire des voûtes dont les joints de lit ne ſont pas dans un triangle par l'axe, ni même par le ſommet, mais dans un plan qui coupe l'axe; telle eſt cette conique tronquée qu'on appelle *corne de vache*, dans laquelle le changement de la direction naturelle aux lits cauſe trois irrégularités. 1°. L'une en ce que les joints de ces lits à la doële ne ſont pas des lignes droites, quoiqu'à cauſe du peu d'obliquité aux voûtes ordinaires, elles paroiſſent telles; il ſemble même que le Pere Deran & M. de la Rue les ont pris pour droites, car ils ne font aucune mention de leur courbure. La ſeconde irrégularité conſiſte en ce que les têtes oppoſées, qui ſont des baſes de ce cône tronqué, ne ſont pas coupées proportionnellement par les joints, c'eſt-à-dire, qu'elles ne ſont pas des arcs d'un même nombre de degrés, comme on le verra dans ce trait; d'où il ſuit une troiſieme difformité, qui eſt que la clef du ceintre ſecondaire *a*HD n'eſt pas au milieu, mais plus du côté D; de ſorte que ſa corde 6, 7 n'eſt pas de niveau comme elle doit être, mais inclinée vers D, ce qui eſt déſagréable à la vue. La quatrieme irrégularité eſt que la direction de ces joints de tête ſe trouve en fauſſe coupe dans une des faces, parce que voulant les mettre toutes deux dans une même ſurface plane pour avoir un lit qui ne ſoit pas gauche, on fait les deux joints de têtes oppoſées paralleles entre eux quoiqu'ils ne doivent pas l'être, puiſqu'elles ne peuvent être dans un même plan que lorſque le lit paſſe par le ſommet du cône. La raiſon eſt que les joints de tête devant être perpendiculaires à la tangente

Planc. 39. *Fig.* 132.


126.
127.
128.
129.
130.
131.

gente de l'arc au point de sa division, il est visible que ces deux tangentes ne peuvent pas être dans un même plan, puisqu'elles ne sont pas dans celui qui touche le cône depuis son sommet, donc un des joints de tête est en fausse coupe; ce qu'on ne peut éviter qu'en faisant la surface du lit gauche, contre l'usage & la commodité du trait, comme nous l'avons dit au troisieme livre.

Le même inconvénient arrive à quelque chose près aux autres voûtes de même nature que celle-ci, qui sont les *arrieres voussures* coniques *bombées*, & celles de *Marseille*, dont nous parlerons ci-après.

De la corne de vache.

L'intervalle de deux demi-cercles excentriques *a*HD, B*h*D, avec lesquels on fait l'élévation d'une voûte conique biaise *a*HD*h*B, a sans doute donné occasion aux ouvriers de l'appeller de ce nom bisarre, parce que sa figure a quelque ressemblance avec une *corne de vache*, de même que les jeunes écoliers de géométrie appellent la quarante-septieme d'Euclide le *moulin à vent*. La corne de vache est donc une voûte conique scalene tronquée, dont un des piédroits est biais & l'autre d'équerre sur ses faces, & dont les joints de lit ne tendent pas au sommet du cône prolongé, comme ils devroient, mais sont tirés du centre d'une des faces, ordinairement de la plus petite; ce qui cause les irrégularités dont nous venons de parler. *Fig.* 132 & 134.

On seroit fort en peine de rendre une bonne raison de l'irrégularité de cette construction; la seule qu'on peut en donner, & qui n'est d'aucune considération, est la facilité d'exécuter ce trait par la voie de l'équarrissement. Je dis de plus qu'elle est mauvaise, & ne doit être admise que lorsqu'on a beaucoup de pierre à perdre, car par l'ancien trait on en consomme beaucoup inutilement. Le voici. Soit (fig. 132.) le trapeze ABDE, le plan horisontal de la baye qu'on veut voûter en corne de vache, dont le côté DE est perpendiculaire aux deux faces AE BD: on lui menera par le point *c*, milieu de BD, & par le point A, les paralleles *cm*, A*a*; puis du point *c*, milieu de BD, & du point C, milieu de *a*D, on décrira les demi-cercles B*h*D, *a*HD. On choisira l'un des deux pour ceintre primitif, pour y faire les divisions des voussoirs; ordinairement c'est l'interieur B*h*D, lequel ayant été divisé, par exemple, en cinq *Fig.* 132.

aux points 1, 2, 3, 4, on tirera par ces points & par le centre *c*, des lignes droites indéfinies 1, 11; 2, 12; 3, 13; 4, 14, qui donneront en même tems les joints de tête & les projections verticales des joints de lit, & qui couperont l'arc extérieur *a*HD aux points 5, 6, 7, 8. On portera les intervalles *c*5, *c*6, *c*7, *c*8 fur la ligne AE en *m*5e, *m*6e, *m*7e, *m*8e, *mb*, & par les points 5e, 6e, 7e, 8e, *b*, on tirera des lignes au point B, qui marqueront l'ébrafement qu'il faut donner à chaque vouffoir au-delà de l'ouverture d'un cylindre à chaque lit; ainfi le premier ébrafement au lit de l'impofte fera l'angle FAB; celui du lit de deffus fera l'angle F 5e B; l'angle F 6e B, fera celui du lit fuivant, qui paffe par le point 2 au fecond vouffoir; puis F 7 B, ainfi de fuite, & le trait fera achevé: il ne s'agit plus que de l'appliquer fur la pierre.

Application du trait fur la pierre.

Ayant dreffé un parement pour une doële plate, on lui en fera deux autres à l'équerre à diftance de l'épaiffeur DE ou A*a* des piédroits de la voûte, puis ayant tracé fur ces deux paremens de tête, les arcs de face de l'épure B1, ou 12, par le moyen du panneau *a* B 1 5, on abattra la pierre pour former les lits & un vouffoir de berceau droit, tel qu'il eft repréfenté à la figure 137: enfuite ayant tracé fur la tête du devant, qui doit être ébrafée, l'arc *a* 5 ou 5 6, par le moyen du même panneau ou d'une cerche pofée fuivant les diftances A*b*, *b*5e, *b*6e, *b*7e, &c. on tirera aux lits de deffus & de deffous des lignes droites *a*B, 5 1, & l'on abattra toute la partie de la pierre qui eft marquée par une hachure à la figure 137, en faifant couler la regle fur l'arc d'une tête B1, & fur l'autre *a*5: obfervant de la placer entre les extrêmités de ces arcs proportionnellement, comme nous l'avons dit pour la formation des furfaces coniques, & le vouffoir fera fini.

Remarque fur la fauffeté & l'imperfection de l'ancien trait.

On voit que par cette conftruction on fait toutes les arêtes des joints de lit à la doële également droites, quoiqu'il n'y ait que celle du lit qui paffe par l'impofte qui doive l'être, parce qu'elle eft dans le triangle par l'axe, qui eft horifontal, les autres arêtes au-deffus font néceffairement courbes en arcs d'hyperboles; je conviens que leur courbure eft peu fenfible, mais

puisque nous examinons les choses avec les lumieres de la raison, il n'est pas inutile de faire observer un défaut qui a échappé aux Auteurs de la coupe des pierres. A l'égard de l'imperfection de ce trait, il est visible, à la seule inspection de la figure 137, combien on consomme de pierre en pure perte, puisqu'il faut abattre toute la partie qui est distinguée par une hachure. Voici le moyen de remédier à l'un & à l'autre de ces défauts.

Nouvelle maniere de faire la corne de vache par panneaux.

Soit la même baye que ci-devant ABDE, [*fig.* 132.] ayant divisé AE en deux également en M, & BD de même en *c*, on tirera la ligne *c*M, puis ayant tiré du point M la ligne MC perpendiculaire à BD, on divisera l'intervalle C *c* des deux centres en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3; desquels comme centres, & pour rayon les intervalles *c*D, 1D, 2D, 3D, CD, on décrira les demi-cercles excentriques D*h*B, D*qk*, D*rn*, D*so*, DH*a*. Ensuite on divisera le premier B*h*D en tel nombre de voussoirs qu'on voudra, comme ici en 5, & du centre *c* on tirera les joints 1, 11; 2, 12; 3, 13; 4, 14; comme on a fait à la précédente construction. On pourroit prendre le plus grand demi-cercle *a*HD pour primitif comme le plus petit, mais à cause que l'excentricité des joints cause des divisions inégales dans l'un des deux, il est plus naturel de jetter l'inégalité sur le grand, où elle est moins choquante qu'elle ne seroit dans le petit. *Fig.* 132.

Il faut présentement former les panneaux de lit. Par exemple, le premier 5, 1. On transportera dans un endroit à part la longueur 1, 5 du joint de lit à la doële en T1, (*fig.* 133.) & l'on fera au point T une perpendiculaire T5 égale à la longueur A*a*, qui est l'épaisseur des piédroits de la voûte; puis on portera sur la ligne 1T toutes les divisions faites par les intersections *q*, *r*, *s*, des arcs de cercles & de la ligne 1, 5 de la figure 132 par lesquelles on menera autant de paralleles à T5 (fig. 133.); ensuite ayant divisé T5 en quatre parties égales aux points *o*, *n*, *k*, on menera par ces divisions des paralleles à T1 qui croiseront les autres aux points *x*, *y*, *z*, par lesquels on tracera à la main la courbe 5*y*1 que l'on cherche, laquelle est peu *Fig.* 132.

différente de la ligne droite; la figure H, 5, 1, T sera le panneau du premier lit au-dessus de l'imposte.

On ne peut former un *panneau de doële plate* dans cette espece de voûte comme à toutes les coniques précédentes, parce que les arcs *a* 5, B 1 n'étant pas semblables, les quatre angles du voussoir *a*, 5, 1, B ne sont pas dans un même plan comme dans les autres voûtes coniques, où les lits sont des sections par le sommet du cône. D'où il suit qu'il faut se réduire à une doële plate qui ne passe que par trois angles de la doële; ainsi on menera par le point 5 une ligne 5 *u* parallele à la corde B 1, qui coupera A B en *u* par où on tirera *u*V parallele à A *a*, ensuite ayant tiré BV on lui fera au point V la perpendiculaire V5 égale à la hauteur de la retombée 5 *n*, & l'on tirera la ligne B5*v* qui sera la diagonale du panneau de doële plate.

Fig. 136. Sur cette diagonale, comme base, mise à part, [*fig.* 136. [on fera deux triangles; du point *b* pour centre, & de l'intervalle BV de la figure 132, pour rayon, on tracera un arc vers V^d, & du point 5^d pour centre & 5^vV de la figure 132, pour rayon, on fera un autre arc vers le même endroit, qui coupera le précédent au point V^d, auquel on menera les lignes bV^d, $5^d V^d$, qui formeront le premier triangle; le second se formera de même avec la corde B1 de la figure 132 & l'intervalle 5, 1 de la figure 133, le trapeze $b V^d 5^d 1^d$ sera le panneau de doële plate que l'on cherche, qui touchera les trois angles 5, 1, B du premier voussoir, mais non pas le quatrieme *a*, dont il sera éloigné au lit de dessous de l'intervalle horisontal *a n*. Les panneaux de lit, de doële, & de tête étant donnés, on cherchera les biveaux de lit & de doële par la maniere générale, comme aux voûtes coniques précédentes, & l'on taillera la pierre de même.

Explication démonstrative.

Puisque la différence de cette voûte conique avec les biaises ordinaires ne consiste qu'en ce que les plans des lits prolongés ne passant pas par le sommet du cône, ne font pas des joints en lignes droites à la surface de la doële, il faut les examiner dans le cône entier. Si l'on prolonge les directions des *Fig.* 135. piédroits AB, ED jusqu'à ce qu'elles concourent en S [*fig.* 135.] on reconnoîtra que le triangle ASE, qui est la section

horiſontale par les impoſtes paſſant par l'axe CS, eſt une ſection plane d'un cône ſcalene, repréſentée à la figure 134 en projection verticale par la ligne *a d*, où le point *d* repréſente les trois points E, D, S de la figure 135; mais ſi l'on prolonge la direction du joint x^1 1 paſſant par *c* juſques en *t*, on reconnoîtra que le plan du premier lit ne paſſant pas par le point *d*, où eſt le ſommet du cône, ne fera pas une ſection droite, non plus que le ſecond lit x^2 *g*, mais qu'il formera à la ſurface de la voûte un arc de ſection conique qui eſt ici une portion d'hyperbole, telle que nous l'avons décrite à la figure 133.

Si on vouloit en trouver le ſommet & la poſition dans le cône, il n'y auroit qu'à tirer par *c* une perpendiculaire *k o* à x^1 *c*, & par *d* une parallele à x^1 *c*, qui coupera *k o* au point *s f*, lequel repréſentera le ſommet du cône projetté ſur la ligne *k o*. Ayant tiré SM perpendiculaire ſur M*m* à la figure 135, on portera *c s f* ou M*u* de la figure 134 en M*u* de la figure 135, & par le point *u* on tirera *u*B qui coupera la direction du lit *m*M ſuppoſée dans un plan vertical en Y où ſera le ſommet de l'hyperbole en profil. Préſentement ſi on veut l'avoir en projection horiſontale ſur le cône, il faut changer le plan horiſontal pour le vertical, & faire la projection ſur la ligne x^1 *t*; c'eſt pourquoi on portera l'intervalle *s f d* de la figure 134 en MQ à la figure 135, où l'on tirera par les points B & D des lignes au point Q, & par le point trouvé Y, une parallele à BD qui coupera la ligne du milieu *c*Q en *y*, où ſera le ſommet de l'hyperbole *a*B*y*D*e* que l'on cherche ſeulement à connoître, car il eſt inutile de la tracer autrement qu'à la figure 133.

Remarque ſur la réforme à faire à l'ancien trait.

Je n'approuve point cette eſpéce de voûte où l'on fait des irrégularités ſans autre raiſon que celle d'en rendre l'exécution plus facile, lorſqu'on la taille par la voie de l'équarriſſement dont nous avons parlé, rien n'empêche qu'on ne réduiſe la corne de vache, pour la façon du trait & la direction des lits, à la voûte en *canoniere biaiſe*, dans laquelle les directions des joints de lit ſont droites & naturelles aux ſections des coupes des têtes, dont les joints peuvent alors être tirés des centres des faces.

Tout ce changement eſt fort ſimple : ſuppoſant la figure 132 telle que nous l'avons faite, on tirera du point D, qui repré- Fig. 132.

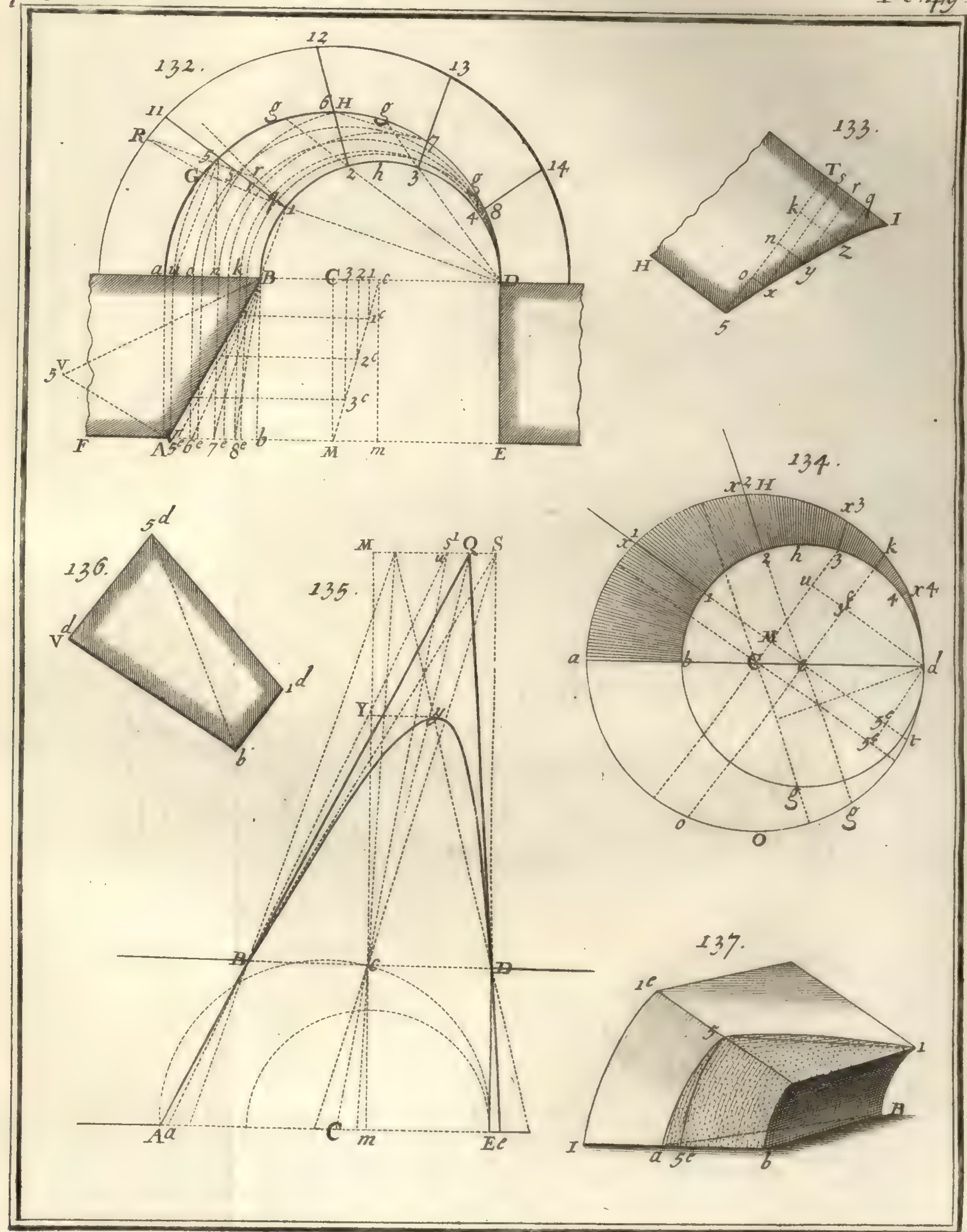
ſente le ſommet du cône en projection verticale, les lignes D 1 G, D 2 g, D 3 g, D 4 g; les lignes 1 G, 2 g, 3 g, ſeront les ſections des lits à la doële. Puis par les points des centres C, c, on tirera les joints de tête à l'ordinaire G R, g r, pour la grande face *a* H D, & 1 r, 2 r, 3 r, &c. pour la petite B *h* D; ainſi cette voûte ſe fera comme une portion de trompe biaiſe, ce qui rétablit l'égalité des têtes de chaque face, celle des angles des joints de tête ſur leur arête, & la droiture des joints de lit, au lieu des courbes, parce qu'ils deviennent alors des ſections triangulaires des plans qui ſe croiſent tous à l'axe CD du cône ſcalene, dont la ſection horiſontale eſt repréſentée à la figure 135 par le triangle ASE, où l'on peut voir que dans l'élevation, ou projection verticale, les points E, D, S ſe réuniſſent en un ſeul D, puiſque la repréſentation d'une perpendiculaire au plan de deſcription ſe réduit à un ſeul point, comme il a été dit au tome premier, page 244 du deuxieme livre.

De la corne de vache double.

Les architectes appellent *le biais paſſé* dont nous avons parlé au chapitre précédent *corne de vache double*; mais ce nom eſt très-impropre: car ce *biais paſſé* eſt une voûte cylindrique, par conſéquent bien différente de la corne de vache, qui eſt conique. S'il eſt quelque eſpece de voûte qu'on doive appeller de ce nom, c'eſt celle où deux *cornes de vaches ſont adoſſées*, dont on parlera à la ſeconde partie de ce livre, lorſqu'on traitera des voûtes compoſées.

Des voûtes coniques tronquées par leurs faces & par leurs piédroits.

Nous avons parlé juſqu'ici des voûtes coniques complettes, ou qui peuvent être tronquées par une de leurs faces, qui retranchent un demi-cône vers le ſommet. Ici nous traitons de celles qui ſont des portions de cônes coupés par quatre plans, ſçavoir par deux tranſverſaux, qui ſont les *faces* oppoſées de devant & de derriere, leſquelles coupent néceſſairement les deux côtés du cône, & par deux plans longitudinaux ou paralleles entre eux, ou convergens, qui ſont les piédroits dont chacun ne coupe le cône que d'un côté; telles ſont pluſieurs de ces ces petites voûtes qu'on fait ſur les portes & bayes de fenêtres,


132.
133.
134.
135.
136.
137.

dans les épaiſſeurs des murs, en dedans ou en dehors, leſquelles ſont appellées par cette raiſon *arriere-vouſſures*, c'eſt-à-dire, *vouſſure derriere une autre*, qui eſt celle de la baye formée par ſon tableau recourbé en arc qui en fait la couverture, ou comme quelques-uns diſent la *fermeture.* En effet ces voûtes ſont ordinairement compoſées de trois parties différentes, ſçavoir, 1°. d'une portion cylindrique, qui eſt la couverture du tableau ceintrée en berceau, ou ſimplement bombée, & quelquefois droite en plate-bande ; nous avons traité de celle-ci en ſon lieu. La ſeconde partie, qui lui eſt ſemblable ou peu différente, eſt renfoncée au-dedans du tableau, on l'appelle *feuillure*, elle ſert à y loger l'épaiſſeur du bois de la fermeture de menuiſerie, ou du chaſſis *dormant*, ou de la porte, ou du volet de chaſſis. Celle-ci eſt de même eſpece que la précédente. On la ſupprime ſouvent lorſque les piédroits ſont peu ébraſés, ou paralleles entre eux. La troiſieme partie de ces arriere-vouſſures eſt la conique ébraſée par le haut ou par les côtés, qui ſoutient ce qui reſte de l'épaiſſeur du mur en dedans du tableau ou de la feuillure ; c'eſt de celle-ci dont il eſt queſtion, nous pouvons la réduire à deux eſpeces principales.

La premiere, qui eſt une portion d'un cône droit, eſt l'arriere-vouſſure *bombée droite*, où les arcs de la face & celui de la feuillure ſont concentriques dans l'élevation, mais non pas ſemblables, en ce que l'un eſt d'un plus grand nombre de degrés que l'autre. La ſeconde eſpece eſt l'arriere-vouſſure bombée droite ou biaiſe, dont les arcs de la face & de la feuillure ne ſont pas concentriques dans l'élevation. Je ſubdiviſe celle-ci en deux autres eſpeces, l'une dont l'arc de face ou de feuillure eſt moindre que le demi-cercle. L'autre où l'arc de feuillure eſt égal au demi-cercle, & où celui de face eſt d'un plus petit nombre de degrés ; celle-ci, dont je donne un nouveau trait, eſt d'une figure ſemblable à celle qu'on appelle *de Marſeille*, dont elle ne differe que par plus de régularité à la ſurface de la doële.

Premiere eſpece.

Arriere-vouſſure conique bombée droite ſur un axe.

J'appelle droite l'arriere-vouſſure dont les ceintres de face & de feuillure ſont concentriques dans l'élevation, parce que l'axe

du cône étant perpendiculaire sur la face, sa projection verticale se réduit à un point, qui est le centre commun de toutes les sections qui lui sont perpendiculaires. Soit [*fig.* 138.] le trapeze ABDE le plan horisontal de la baye d'une porte ou d'une fenêtre que l'on doit voûter. On élevera par ces quatre points A, B, D, E, autant de perpendiculaires indéfinies sur AE, comme AF, BI, DK, EG. Puis ayant pris à volonté sur la ligne du milieu MC un point C pour centre de l'arc de feuillure IK, on décrira de ce même centre C l'arc de face intérieure FG; mais parce que le rayon de celui-ci n'est pas de longueur arbitraire comme à celui de feuillure, il faut chercher la moindre longueur qu'on puisse lui donner, pour que la fermeture de menuiserie des battans de la porte ou de la croisée, puisse s'ouvrir totalement sans être arrêtée par la voûte de l'arriere voussure, en quoi les ouvriers pechent tous les jours, & même quelquefois les maître de l'art, comme on le remarque très-fréquemment dans les bâtimens, & même dans la quatorzieme planche du livre de la coupe des bois de Maître Blanchard, au trait de son arriere-voussure de Marseille, où les battans ne pourroient s'ouvrir totalement pour s'appliquer aux piédroits ébrasés.

Planc. 50. *Fig.* 138.

OBSERVATION GENERALE

Pour la position des naissances des arriere-voussures bombées ou ceintrées par devant & par derriere.

La premiere attention que l'on doit avoir dans le tracé des épures des arriere-voussures bombées ou ceintrées par devant & par derriere, est de bien poser la naissance de l'arc de face élevée sur l'ébrasement des piédroits, parce que si elle est trop basse, les venteaux des portes ou volets ne peuvent s'ouvrir que jusqu'à un certain angle, où elles touchent à la voûte par le milieu de leur bombement; les mauvais appareilleurs & les ouvriers la mettent ordinairement de niveau avec celle de l'arc de feuillure, & c'est justement alors que les portes ou volets ne peuvent s'ouvrir qu'en partie. Il faut donc mener par le milieu *h* de la clef de l'arc de feuillure une ligne de niveau *h*G qui coupera l'à-plomb EG de l'arête d'ébrasement au point G, où sera la naissance la plus basse que l'on puisse donner à l'arc de face, si la profondeur de la voûte est égale à la moitié de la largeur

largeur de la baye BD ; ſi la largeur du piédroit DE eſt moindre *Fig.* 138.
que cette moitié CD, on peut encore un peu baiſſer la naiſſance en queſtion, en portant DE en De^{o}, & titrant $e^{o}x^{e}$ parallele à CH, qui coupera l'arc I*h*K en x^{e}, par où on tirera le niveau de la naiſſance G, qui eſt la plus baſſe qu'on puiſſe trouver ; mais on eſt le maître de l'élever au-deſſus de G tant que l'on voudra, alors la doële de la voûte s'ébraſe plus qu'il n'eſt néceſſaire pour l'uſage de l'arriere-vouſſure.

La raiſon de cette conſtruction eſt facile à appercevoir, lorſqu'on fait attention que le battant du venteau tournant ſur ſes gonds, décrit par ce mouvement dans l'air un arc de cercle horiſontal, dont la ligne *h*G eſt la projection verticale, & l'arc Cy^{o}E l'horiſontale, qui eſt parfaitement égale à ceux du haut & du bas qui ſont décrits par les ſommets des angles du battant. Par où l'on voit clairement que la partie de la voûte qui s'abaiſſe au-deſſous de cette ligne, arrête néceſſairement le mouvement du venteau tournant ſur ſes gonds.

Ainſi ſuppoſant un arc de face *n*ZO dont la naiſſance O ſoit de niveau avec celle de feuillure qui en K, le ſommet du battant qui étoit en *h*, ſera arrêté au point Z, où la ligne *h*G coupe l'arc *n*ZO, & ſi l'arc deſcend plus bas comme en *e*, la porte ſera arrêtée en *y*, où l'horiſontale *h*G coupe l'arc *nye*, ſuppoſant que la largeur de la moitié de la baye CD ſoit égale à la profondeur de la voûte Dy^{o} ; mais ſi cette profondeur eſt moindre que la largeur CD comme en DY, il eſt viſible que le venteau s'ouvrira un peu plus, ce qu'il eſt facile de reconnoître comme il ſuit. On portera l'ébraſement du piédroit DE en De^{o} ſur CD, & l'on tirera par le point e^{o} une parallele à MH, qui coupera l'arc de feuillure en un point x^{e}, la ligne menée par ce point parallelement à *h*G, rencontrera l'arc *nye* un peu au-deſſous de *y*, par exemple, au-deſſous de Z ; ſi par ce point on abaiſſe un à-plomb Z*z* qui coupe AE en *z*, la ligne tirée du point D à *z* donnera l'angle CD*z* pour celui de la plus grande ouverture du battant. D'où l'on peut tirer la maniere de poſer la naiſſance de l'arc de face à telle hauteur que la porte s'ouvre tant & ſi peu que l'on voudra.

Suppoſant préſentement que la naiſſance du ceintre intérieur eſt poſée en F & en G, où elle doit être à l'égard de l'arc de feuillure I*h*K ; du point C pour centre, qui étoit celui de la feuillure, & CG pour rayon, on décrira l'arc FHG. Les ceintres

Fig. 138. étant tracés, il faut en choisir un pour primitif, sur lequel on fera les divisions des voussoirs; lequel des deux qu'on choisisse, on ne peut éviter de l'irrégularité de division. Il est plus naturel de choisir celui de feuillure que l'autre pour la régularité de la fermeture, qui est ordinairement apparente en dehors; mais alors les têtes des premiers voussoirs intérieurs deviendront considérablement plus larges que celles des suivans; car supposant l'arc IK de feuillure, divisé en voussoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, si l'on tire par ces divisions les joints du centre C, comme I, N; 1, 6; 2, 8; il est visible que l'arc F6 est plus grand que 6, 8, ou que FN est plus petit que N6.

On pourroit faire des divisions égales entre elles & en même nombre sur chaque arc de ceintre, comme si l'on faisoit F 5 égal à 5, 8, & qu'on tirât le joint 5, 1; mais alors le joint de lit à la doële ne seroit plus une ligne droite, mais une courbe à peu près comme nous l'avons dit de ceux de la corne de vache, à laquelle cette construction doit être renvoyée. Cette courbure de joint, qui peut être évitée par la précédente division des voussoirs, devient inévitable aux impostes FI, KG, parce que la ligne FI ne peut tendre au centre où passe l'axe du cône, mais en quelqu'autre point x au-dessus de cet axe qui est réuni en G, parce que les arcs FH & Ih ne sont pas semblables, FH étant d'un plus grand nombre de degrés que Ih, de la quantité de l'arc FN; il faut donc chercher la courbe de la naissance de la voûte sur la surface plane du piédroit ébrasé, laquelle courbe peut être un arc de différentes sections coniques, suivant le plus ou le moins d'ébrasement du piédroit DE, ce que l'on peut reconnoître par l'opération suivante.

Ayant prolongé les arcs des ceintres de face & de feuillure jusqu'à leur demi-diametre commun CV qu'ils rencontreront en q & V, on lui menera la perpendiculaire Vg dans l'épaisseur du mur, & l'on tirera par les points g & q la ligne gqS, qui rencontrera la ligne du milieu MS au point S; si la ligne qg est parallele à DE, la courbe de l'imposte KG sera une portion de parabole; si l'ébrasement du piédroit étoit en DL, alors YL étant plus grand que YE = qV, l'arc seroit une portion d'ellipse. Au contraire, si le piédroit étoit en dedans comme Dz, ou à l'équerre comme DY, la section seroit une portion d'hyperbole; mais sans s'embarrasser de connoître l'espece de cette courbe, on peut la décrire facilement & régulierement par la pratique suivante, la-

quelle ſervira pour toutes les arrieres-vouſſures qui ſont à peu près de même eſpece. *Fig.* 138.

Ayant diviſé la ligne DY, ou ſon égale *d*E, qui exprime la profondeur de la voûte, en autant de parties égales qu'on voudra de points de la courbe cherchée, par exemple, ici en quatre aux points 1, 2, 3, E, on menera par ces points des paralleles à AE, qui couperont la ligne du milieu MC en des poinis *m*, *m*, *m*; le côté du cône *qg* aux points *u*, *u*, *u*, & le piédroit DE aux points 11, 12, 13, par où on menera des paralleles à DK, qu'on fera moyennes proportionnelles entre $m^1u + m^1 11$ & $11u$, $m^2u^2 + m^2 12$ & $12 u^2$, &c. c'eſt-à-dire, que d'un point m^1 pour centre, & pour rayon m^1u, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire 11*n* au point *n*; on élevera toutes ces moyennes proportionnelles au-deſſus de la ligne B*d* en *de*, *de*, où elles donneront les points *e*, *e*, *e*; la courbe K*eee*G ſera celle de la naiſſance de l'arriere-vouſſure ſur le piédroit DE, ou ſi l'on veut l'angle rentrant fait par la rencontre de la ſurface plane du piédroit DE, & de la concave conique de l'arriere-vouſſure, non pas dans toute ſon étendue, mais raccourcie par la projection dans le rapport de D*d* à DE.

Pour tracer cette courbe dans ſa vraie grandeur, il auroit fallu élever des perpendiculaires ſur DE, & les faire égales aux moyennes proportionnelles 11*n*, 12*n*, 13*n*, EG; cependant on peut la reproduire de ſon racccourciſſement KG, en tirant par les points K*eee*G des paralleles KO, $e1^o$, $e2^o$, $e3^o$, Gg^o, qu'on fera égales aux lignes DE, D13, D12, D11, à commencer du terme de la ligne GE, & l'on aura la vraie courbe O 1°, 2°, 3°, g^o que l'on cherche, dans toute ſon étendue. Comme les joints de lit à la doële ſeroient des courbes de même nature, ſi l'on faiſoit les diviſions des vouſſoirs égales à l'arc de feuillure I*h*K & à l'arc de face FHG, on pourroit les trouver de la même maniere par le moyen de leur projection, comme celle du joint de lit 5, 1, par le moyen de ſa projection p^1, p^5; ou bien par le moyen de la ſeule projection verticale, & des interſections des arcs concentriques, comme l'on a fait pour ceux de la corne de vache.

REMARQUE.

Comme cette courbure devient toujours moins ſenſible, à meſure que les lits approchent de la clef, où la ſection (s'il y

en avoit une) deviendroit *verticale*, c'eſt-à-dire, paſſant par le ſommet du cône, par conſéquent droite triangulaire, on peut dans une opération ordinaire la négliger & faire ces joints à peu près droits; mais comme elle augmente vers l'impoſte, on ne peut la négliger ſans faire une faute ſenſible, comme je l'ai reconnu par expérience. Il eſt étonnant que les Auteurs des livres de la coupe des pierres & des bois ne s'en ſoient pas apperçu, & qu'ils n'en aient rien dit; c'eſt une preuve qu'ils n'ont pas examiné les choſes de près & avec des yeux géométriques.

L'arriere-vouſſure droite faite par des ceintres concentriques, eſt ſans doute la plus réguliere, mais parce que l'on eſt quelquefois gêné par la hauteur intérieure d'un étage, on eſt obligé de faire l'arc intérieur moins bombé que celui de feuillure. D'où il réſulte que ſa ſurface, qui étoit ci-devant une portion de cône droit, eſt alors une portion de ſurface d'un cône ſcalene; de ſorte que, quoique la direction horiſontale de l'arriere-vouſſure ſoit perpendiculaire à la face, l'axe du cône lui eſt oblique. Ainſi cette arriere-vouſſure, qui eſt droite par ſon élevation, devient rampante par le profil ſuivant ſon axe, quoique ſa clef puiſſe être de niveau ou même un peu ébraſée par le haut.

Explication démonſtraive.

Fig. 142. Pour concevoir les raiſons du trait de cette arriere-vouſſure, il faut ſe repréſenter un cône droit, & voir quelle partie elle en eſt. Si l'on ſuppoſe (fig. 142.) que le triangle HSI eſt la ſection horiſontale par l'axe d'un cône droit, lequel eſt coupé par deux plans verticaux *ab*X, *ed*X qui ſe croiſent en X, on reconnoîtra que les ſections de ces plans retrancheront de la ſurface du cône une portion triangulaire, compoſée par trois lignes courbes, ſçavoir, un arc de cercle *fhg*, qui eſt une partie du cercle de la baſe H*h*I, compriſe entre les verticales *af* & *eg*, & deux portions de ſections coniques égales à z^{o}G, qui ſont chacune une partie de parabole S^{y} z^{x} z^{a} G, dans cet exemple où X*e* eſt parallele à SI; d'une hyperbole, ſi le plan vertical ſur *e*X étoit tourné en *e*Y; & d'une ellipſe, s'il étoit ſitué ſur *e*L, ce qui eſt clair par ce qui a été dit des ſections des cônes au premier livre.

Préſentement, ſi l'on ne conſidere dans ces plans verticaux

que les parties ab, ed qui représentent les piédroits & la profondeur de l'arriere-voussure, on reconnoîtra que cette premiere portion de surface triangulaire étant coupée par un plan vertical sur bd, il en reste pour l'arriere-voussure une surface quadrilatere comprise par quatre lignes courbes, sçavoir, deux portions des cercles inégaux sur les diametres HI & NV, & deux portions de paraboles égales entre elles, représentées ici par l'arc Z^aG. *Fig.* 142.

Les deux arcs de cercles donnés, il ne reste plus à chercher que les arcs paraboliques, ce qui est aisé; il n'y a qu'à mener des perpendiculaires à l'axe SC autant qu'on voudra avoir de points de la section, lesquelles couperont les côtés du cône en NV, nu, & le plan du piédroit prolongé cX aux points xxX. On cherchera les moyennes proportionnelles entre nx & xu, qu'on élevera perpendiculairement à Xe aux points xx, la suite de ces lignes donnera les points de la courbe demandée $S^y zz^x zz^a$G.

Le reste de la construction de ce trait n'a pas besoin d'explication, il suffira de jetter les yeux sur la figure 138, où l'on a tracé en projection verticale chaque demie parabole GKTP^r, FITp^b, dont les arcs KG & FI de l'imposte sont de petites parties, lesquelles courbent se croisent en T, & ont leur sommet sur l'horisontale BD en p^r & p^b. *Fig.* 138.

Deuxieme espece.

Arriere-voussure bombée & ébrasée, droite ou biaise, dont les arcs de face ou de feuillure ne sont ni semblables, ni concentriques.

Premier Cas.

Où les ceintres sont peu différens.

Le plan horisontal de la baye à voûter étant supposé comme dans le trait précédent de la figure 138, & l'arc de feuillure donné IhK, dont le centre est en C, on suppose que l'arc de face intérieure est donné plus bas que le point H du précédent, & moins courbe, comme en FnG, dont le centre est donné en X sur SM prolongée.

Cela supposé, il suit, comme dans le trait précédent, qu'on

Fig. 138. peut prendre pour ceintre primitif des divisions des voussoirs tel ceintre que l'on voudra, & que si l'on fait les têtes égales entre elles dans chacun de ces deux ceintres, les joints de lit à la doële seront des lignes courbes comme à la corne de vache, mais qu'à la différence du trait précédent ils seront encore courbes si on les tire d'un des centres C ou X, parce que ni l'un ni l'autre de ces points ne sont la projection verticale du sommet du cône, comme l'étoit le point C dans la supposition précédente du cône droit; supposant donc que l'on veuille faire ces joints en lignes droites, il faut chercher la projection de ce sommet par le moyen d'un profil.

Fig. 139. Ayant pris à volonté un point R sur la ligne BD prolongée & sur la même un point M^f éloigné de R de l'intervalle DY ou dE, qui marque la profondeur de la voûte, on menera par ces points R & M^f les perpendiculaires $C^x H^f$ & $h^u h^f$ prolongées indéfiniment; on portera de part & d'autre du point R la hauteur Ch de la figure 138 en h^f & h^u, & la hauteur Cn de la clef intérieure en $M^f N$, & CX en $M^f C^x$, puis on tirera par les points $N h^f$ & C R des lignes droites qui se croiseront au point S^v qui représentera le sommet du cône scalene dont la doële de l'arriere-voussure doit être une partie de sa surface, & la ligne inclinée $S^v C^x$ en représentera l'axe.

Présentement pour avoir la projection verticale du sommet sur l'élevation, il n'y a qu'à mener par S^v une parallele S^v, S^e à l'horisontale BD, qui coupera la ligne du milieu MS au point S^e, où sera la représentation du sommet du cône que l'on cherche.

Par le moyen de ce point on peut faire les joints de doële en ligne droite; car si par ce point & ceux des divisions des voussoirs 1, 2, 3, 4, on mene des lignes jusqu'à la rencontre de l'arc de face FnG qu'elles couperont en 9, 10, &c. les joints de lit à la doële 9, 1; 10, 2, seront des lignes droites. Par quelque autre point que S^e qu'on puisse les tirer, ce seront des lignes courbes; cependant à cause de la grande inégalité des divisions des premiers voussoirs, on peut quelquefois les faire courbes, cela convient même lorsque les différences sont très-grandes, comme on le verra ci-après à l'arriere-voussure de Marseille.

Le second effet de l'inégalité des arcs & des différentes positions de leurs centres, est dans la direction des joints de tête;

dans le trait précédent ces joints se trouvoient sur une même ligne, par conséquent dans un même plan; par exemple le joint IN^{e} (fig. 138.) se trouvoit en ligne droite avec le joint de lit IN provenant du centre C, de même que celui de la tête de la feuillure; mais dans ce trait où les centres sont différens, si pour le premier lit 9, 1 on tire pour la ête intérieure le joint 9, 9e & pour le second 10, 2e provenans du centre X de l'arc de face, on ne peut tirer les joints de tête de feuillure de même centre X, mais du centre C comme 1, 6; 2, 8, auquel cas les plans des lits prolongés s'entrecouperont à l'axe du cône, comme aux trompes & autres voûtes coniques. *Fig.* 138 & 139.

Le reste se formera comme au trait précédent, pour la courbe des naissances de la doële sur les impostes, avec quelque différence que nous expliquerons plus sensiblement au trait suivant, qui n'est proprement qu'une variation de celui-ci; quoique l'arriere-voussure qui en résulte porte un nom différent.

Il suffira de donner un exemple de la maniere de faire un panneau de lit, qui est dans le fond la même que celle que nous avons employée pour ceux de la corne de vache, lorsque les joints sont courbes, & qui est encore plus simple lorsqu'ils sont droits; soit, par exemple, le second panneau de lit à faire, dont la projection verticale est la ligne 1, 6T, à la figure 138; on portera à part cette ligne comme sous le chiffre 141, & l'on élevera au point 6 une perpendiculaire 6 6e qu'on fera égale à la profondeur de l'arriere-voussure prise sur une perpendiculaire à sa face, comme qp^{6} de la figure 138 ou dE, puis par les points 1 & 6e on tirera la droite 1 6e, qui sera le joint de lit à la doële, ensuite on menera par le même point 6e une ligne 6e T^{e} parallele à 1 T, & le panneau sera fait.

On y ajoutera le profil de la feuillure 1f, du tableau fg, & de la face extérieure gh, qui exprime le joint de tête de l'arc extérieur dans les mêmes mesures qu'à la projection horisontale Bbt.

Si au lieu du joint droit 1, 6 on avoit eu un joint courbe, comme seroit celui qui passeroit par les divisions 1, 5, il auroit fallu en faire le panneau précisément comme à la corne de vache, mais comme dans le cas présent où cette courbure n'est pas fort sensible, il suffira de creuser un peu ce joint, relativement au panneau de celui de l'imposte FI, ou son égal KG, en

diminuant un peu de cette premiere courbure au premier lit, & encore plus au lit suivant, s'il y en avoit un qui passât par le point 2 hors du point 8, comme en 2, 10 prolongé, cette seule attention suffit à la pratique; mais il n'en sera pas de même si les arcs de face & de feuillure sont très-inégaux, comme à l'arriere-voussure suivante, parce qu'alors la courbure sera trop sensible pour la négliger.

Deuxieme Cas.

Où les ceintres de face & de feuillure sont très-différens.

En termes de l'art :

Nouvelle arriere-voussure de Marseille, régulierement conique.

Le plus & le moins, disent les Philosophes, ne change pas l'espece, mais ici la grande inégalité des ceintres de face & de feuillure change si fort la figure de l'arriere-voussure précédente, qu'elle n'y est presque plus connoissable, en ce que l'arc de feuillure est un demi-cercle complet & celui de face intérieur un arc tout au plus de 60 degrés, ordinairement beaucoup moindre; cependant si l'on ne considere que la partie du milieu de la figure 144, par exemple 8 2 *h* 5 *n* H 8, on reconnoîtra que l'arriere-voussure précédente ne doit être considérée à l'égard de celle-ci, que comme la partie à l'égard du tout. Les appareilleurs font l'arriere-voussure de Marseille suivant les traits du Pere Deran & de M. de la Rue d'une maniere fort différente, qui produit une surface irréguliere dont nous parlerons lorsqu'il sera question de ces surfaces. Nous ferons voir ici qu'on peut la faire régulierement conique. Et comme la régularité est un des principes de beauté, je crois que mon nouveau trait doit rendre cette arriere-voussure plus agréable à la vue que l'ancien.

Planc. 51. *Fig.* 144. Soit (fig. 144.) le trapeze ABDE le plan horisontal de la baye de la porte ou fenêtre qu'on doit voûter, dont nous retranchons la feuillure & le tableau, comme étant des parties de voûtes différentes & de ces cylindriques où il ne se trouve aucune difficulté. Ayant élevé comme au trait précédent des verticales indéfinies sur les quatre angles de la baye, AF, BI, DK,

DK, EG, on prendra à volonté ſur la ligne du milieu MH un point C, d'où comme centre on décrira le demi-cercle I*h*K pour ceintre de feuillure, qui touchera les lignes BI & DK aux points I & K, qu'on trouvera en tirant par C la ligne IK parallele à BD. Par le point *h*, ſommet de ce demi-cercle, on menera FG parallele à ſon diametre IK qui coupera les verticales ſur A & E aux points F & G, où ſeront les ſommets des piédroits. On peut baiſſer un peu cette ligne ſi la largeur du piédroit DE eſt moindre que D*m*, alors ſi l'on porte la longueur DE en D*e* ſur DB, & que l'on tire *e x* parallele à HM, on pourra tirer par le point *x* la ligne de ſommité des piédroits, qui donnera des points F & G un peu plus bas que les précédens. *Fig.* 144.

Les ſommités F & G des piédroits étant déterminées comme nous venons de le dire, afin que les venteaux de menuiſerie puiſſent s'ouvrir totalement & s'appliquer aux piédroits ébraſés BA, DE, on prendra à volonté ſur la ligne HM un point *m* pour centre de l'arc de face intérieure, duquel & de l'intervalle *m* F ou *m* G pour rayon, on décrira le ceintre FHG, lequel paſſera dans la diſpoſition précédente au-deſſus du point *h*, d'un intervalle H*h* à peu près égal à celui de l'ébraſement du piédroit DE, exprimé par la ligne DL.

Si l'on avoit pris le centre de cet arc beaucoup plus loin que *m*, comme par exemple au bas de la planche en N, l'ébraſement de la clef auroit beaucoup diminué, parce que l'arc, quoique paſſant par les ſommets déterminés F & G, auroit paſſé au-deſſous du point H; de ſorte que ſi le centre de cet arc étoit infiniment loin, il ſe confondroit à peu près avec la ligne droite de ſommité F*h*G; alors la clef de l'arriere-vouſſure ſeroit de niveau ſans aucun ébraſement, ſans que les battans de la fermeture de menuiſerie fuſſent empêchés de s'ouvrir totalement. D'où il ſuit qu'à moins que la longueur des piédroits BA, DE ne ſoit beaucoup moindre que la demi-largeur *m* B ou *m* D de la baye, on ne peut gueres bomber l'arc intérieur ſans empêcher le mouvement de ces venteaux, parce que les naiſſances d'un tel arc ſeront néceſſairement au-deſſous du point *h* de la différence de hauteur des points *x* & *h*, qui eſt très-peu conſidérable. Ainſi lorſque l'on fait la clef de niveau, comme Maître Blanchard, à ſa planche 14, conforme à ſon diſcours, on tombe comme lui dans le défaut de hauteur des piedroits,

Fig. 144. & par conféquent dans celui de ne pouvoir ouvrir les venteaux qu'en partie & non pas totalement, enforte qu'ils puiffent s'appliquer à l'ébrafement du piedroit.

Les deux ceintres de face & de feuillure étant tracés, on divifera celui de feuillure en fes vouffoirs, par exemple ici en fept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lefquels on tirera du ceintre C les coupes 1, 7; 2, 8; 3, 9; 4, 0; 5, *n*; 6, *q*. On divifera enfuite l'intervalle *h*H de l'ébrafement à la clef en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe d'impofte ou naiffance de la doële de l'arriere-vouffûre fur fon piédroit en K*z*G, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3, H. Puis ayant auffi divifé en quatre l'intervalle C*m* des deux centres des deux arcs de face & de feuillure, aux points 1^c, 2^c, 3^c, *m*, de chacun de ces points pour centre & de l'intervalle de la premiere divifion correfpondante entre *h*H, pour rayon, comme 1^c 1, 2^c 2, 3^c 3, on décrira les arcs des cercles indéfinis 3*x*, 2*y*, 1*z*, dont il faut chercher la terminaifon. Ayant divifé l'intervalle *m*M, qui eft la profondeur de la voûte, en autant de parties égales entre elles que l'on a divifé H*h*, aux points 1^m, 2^m, 3^m, on menera par ces points des paralleles à AE qui rencontreront le piédroit DE aux points 1^n, 2^n, 3^n, par lefquels on menera des paralleles à DK, qui rencontreront les arcs ci deffus aux points *z*, *y*, *x*, qui feront à la courbe que l'on cherche; ainfi on tirera à la main ou avec une regle pliante la courbe K*yx*G, qui eft la projection verticale de la naiffance de la doële fur fon piédroit.

Préfentement il faut chercher la valeur de cette projection qui refferre cette courbe; ce qui fe fera facilement par la méthode des cerches ralongées. On prolongera le diametre IK,
Fig. 144 & 145. fur lequel on portera la ligne DE à volonté, par exemple en *fk* (fig. 145.) avec toutes fes divifions 1, 2, 3, *k*, par lefquelles on élevera des perpendiculaires indéfinies à cette horifontale: puis par les points G, *x*, *y*, *z*, on menera des horifontales qui couperont les verticales précédentes aux points *z*, *y*, *x*, *g*, par lefquels on tracera la ligne courbe *fzyxg* que l'on cherche, laquelle eft plus large que celle du profil *f*ZYXV, dans le rapport de DE à EL, & le trait fera fait.

Préfentement fi l'on confidere la nature des fections de la doële, fuivant les obfervations que nous avons faites fur les furfaces gauches au commencement de ce quatrieme Livre, page

7 & ſuiv. on reconnoîtra que les quatre angles de la doële de chaque vouſſoir ne ſont pas dans un même plan, par conſéquent qu'on ne peut pas en faire des panneaux de doële plate. Il ne reſte donc de panneaux à faire que ceux de tête, qui ſont donnés ſur l'élévation, & ceux de lit dont les joints à la doële ne ſont pas des lignes droites, par les raiſons que nous avons données ci-devant, en parlant de ceux de la corne de vache, dont la conſtruction eſt la même, à la réſerve de ceux qui traverſent en partie la voûte & en partie le piédroit, comme ſont ceux que donnent les coupes 1, 7 & 6 *q*, dont la partie du joint 6 *z* eſt courbe, & l'autre *zq* droite ; nous donnerons un exemple de chacun de ces lits. Ayant porté la longueur 5 *n* de la fig. 144 en un endroit ſéparé, comme à la fig. 146, avec toutes ſes diviſions *t*, *u*, V, on lui menera par ces mêmes points des perpendiculaires dont on prendra les longueurs au plan horiſontal ; ſavoir, R*r* ou *n*N égale à *m*M, *t*T égale à $m\ 3^m$, *u*U égale à $m\ 2^m$ & VV égale à $m\ 1^m$, & par les points NTUV 5 on tracera la courbe qui ſera le joint à la doële du lit de deſſous du cinquieme vouſſoir. *Fig.* 144 & 146.

Pour former le panneau du lit ſuivant, dont le joint à la doële eſt mixte, on opérera à peu près de même. Ayant porté à part la longueur 6*q*, comme à la fig. 147, avec ſa diviſion Z, on lui élevera au point *q* une perpendiculaire *q*Q qu'on fera égale à *mM*, ou, ce qui eſt la même choſe, à LE à laquelle elle répond, & ſur le point *z* une perpendiculaire *z*Z égale à $m\ 1^m$, qui eſt la profondeur du premier arc 1 Z, puis on tirera une ligne droite de *z* à Q, & une courbe concave de Z à 6 ; mais comme on n'en a que deux points, il faut en chercher au moins un troiſieme. Pour cet effet on diviſera l'intervalle $C\ 1^c$ des deux premiers centres des arcs *h*K, & 1 *z* en deux également en *d*, d'où comme centre & pour rayon *dh*, plus la moitié de *h* 1, on décrira un arc qui coupera 6 *z* en un point *i* ; on portera à la figure 147 la longueur 6 *i* en *i* à diſtance égale de 6, & par ce point *i* on élevera une perpendiculaire *i* I qu'on fera égale à la moitié de l'intervalle $m\ 1^m$, & par les points 6 IZ on tracera la courbe demandée.

Il eſt viſible que plus les lits ſeront près de la clef, moins leurs joints à la doële ſeront courbes ; enſorte que s'il y en avoit un au milieu de la clef, il ſeroit parfaitement droit, parce qu'alors la ſection paſſeroit par l'axe du cône, & au contraire

plus ils approcheront des piédroits, plus ils se creusent. Et qu'enfin lorsque le lit coupe le piédroit, le joint est partie courbe suivant la largeur de la doële qu'il coupe, & partie droit dans celle du piédroit qu'il traverse; parce que la surface du lit devant être plane, elle ne peut couper un plan que suivant une ligne droite : il n'en seroit pas de même si le lit étoit gauche.

Nous avons supposé dans les traits précédens que l'arriere-voussure n'étoit pas trop profonde, pour que les voussoirs fussent d'une seule piece de la face jusques à la feuillure; mais si par un excès de profondeur, ou par le défaut de pierres de longueur convenable, on étoit obligé de faire des rangs de voussoirs de deux ou de plusieurs pieces, il faudroit chercher les arcs de têtes qui font des joints de doële transversaux. Ayant déterminé la longueur horisontale du voussoir, & l'ayant porté sur le *plan* quarrément, on menera par ce point une parallele à la face qui coupera l'ébrasement du piédroit, par exemple en 2^n; on menera ensuite une parallele à l'élévation de ce piédroit, laquelle rencontrera celle de l'angle rentrant qu'il fait avec la voûte en *y*, où sera la naissance de l'arc du joint de doële qu'on cherche.

Fig. 144.

Si les arcs de face & de feuillure sont concentriques, comme à l'arriere-voussure bombée droite, cet arc seroit facile à décrire du centre commun C & de l'intervalle du point trouvé à ce centre. Mais si ces arcs de face & de feuillure sont excentriques, il faudra chercher une quatrieme proportionnelle à l'épaisseur ou profondeur horisontale de la feuillure, à celle du voussoir, & à la distance des centres de face & de feuillure; le quatrieme terme donnera la distance du centre 2^c au-dessous du centre C, par le moyen duquel & de l'intervalle 2^c *y* on décrira l'arc du joint de doële transversal qu'on cherche pour la tête en joint du voussoir.

Ce trait suppose encore une chose qui peut varier, sçavoir, que le joint transversal est dans un plan parallele à celui de la face; mais il peut arriver par une raison de décoration que ce joint ne soit pas dans un plan vertical, comme lorsqu'on veut faire une bande de largeur uniforme, mesurée non pas horisontalement, mais suivant la distance perpendiculaire de l'arête de la face au bord opposé de la bande; telles sont les bordures des revêtemens de marbre, & les bâtis des revêtemens de menuiserie. Alors il faut chercher la courbe de la projection de ces

joints transversaux par plusieurs points ; ce qui est plutôt un trait de menuiserie que de coupe des pierres, comme on le verra à la suite de celui-ci, lorsque nous parlerons de cet art & des incrustations de marbre ou de placage.

Application du trait sur la pierre.

Supposant que l'on veuille commencer par faire le coussinet, marqué dans l'élévation 6 *q l* K, ayant dressé un parement pour servir de surface extérieure, on lui en fera un parallele pour la surface intérieure, si la pierre peut faire parpain, ce que nous supposerons pour la facilité de l'instruction ; puis ayant levé un panneau sur l'épure en *l*K6*q*, on l'appliquera sur un de ces paremens pour tracer les lits de dessus & de dessous, qu'on formera à l'équerre suivant les lignes 6*q* & K*l*. Ensuite on creusera tout au long aussi à l'équerre, sur les mêmes paremens, une doële cylindrique *f* 6 D*d*, comme si l'on vouloit faire un voussoir de berceau droit suivant l'arc K6, si la pierre se termine à la feuillure, ou sur l'arc *ab* qui marque l'arête du tableau, si la pierre comprend le tableau, lequel arc est plus avancé que K6 de toute la largeur de la feuillure, ce qui oblige à faire deux surfaces de doëles cylindriques inégales, l'une *a b b a* qui comprend la largeur du tableau, l'autre *f* 6D*d* qui est celle de la profondeur de la feuillure. On posera ensuite sur le lit de dessous le panneau du piédroit découpé sur le plan horisontal de la fig. 144, en TDEL, pour avoir à la fig. 148 le contour qui y est dessiné en perspective en *a a* DEO. On prendra aussi le panneau du lit de dessus, à peu près tel qu'il est à la fig. 147 : je dis à peu près, parce que celui de la fig. 148 désigne un lit plus élevé, où la partie courbe 6*z* est plus grande que la droite *zq*, ce qui est le contraire à la fig. 147. Ainsi il faut supposer que le lit en perspective de la fig. 148 représente celui qui seroit tiré du centre C de la fig. 144 par le point *y*. Fig. 144. Fig. 148.

Les deux lits de dessus & de dessous étant tracés, on abattra la pierre en surface plane entre les trois lignes droites tracées DE, E*q*, *q*Z. Puis avec une cerche formée sur l'arc hyperbolique *cfzyxg* du profil (fig. 145) on terminera cette surface plane par un quatrieme côté courbe D*z* (fig. 148). Alors il ne restera plus qu'à former la portion triangulaire de la doële de l'arriere-voussure comprise entre trois lignes courbes données, sçavoir, l'arc circulaire de feuillure D6, l'arc hyperbolique de joint de

Fig. 148. lit 6z, & l'arc hyperbolique de naiſſance de la doële ſur le piédroit Dz. Ainſi abattant la pierre compriſe entre ces trois termes, on ne peut manquer de la former aſſez exactement. On peut encore, pour plus d'exactitude, s'y donner vers le milieu une quatrieme ligne droite, en tirant à la fig. 144 une ligne $f^e r$ par les points f^e & 6, qui donnera ſur l'arc KG un point *r*, dont on prendra la hauteur ſur la ligne K*l* pour la porter en S (fig. 148.) & tirer *s*S parallele à DE qui coupera l'arc Dz en *s*; ſi la ſurface eſt bien faite, on pourra poſer la regle ſur les points 6 & *s* ſans qu'il paroiſſe de vuide entre la regle & la doële.

Fig. 149. On opérera à peu près de même pour la coupe du vouſſoir ſuivant, au-deſſus du couſſinet marqué à l'élévation 5 *n*G*q*6, avec cette différence qu'il demande un peu plus d'attention, parce que la doële creuſe du précédent n'étoit terminée que par trois lignes courbes; celle-ci, qu'on a deſſiné en perſpective à la fig. 149, eſt terminée par cinq lignes courbes, ſçavoir, 5*n* qui eſt le joint du lit ſupérieur, *n*G l'arc de face, G*z* partie de l'arc de naiſſance ſur le piédroit, *z*6 joint du lit inférieur à la doële, & 65, arc de feuillure. Ce vouſſoir comprend de plus un triangle plan mixte G*qz*; en voici la pratique. Ayant dreſſé & jaugé les paremens de devant & de derriere, ſi la pierre fait parpain, on appliquera ſur l'un des deux le panneau formé ſur l'élévation de la fig. 144, en 5*n* G*q*6, pour en tracer le contour, puis ayant abattu la pierre à l'équerre au parement, ſuivant les lignes droites 5*n* & 6*q* pour former les lits, & ſuivant le contour de l'arc de cercle 5 6, on aura un vouſſoir ſemblable à celui d'un berceau, obſervant le renfoncement de la feuillure. Enſuite on appliquera au lit de deſſous le panneau de la fig. 147, & à celui de deſſus le panneau fig. 146, puis par la ligne droite ZQ donnée au lit de deſſous, & par la ligne droite *q*G, tracée au parement de face, on fera paſſer une ſurface plane en abattant la pierre en triangle, dont on formera le côté *z*G par une cerche formée ſur l'arc *zg* de la fig. 145; alors on aura le contour des cinq côtés courbes qui terminent la portion de doële de l'arriere vouſſure compriſe dans ce vouſſoir.

La multiplicité de ces côtés, fait qu'il eſt aſſez difficile de bien ſe conduire pour abattre la pierre de maniere qu'on forme une ſurface régulierement conique; c'eſt pourquoi il faut ſe donner quelques points de poſition pour pouvoir y appliquer

Fig. 144. la regle. Pour cet effet, on tirera par le point f^e & par des

points pris à volonté au contour du vouſſoir, par exemple 5 V, des lignes droites qui ſe termineront à l'arc ʒG vers *y* & vers *x*, où l'on prendra des repaires de hauteur ſur le lit 6*q* qu'on portera à la fig. 149, où l'on marquera auſſi les premiers points 5 & V. Alors poſant la regle RE ſur ces joints, on abattra la pierre de maniere qu'elle s'y applique exactement. Ainſi on aura des guides pour ne pas trop creuſer entre les termes du contour de la doële donnée ; l'on multipliera ces lignes droites autant que l'on jugera à propos, & le vouſſoir ſera exactement formé, pour que la doële ſe continue ſans jarret avec la portion précédente & les ſuivantes ; celles-ci ſeront plus faciles à faire, parce qu'elles ne ſeront terminées que par quatre côtés, au lieu que celle de la figure 149 l'étoit par cinq. Il faut bien obſerver que la regle ne peut être appliquée exactement à la doële, en aucune autre poſition que celle où ſa direction paſſe par le point *ſ*ᵉ.

Explication démonſtrative des traits des deux eſpeces d'arriere-vouſſures coniques ſcalenes ; ſçavoir, de la bombée, & de celle de Marſeille.

Pour concevoir que l'arriere-vouſſure conique ſcalene ſimplement bombée, comme celle qui eſt déſignée à la fig. 138 par la partie FNHGK, eſt inſenſiblement la même que l'arriere-vouſſure de Marſeille, on n'a qu'à conſidérer la ſeule partie 28*n*5 de la fig. 144, & imaginer que le piédroit DE eſt tranſporté en PN : alors l'élévation de ſon ébraſement ſera le trapeze mixte P 5 *n*Q, au lieu que l'autre eſt un triangle mixte compoſé de deux côtés droits DL, LG, & d'un côté mixte DKG ; ainſi l'on ne doit conſidérer la bombée que comme une partie de celle de Marſeille.

Pour donner une juſte idée de cette vouſſure, on a deſſiné à la fig. 150 un triangle ſcalene en petit & en perſpective, ſemblable à celui du profil fig. 145, dont le triangle R*s*H eſt une ſection par l'axe & par le diametre H*ſ*R de la plus grande obliquité. Si l'on coupe ce cône par un plan parallelement à ce diametre & perpendiculairement au plan de la baſe, il eſt clair qu'il ſe formera à la ſurface du cône une hyperbole FK*e*, qui repréſentera la ſection qui ſeroit faite par EL, à la fig. 144 ; & ſi ce plan eſt tourné différemment, il ſe fera une autre ſection qui peut encore être une hyperbole, ou une parabole, ou une *Fig. 150.*

ellipſe, quelle qu'elle ſoit, la ligne ſM^c repréſentera l'axe SMſ du profil de la fig. 145 : la courbe FK de la fig. 150 repréſentera la naiſſance *fg* de la fig. 145 : & le triangle Mſ*p*L [fig. 144] ſera la projection horiſontale de la moitié du cône ſcalene, où ſp^pM repréſentera l'axe.

Cette préparation étant ſuppoſée, il ſera aiſé de ſentir les raiſons de notre conſtruction ; car ſuppoſant le cône ſcalene ſHR fig. 150 coupé par pluſieurs plans verticaux paralleles à ſa baſe, ils ſeront repréſentés dans la projection horiſontale (fig. 144) par des lignes droites dont les moitiés ſont *m*D 1^mO, 2^mO, 3^mO, leſquelles ſeront les rayons des cercles formés à la ſurface du cône, & dans la même projection l'axe du cône marqué ſM^c à la fig. 150 ſera repréſenté en racourci par la ligne ſ*p*M (fig. 144) & en élévation par la ligne $ſ^e m$ égale à S*7* du profil fig. 145. Or puiſque les parties proportionnelles de cet axe entre la face & la feuillure, repréſentées en trois projections différentes, ſont auſſi chacune diviſées en parties égales entre elles, il ſuit que toutes les ſections du cône ſont proportionnelles & ſemblables à la baſe. D'où il ſuit que les lignes ſemblablement poſées dans chacune de ces projections, repréſentent la ſection d'un plan paſſant par les trois dimenſions de longueur, hauteur & profondeur ; ainſi le plan du piédroit DE étant ſuppoſé couper le plan de la projection horiſontale ABDE, ſera pour ſection une ligne droite DE. Le même rencontrant la ſurface courbe de la doële, diviſée proportionnellement par pluſieurs plans verticaux, formera la courbe K*z*G, menée par les interſections HG, 3*x*, 2*y*, 1*z*, *a*K, qu'il ne fera que toucher, leſquels plans verticaux repréſentés à l'élévation par ces arcs de cercles qui en ſont les contours, ſont au contraire repréſentés au profil par des lignes droites 1Z, 2Y, 3X ; ce qui eſt facile à appercevoir aux gens verſés dans l'architecture qui entendent le profil. Mais comme le plan du piédroit en ſituation oblique à l'axe, comme DE, ſe trouve racourci au profil dans le raport de DE à LE, la courbe *f*Y*e* devient inutile pour en former un panneau ; c'eſt pourquoi on a ralongé cette courbe par un nouveau profil, ou plutôt par une juſte élévation *fyg*, dont la baſe *fk* eſt égale à DE, & les intervalles des abſciſſes ſont égaux aux diviſions de cette ligne DE, comme nous l'avons enſeigné au ſecond Livre pour la formation des ellipſes & autres cerches ralongées.

Cependant

Cependant pour montrer que le premier profil peut devenir utile pour le trait, je ferai remarquer que par ſon moyen & par la courbe de l'élevation K7G, (fig. 144.) on peut tailler le couſſinet par équarriſſement. Ayant tracé ſur un parement à plomb, & de largeur égale à la profondeur de l'arriere-vouſſure, la courbe de profil *f* Y *e*, (fig. 145.) on tracera ſur le retour d'équerre celle d'élévation K7G, (fig. 144.) puis on abattra la pierre en creux cylindrique juſques-à la rencontre du contour convexe. La rencontre de ces deux ſurfaces, l'une concave, l'autre convexe, donnera la courbe de la naiſſance plus étendue, comme celle marquée *fyg*, (fig. 145.) toutes leſquelles courbes ſont de même nature, par le théor. III du premier livre. A l'égard des joints de lit, ce ſont des courbes dont la conſtruction eſt fondée ſur le même principe que celle des joints de la corne de vache.

OBSERVATIONS

Sur les traits de la coupe des bois & des marbres, pour les revêtemens des arriere-vouſſures en lambris de menuiſerie *ou en* incruſtrations de pieces de rapport.

Nous n'avons parlé juſqu'ici que des traits des ſections des ſolides deſtinés à la conſtruction des voûtes, où l'on a autant d'attention aux lits qu'aux diviſions des doëles & des têtes, pour que les pierres de taille dont elles ſont faites ſe ſoutiennent mutuellement. Préſentement nous ſuppoſons les voûtes faites de briques ou de pierres, & ſans égard aux lits nous examinons ſeulement les moyens de recouvrir les doëles de bois ou de marbre découpé ſuivant certains compartimens, dont il faut trouver les contours en projection & quelquefois en développement. Nous n'avons pas traité de cette matiere en parlant des voûtes précédentes, parce qu'elles ne ſont gueres ſuſceptibles de revêtemens, à cauſe de leur étendue; mais comme ces ornemens conviennent particulierement aux arriere-vouſſures, & que la mode en a établi l'uſage dans preſque tous les bâtimens des gens un peu aiſés, il eſt à propos d'en donner ici les traits.

Le ſieur Blanchard, maître menuiſier de Paris, en a fait un traité en 1729, dont la moitié n'a pour objet que ceux des revêtemens des arriere-vouſſures; mais comme il n'avoit pas la

th orie néceſſaire pour entendre le fond de cette matiere, il eſt tombé dans pluſieurs erreurs. Le public eſt obligé à un bon artiſan qui lui fait part des connoiſſances qu'il a acquiſes dans ſon art; mais il faut que cet artiſan obſerve deux choſes; la premiere eſt de conſulter les gens qui ont de la théorie, lorſqu'il le peut, ſans préſumer que la ſeule pratique lui ſuffiſe dans tout ce qui a rapport à la géométrie. La ſeconde, qu'il doit conſulter les gens qui ſçavent la langue & les termes des ſciences & des arts, pour s'énoncer comme il convient, faute de quoi il fatigue le lecteur qui n'entend qu'en devinant à moitié ce que l'auteur a voulu dire. C'eſt ce qui eſt arrivé à celui dont je parle, qui s'eſt fait un langage ſi particulier, qu'on ne peut l'entendre du premier abord; chez lui une *perpendiculaire* ſignifie ordinairement un *à-plomb*, c'eſt-à-dire une *verticale*, & quelquefois il appelle de même une ligne inclinée à l'horiſon: on ne ſçait à quoi s'en tenir. Il dit qu'une ligne en *touche* une autre lorſqu'elle la rencontre & qu'elle la coupe étant prolongée, ce n'eſt point ce qu'on entend par *toucher*. Il appelle *paralleles* des lignes qui ne le ſont point, & même qui ſont de différente nature, l'une courbe, l'autre droite, qui ſe rencontrent ſouvent; il faut deviner qu'il entend par ce mot qu'elles ſont dans un même plan, c'eſt-à-dire, qu'une ſurface plane peut paſſer par les deux. Il entend par *développement* d'une ligne, la valeur de ſa projection, quoiqu'elle ſoit dans ſon contour naturel, ſans extenſion de développement. Il aſſemble des mots qui ſe contrediſent, comme lorſqu'à la page 29, il appelle *point concentrique différent*, celui qui eſt excentrique. Tant de termes déplacés embarraſſent & fatiguent beaucoup un lecteur. On eſt cependant aſſez diſpoſé à les paſſer à un homme ſans littérature, lorſqu'il dit de bonnes choſes; mais l'indulgence ne peut aller juſqu'à pardonner des erreurs de conſtruction, lorſqu'elles ſont conſidérables, comme celles du livre dont il eſt queſtion.

Pour prendre une idée de la nature des traits de la menuiſerie & du placage des revêtemens des arriere-vouſſures, il faut remarquer que la menuiſerie ne conſiſte preſque qu'en un aſſemblage de *bâtis* & des *panneaux* qu'ils renferment. Par le mot de *bâtis*, on entend les pieces de bois qui ſervent en quelque façon de bordure, pour contenir les parties de planches dont on couvre la voûte, leſquelles ainſi renfermées de tous

côtés, s'appellent *panneaux*, où l'on voit que la signification de ce mot est bien différente de celle des panneaux qu'on emploie pour la coupe des pierres. D'où il suit que les *batis* étant des especes de bordures, il convient qu'ils soient plus étroits que les panneaux, & de largeur toujours égale, excepté lorsque leur direction tend au pole d'une sphere ou au sommet d'un cône; par-tout ailleurs l'irrégularité de la surface doit tomber sur la figure du panneau, sans changer le parallelisme des côtés des bâtis.

Puisque les bâtis sont l'ame & le principal objet des revêtemens de menuiserie, c'est à leur construction que nous devons toute notre attention. Il s'agit donc de les tracer par équarrissement dans une masse de bois, & quelquefois aussi, mais plus rarement, par la voie du développement. Ce que nous disons ici des bâtis s'applique aussi très-naturellement aux bordures & frises des incrustations de marbre, qui sont ordinairement disposées à peu près comme les batis de menuiserie. Ces bordures de l'une & de l'autre espece ne renferment pas toujours des polygones curvilignes irréguliers, elles renferment aussi souvent des courbes à double courbure, qui ont l'apparence de cercles ou d'ellipses, quoiqu'elles ne pussent être ni l'une ni l'autre de ces figures qui sont planes; or nous les supposons sur des surfaces concaves des doëles des arriere-voussures, donc ce sont des courbes à double courbure, quoique tracées d'un centre comme les cercles, ou par le moyen de deux foyers comme les ellipses, ce qui fait la difficulté des traits.

Précis de l'art des traits de menuiserie.

Tout l'art de la coupe des bois pour les revêtemens de voûtes par des lambris de menuiserie, & même celui des incrustations de marbre distribuées par panneaux, peut être réduit à quatre principales opérations. *Premierement*, à la description des lignes courbes paralleles, ou pour mieux dire équidistantes de celles des ceintres donnés pour les arêtes des faces extérieures & intérieures des arriere-voussures, ou autres voûtes à revêtir, & de celles de leurs naissances, & des divisions transversales & longitudinales; lesquelles courbes sont presque toujours différentes en contour des ceintres & des sections données. Tel est, par exemple, dans un corps régulier, un cercle mineur d'une voûte sphérique parallele à un majeur, ou un

autre mineur à l'égard d'un plus grand ou d'un plus petit, ou une section conique équidistante d'une autre donnée dans un cône, laquelle ne lui peut être semblable, parce que les sections asymptotiques ne sont pas équidistantes, comme nous l'avons démontré au premier livre. *Secondement*, à faire les projections de ces courbes sur des plans horisontaux & sur des verticaux, pour avoir les intervalles inégaux qu'elles laissent entre elles, considérées dans le niveau ou dans l'à-plomb, lequel intervalle donne ce qu'on appelle le *gauche* des batis, étant retranché de la masse du bois, d'où résulte la surface courbe que l'on cherche, & les arêtes qui le terminent à simple ou à double courbure. *La troisieme* opération, qui est la moins usitée, & dont maître Blanchard ne parle point, est le développement des surfaces à revêtir, pour les couvrir d'un bois mince plié, qui peut y être exactement appliqué & contenu par les bâtis : je puis parler par expérience de la bonté, de l'utilité, & de la durée d'un tel ouvrage, quoique l'auteur cité n'en dise rien, le supposant apparemment inusité.

J'ai fait revêtir par un habile menuisier les arriere-voussures bombées & ébrasées d'une chambre que j'habitois, & comme il n'avoit pas du bois sec assez épais pour tailler ses batis par équarrissement, il commença par les faire droits, & les plia d'une maniere qui a parfaitement bien subsisté ; mais n'ayant que l'habileté ordinaire aux meilleurs maîtres de son art, il ne prévit pas que son bois étant plié en portion conique, seroit trop étroit en montant vers le milieu de la voûte, du côté du chambranle des piédroits, & trop large du côté de la feuillure, de sorte que le lambris ne s'ajustoit ni à l'arête de la maçonnerie, ni à la feuillure du chassis dormant, ni à l'angle rentrant de la naissance de la voussure sur les piédroits ébrasés, faute d'avoir eu connoissance du développement & des sections du cône ; de sorte qu'il fut obligé de recouper vers la feuillure, d'ajouter vers le chambranle, & de courber un peu les naissances, ce qu'il auroit pu faire à peu près en tâtonnant à force de présenter son ouvrage ; mais m'étant apperçu de ce qui lui manquoit, & voulant lui épargner de la perte du tems, je fis en un instant le développement dont il avoit besoin, & le mis en état de corriger sûrement & en peu de tems son ouvrage. On verra ci-après la maniere de le faire, pour ceux qui se trouveront dans le même cas.

La *quatrieme* opération néceſſaire pour les revêtemens, eſt celle de chercher les angles des pieces que l'on doit aſſembler, à peu près comme les biveaux pour la coupe des pierres; mais parce que les bois s'aſſemblent par le moyen des tenons & des mortoiſes, ils ne tirent pas leur force de leurs coupes; de ſorte que l'appareil en eſt beaucoup plus ſimple : il n'eſt guere queſtion de biveaux que pour les doëles & les têtes où il faut engraiſſer, c'eſt-à-dire, rendre obtus l'angle du bâtis avec le chambranle, ou l'amaigrir du côté de la feuillure.

Les autres angles dont on a beſoin pour l'aſſemblage, ſont ceux des diagonales formées par la rencontre des bâtis & traverſes aſſemblées en angle ſaillant ou rentrant, ce qu'on appelle en termes de l'art à anglet ou *onglet*. Ces diagonales & les angles qu'elles font avec les côtés des bâtis ſont faciles à trouver; car premierement, ſi les bâtis ſont droits, leurs diagonales ſont auſſi des lignes droites déterminées de longueur & de poſition par les interſections des côtés extérieurs & intérieurs des bâtis & de leurs traverſes, tracés ſur l'épure. Secondement, ſi les bâtis & leurs traverſes ſont courbes tous les deux, ou l'un droit & l'autre courbe, on trouvera leurs diagonales d'aſſemblage en menant dans chacun pluſieurs lignes paralleles à ſes côtés s'ils ſont d'égale largeur, ou convergentes & divergentes, dirigées au même point du concours & à diſtances égales dans chacune des pieces d'aſſemblage, ſi elles ſont d'égale largeur; ou à diſtances proportionnelles des côtés, ſi elles ſont d'inégale largeur, par exemple, ou au tiers, ou au quart, ou à la moitié de chacune; les interſections de ces lignes donneront autant de points des diagonales que l'on cherche, par leſquels on les tracera à la main ou avec une regle pliante; ainſi on aura leur longueur, leur courbure, & les angles mixtes ou curvilignes qu'elles font avec leurs côtés.

Nous avons ſuppoſé que les bâtis étoient des ſurfaces planes; mais s'ils étoient courbes en tous ſens, comme ceux qui ſont deſtinés à revêtir une ſurface ſphérique de niche ou d'arriere-vouſſure de Marſeille, ou de S. Antoine, il faudra premierement en faire la projection ſur une ſurface plane, & en chercher la diagonale comme ci-devant, par le moyen de laquelle on en trouvera la valeur par la pratique des cerches ralongées.

REMARQUE

Sur la pratique du ſieur Blanchard.

Il eſt clair que s'il s'agit, par exemple, d'une diagonale de deux bâtis en traverſe deſtinés au revêtement d'une portion de ſphere, comme à une voûte de niche, la diagonale de projection ſera une portion d'ellipſe, parce que celle qu'elle repréſente, qui doit être ſur la ſurface de la ſphere, eſt un cercle dont la projection eſt une ellipſe, par le théorême II du deuxieme livre (page 246); il en ſera de même de pluſieurs autres diagonales, particulierement dans les angles mixtes. D'où il ſuit que la pratique que donne le ſieur Blanchard dans ſa coupe des bois (planche 5, page 7) eſt alors intrinſequement fauſſe, parce qu'il tire ſes *coupes* par la pratique *des trois points perdus*, ainſi appellée dans le langage des ouvriers, laquelle donne un arc de cercle. Au lieu de ne tirer qu'une ſeule parallele au milieu de chaque bâtis, pour trouver un troiſieme point, il n'y a qu'à en tirer encore deux au quart de la largeur, & on aura cinq points de la courbe de *coupe*, qui ſont plus que ſuffiſans pour la tracer avec une regle pliante; alors l'opération ſera exempte des reproches d'erreur.

TRAITS DE MENUISERIE.

Faire les rêvêtemens des arriere-vouſſures coniques quelconques.

PREMIERE ESPECE.

L'arriere-vouſſure bombée & ébraſée, droite ſur ſon axe.

Planche 50. *Fig.* 138 & 141. Ayant fait le plan horiſontal & l'élevation de l'arriere-vouſſure, comme à la figure 138, & ayant déterminé la longueur du bâtis, on peut faire cet ouvrage de deux manieres.

Premiere maniere, *par équarriſſement.*

Premierement, par équarriſſement, on fera un profil de l'ébraſement de la voûte, comme on voit au-deſſus du chiffre 141, qui fera connoître l'épaiſſeur du bois néceſſaire pour tailler chaque piece par équarriſſement, par exemple, *ab* pour avoir le parement *ac*, ou *ed* pour avoir *ef*. Puis pour avoir

la hauteur de la traverſe inférieure, on ajoutera à la hauteur *ag* celle de la fleche de l'arc I*h*K, qui eſt égale à K*y*, qu'on portera en *gh* pour avoir la hauteur totale *ah* du madrier ſur lequel on doit élegir le bâtis, ſi la traverſe eſt d'une ſeule piece, & à proportion ſi elle eſt de pluſieurs. Il ne s'agit plus que d'y tracer l'arc I*h*K pris ſur l'épure, lequel étant évuidé, on prendra avec le compas la diſtance *bc* du profil qu'on traînera tout au tour de l'arc nouvellement formé ; ou ce qui eſt plus commode, on ſe ſervira de cet outil que les menuiſiers appellent truſquin, & la piece ſera tracée : il ne s'agit plus que d'abattre le bois en chanfrain entre les deux arcs, & de le réduire à une égale épaiſſeur s'il en eſt beſoin, ce qui eſt à la portée des moindres ouvriers. Il n'en eſt pas de même par panneaux de développement, il y faut un peu plus de ſcience.

Seconde maniere, *par panneaux de développement.*

On ſçait que le développement de la ſurface d'un cône tronqué droit ſur une baſe circulaire, eſt une portion de couronne de cercle dont le rayon eſt égal à la longueur du côté du cône ſuppoſé entier depuis ſon ſommet à ſa baſe ; ainſi pour former le développement de la doële de notre arriere-vouſſure, il faut commencer par chercher le ſommet du cône dont elle eſt partie de la ſurface, en prolongeant, comme nous l'avons dit, la ligne *gq* juſqu'à ce qu'elle rencontre celle du milieu MH *Fig.* 138.
prolongée au point S en projection horiſontale. Ou bien, ce qui *Fig.* 139.
convient encore mieux, il faut le chercher par le profil en prolongeant la ligne H*f* *hf* juſqu'à ce qu'elle rencontre la baſe horiſontale M*f* C en S*f*. On prendra enſuite ſur la ligne du milieu un point S*p* à volonté, duquel comme centre, & de l'intervalle S*g* pour rayon, ou ce qui eſt la même choſe S*f* H*f*, on décrira un arc $F^d H^d G^d$ indéfini ; & du même centre & de l'intervalle S*q* ou S*f* *hf* pour rayon, on décrira un autre arc pour celui de la feuillure $I^d h^d K^d$. On portera ſur chacun de ces arcs de part & d'autre de la ligne du milieu, l'étendue du contour des ceintres dont ils ſont le développement, priſe par petites parties appliquées de ſuite, enſorte que l'arc $h^d I^d$ de la fig. 140 ſoit égal en développement à l'arc *h*I de la fig. 138, lequel eſt un peu plus concave, & de même l'arc $H^d F^d$ de la fig. 140, égal en développement de contour à l'arc HF de la fig. 138, ce qui donnera les points $F^d I^d$ d'un côté, & $G^d K^d$

de l'autre, lesquels sont aux contours des développemens des deux arcs d'hyperboles des naissances de l'arriere-voussure sur ses piédroits.

Pour avoir un troisieme point commun à ces deux développemens qui se croisent en X, ou prolongera un piédroit ED (fig. 138) jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne du milieu en x. On portera Sx en S^f x^p sur la base du profil S^f M^f, & on lui élevera au point x^p la perpendiculaire x^p z^x, qui coupera le côté S^f H^f au point z^x. On portera la distance S^f z^x en S^p X, qui donnera sur la ligne du milieu le point X que l'on cherche, par lequel & par les points trouvés ci-devant au développement de l'hyperbole, on tirera à la main ou avec une regle pliante les courbes XI^d F^d & XK^d G^d, dont les parties I^d F^d, K^d G^d sont les terminaisons du développement de doële de l'arriere-voussure. Ainsi faisant un assemblage de la figure de la portion de couronne I^d h^d K^d, G^d H^d F^d, on pourrra l'appliquer dans l'arriere-voussure exactement sur toute la surface en le pliant, ou par le moyen du feu, ou par quelques traits de scie poussés au travers du fil du bois, du côté intérieur caché, à distance de 5 ou 6 pouces plus ou moins, pénétrans jusques au tiers ou à la moitié de l'épaisseur du bois, ensorte qu'il ne s'y fasse pas des côtes.

On auroit pu chercher un plus grand nombre de points du développement des arcs hyperboliques, suivant la méthode que nous avons donnée au problême 7 du troisieme livre ; mais il suffit dans le cas présent de voir à peu près l'effet & la saillie du bombement qui n'est pas assez considérable pour tirer à conséquence dans l'exécution. Il faut remarquer que ce panneau de développement doit être tracé sur la surface intérieure de la menuiserie qui s'applique contre la doële de maçonnerie, parce qu'il faut avoir égard à l'épaisseur du bois & au délardement des bords des bâtis, qui doivent être coupés en chanfrain, les uns pour être appliqués à la feuillure, les autres au parement du mur à-plomb, où l'épaisseur du lambris & son joint avec la maçonnerie sont ordinairement recouverts par un chambranle.

Les biveaux du délardement de devant & de derriere sont donnés au profil, & même au plan horisontal en qgN^x obtus *Fig. 138.* de la face avec la doële & son supplément gqV, pour le maigre de la feuillure. Les autres angles mixtes aux impostes sont donnés à l'élevation en HGG^x pour être appliqués sur les faces & non

non pas perpendiculairement à la tête de l'angle, ſuivant l'uſage ordinaire des biveaux.

Revêtement de la ſeconde & de la troiſieme eſpece d'arriere-vouſſure conique.

Nous joignons ici l'arriere-vouſſure bombée & ébraſée à ceintres excentriques avec celle de Marſeille, parce qu'il n'y a de différence pour le trait qu'en ce que la ſurface de cette derniere eſt plus gauche que la précédente, d'une quantité qui ne provient que du plus ou moins de grandeur de l'arc de feuillure à l'égard du ceintre de face. Premierement, pour la ſeconde eſpece, tout étant diſpoſé à la figure 138 comme il a été dit pour la coupe des pierres, il faut chercher la valeur de la longueur donnée du bâtis en projection verticale & horiſontale, ce qui eſt une opération inverſe de celles de la coupe des pierres, où les projections étant données, on cherche leur valeur. Ici tout au contraire la largeur inclinée du bâtis eſt déterminée par l'ouvrier, & pour donner à ſon bois la hauteur & l'épaiſſeur convenable pour y élégir ſon bâtis, il faut qu'il cherche une courbe verticale & une horiſontale, ce qui ne peut ſe faire que par le moyen de pluſieurs profils qu'on fera en auſſi grand nombre qu'on voudra avoir de points de ces courbes; nous nous bornerons ici à deux, pour ne pas embrouiller la figure. *Fig.* 138.

Il faut obſerver auparavant, que puiſqu'on veut que les bâtis ſoient par-tout d'une égale largeur, il faut que leur meſure ſoit priſe perpendiculairement à l'arc de leurs arêtes intérieure & extérieure, parce qu'il eſt clair que toute autre ligne qui ſeroit inclinée à ſa tangente donneroit une plus petite largeur; ce qui fait voir la fauſſeté de tous les traits du livre de Maître Blanchard, qui prend ſes meſures ſur des profils obliques à cette tangente. D'où il ſuit que pour chercher les largeurs des projections avec une ſcrupuleuſe exactitude, il faudroit faire des profils exprès pour les traverſes des bâtis de chaque poſition, ſur la face & ſur la feuillure. Ainſi il faudroit tirer les ſections qui doivent donner les baſes des profils, les unes du centre C pour la feuillure, les autres du centre X pour la face, ou, pour ne pas multiplier ces baſes, les tirer du milieu M de ces deux centres, ce qui ne peut produire aucune différence ſenſible.

Ayant tiré du point M autant de lignes qu'on voudra de points des courbes qu'on cherche, qui couperont les ceintres de

face F n G & de feuillure I h K, on prendra les lignes comprises entre ces deux arcs pour autant de bases de profil, par exemple, h n au milieu, & I 9 près de l'imposte, & les ayant porté à part comme hn en fn de la fig. 143, & I 9 en I 9 de la fig. 143, on portera l'épaisseur E d de la voûte à angle droit en n & en 9, aux points n^e & i des profils, & l'on tirera les lignes n^e f & i I; les triangles $f n n^e$ & i 9 I seront les profils des sections faites par les points pris à volonté h & I, non pas exactement, parce les sections de la doële provenant de tout autre point que f^e ne sont pas des lignes droites, mais suffisamment pour la pratique la plus exacte, parce que cette courbure se trouve divisée en trois parties, dont deux sont les largeurs du bâtis fort étroites, & la troisieme qui est au milieu est celle du panneau qu'ils enferment.

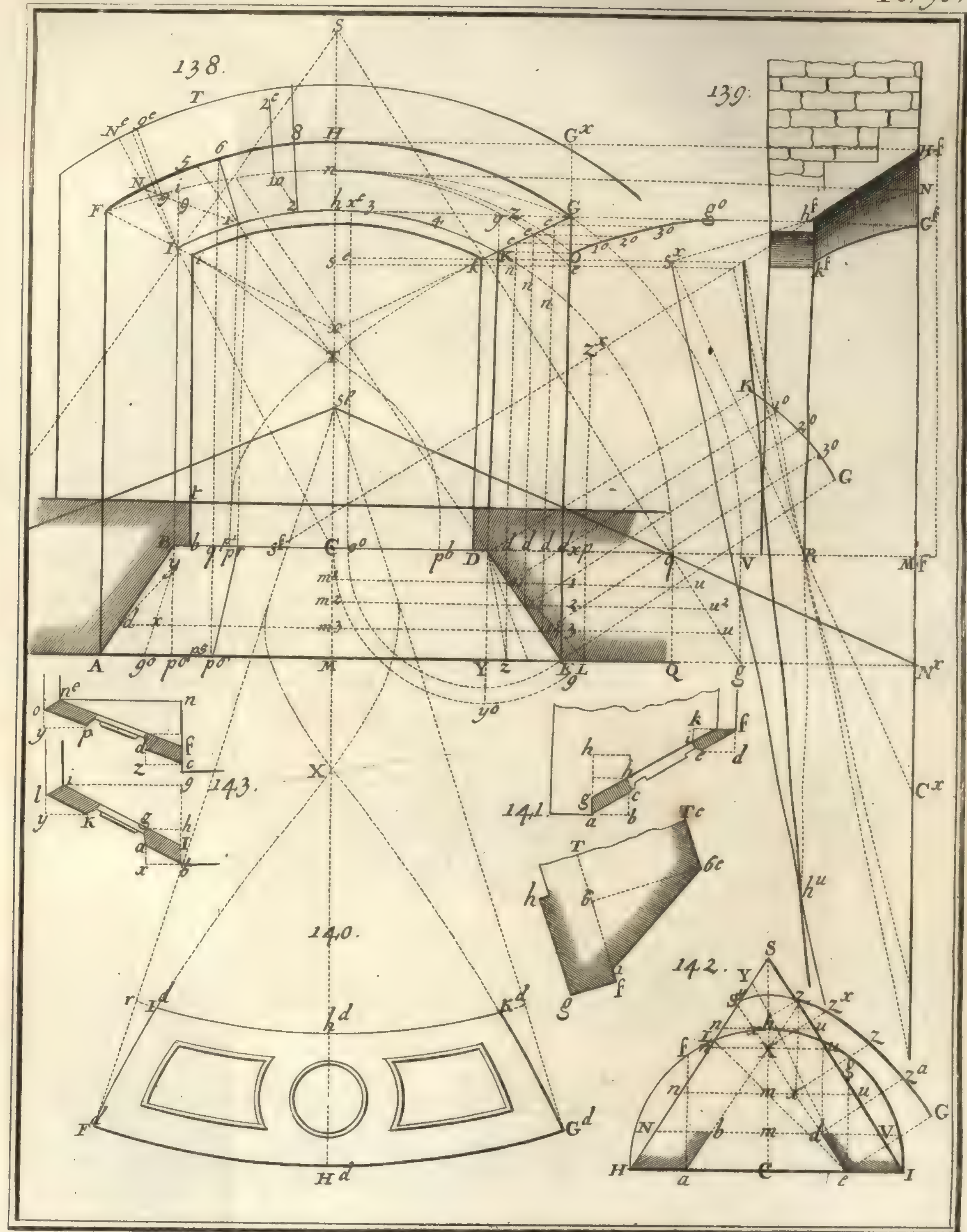
Fig. 138.

On ajustera à ces triangles les profils de la menuiserie posés parallelement aux hypotenuses, comme cd, op (fig. 143) pour les traverses du haut & du bas, au milieu de la clef, & ab, lK pour celles du profil au-dessus de l'imposte I. Puis on menera, par les points donnés ab, cd, &c, des horisontales xb, z^c & des perpendiculaires ax, dz, qui se couperont en x & z. Les largeurs xb, yK seront portées au plan horisontal de la fig. 138 en $9^o x$ sur la projection 9° B de la section I 9, & en B y de la même section. Ensuite on portera les largeurs z^c, yp du profil 143 en M m 3, & C m, & par les points trouvés xm^3, ym, & quelques autres qu'il faudra chercher entre deux, on tirera des lignes courbes ym & xm^3, qui seront les épaisseurs du bois mesuré de niveau pour y élegir les bâtis. On en usera de même pour la hauteur, en portant les épaisseurs oy dz, sur la ligne nh de l'élévation (fig. 138) & ly, ax, sur la ligne I 9 de la même élevation; ainsi des autres points qu'il faudra chercher entre deux, & l'on aura la hauteur du bois du bâtis, y ajoutant l'épaisseur ag ou bI. Comme la figure est petite, à cause de la grandeur de la planche à laquelle on est assujetti, nous ajouterons ici une planche exprès pour le trait du revêtement de l'arriere-voussure de Marseille, qui servira d'explication à ce que nous venons de dire.

Fig. 138.

Revêtement de la nouvelle arriere-voussure de Marseille, *régulierement conique.*

Soit (fig. 151.) le trapeze ABDE le plan horisontal de l'ar-


138.
139.
140.
141.
142.
143.

riere-voussure, & BFHGDh, son élevation faite comme il a été dit pour la maçonnerie, avec la courbe de la naissance de l'arriere-voussure sur son piédroit ébrasé DE, laquelle est tracée dans toute son étendue en D 1e 2e 3e g, & en projection verticale en D 1^i 2^i 3^i G. Il s'agit de chercher les épaisseurs de niveau & les hauteurs des pieces de bois dans lesquelles on veut élegir les bâtis de l'assemblage du revêtement qu'on se propose de faire, comme on le voit exprimé au développement de la fig. 154; & comme ces bâtis sont gauches, en ce qu'ils sont toujours inégalement inclinés à l'horison depuis l'imposte jusqu'au milieu de la clef, leur largeur horisontale augmente depuis l'imposte, où les bâtis sont les moins inclinés en surplomb jusqu'à la clef, où ils sont à leur plus grande inclinaison; auquel endroit il peut arriver que leur surface s'incline si fort qu'elle devienne tout-à-fait horisontale, lorsqu'en cet endroit il n'y a point d'ébrasement. D'où il suit que l'épaisseur du bois destiné à tailler une traverse de bâtis par équarrissement sera terminée d'un côté par une ligne droite BD ou AE sur les arcs de feuillure & de face, mais par une ligne courbe du côté du panneau, par exemple, x^p z^m x^p, & y^o z^o y^p, dont il faut chercher les points par des profils pris à volonté, en autant d'endroits qu'on voudra avoir des ces points à chaque bâtis. Plan. 52. *Fig.* 151.

Premierement, au milieu de la clef, il est toujours nécessaire d'y faire un profil qui sera rectiligne, parce que la ligne h H passe par le sommet du cône S^e. On fera donc ce profil comme au trait précédent, en portant à part la hauteur Hh de la fig. 151 en h H de la fig. à gauche de 152, puis lui ayant tiré une perpendiculaire H H^e, égale à la profondeur de l'arriere-voussure C M, on tirera la ligne H^e h; le triangle rectangle h H H^e sera le profil du milieu, sur lequel on fera celui des bâtis, dont on portera la largeur sur l'hypotenuse en hk & l H^e; par les points h & l on tirera les horisontales hi, lm, & par les points k & H^e les à-plombs H^e m & ki, qui couperont les horisontales en i & m, qu'on portera au plan horisontal en C z^m, & en M z^o sur C M, pour avoir les premiers points du milieu de ces courbes en z^m & Z^o.

Les profils de ces deux traverses de bâtis, qui ont été faits ici en une seule section, ne peuvent se faire de même dans la suite de l'arriere-voussure, si l'on veut opérer exactement, parce que les largeurs des bâtis doivent être mesurées perpendiculairement

aux arêtes courbes qui les terminent; & comme ces arêtes courbes sont excentriques, la perpendiculaire sur l'une est oblique à l'autre dans l'élevation. Pour le faire aussi exactement qu'il est possible, il faut tirer la ligne de base des profils du milieu des centres des deux arcs excentriques ; par exemple, pour les bâtis au-dessus de la feuillure, dont les arcs ont pour centre l'un le point C l'autre le point 1^c, dont le milieu est *o*, on tirera de ce point *o*, par un point pris à volonté, par exemple T, la ligne T *s*, qu'on portera à droite de la fig. 152, en T*s* ; puis prenant la largeur horisontale C 1^m de ces deux arcs, on la posera perpendiculairement à T*s*, au point *s*, & l'on tirera T 1^m, sur laquelle on portera la largeur du bâtis *a b* de la fig. 154, ou *h k* de la fig. à gauche de 152, en T*k*, & l'on tirera *k t* parallele à S 1^m; la largeur *t k* étant portée au plan horisontal en *t k*, donnera un point k^x de la courbe qu'on cherche, qui passera par z^m. On cherchera de même un troisieme point *x p* & plus si l'on veut, & l'on tracera avec une regle pliante la courbe x^o z^m k^x x^p, qui sera celle que l'on cherche au plan horisontal.

A l'égard de l'élevation, on portera la hauteur *x k* du petit profil que nous venons de faire, sur la ligne T*s* de la fig. 151 de T en *t*, qui donnera un point *t* à la circonférence de la courbe de hauteur. Ainsi supposant la hauteur *h* 1 égale à la hauteur *m* H^e du profil de la fig. 152, & un troisieme point X trouvé comme le second *t*, on tracera avec une regle pliante la courbe 1 *t* X, qui sera la hauteur du bâtis que l'on cherche au-dessus de l'arc *h* T D, qui est son arête inférieure.

Si l'on vouloit mettre les deux profils des bâtis sur une seule section, il faudroit la tirer du mileu de l'intervalle des centres les plus éloignés C & H *d*, qui est en *e*, ce qui donneroit la section Q R, supposant qu'on la tire par un point Q ou R pris à volonté, alors on auroit, par les pratiques expliquées aux traits précédens, ce profil Q R R^e, à droite de la fig. 152, dont la ligne Q K *l* R^e est courbe en section conique, suivant les points trouvés, comme il a été dit à la formation des panneaux de la *corne de vache*. Sur cette ligne courbe, qui est une section de la doële, on y ajustera les profils des deux traverses de bâtis de devant & de feuillure, comme on voit en Q K, *l* R^e, pour avoir les hauteurs inégales K*x* & R^e*y*, & les largeurs ou épaisseurs aussi inégales Q*x* & *l v*, lesquelles mesures inégales de hauteur & de largeur, proviennent cependant de la largeur du bâtis

qu'on ſuppoſe toujours égale aux lignes *a b* & *u*R de la fig. 154. Mais comme cette opération ne peut donner exactement les valeurs de la largeur du bâtis qu'on veut être toujours égale, il ſuit que cette opération ne peut être tolérable que vers le milieu de l'arriere-vouſſure H*h*, & qu'elle devient de plus en plus fautive à meſure que la ſection choiſie à volonté approche de l'impoſte; nous ne la donnons ici que pour ſervir d'introduction à la preuve des erreurs de Maître Blanchard.

Erreur des traits du livre de la coupe des bois de Maître Blanchard.

J'ai dit ci-devant que le public étoit obligé aux artiſans qui lui faiſoient part des ſecrets de leur art, ainſi je crois que l'on doit plutôt les encourager à les publier que les réprendre lorſqu'il leur arrive de faire des fautes de peu de conſéquence; mais comme celles du livre de Maître Blanchard ſont trop conſidérables pour pouvoir les diſſimuler, je me crois obligé de les relever, d'autant plus qu'il ne s'agit pas d'une ſeule erreur échappée, puiſqu'elle eſt répétée dans la plus grande partie de ſon livre. Pour trouver les points des courbes d'épaiſſeur & de hauteur des bâtis, il fait toujours des ſections verticales par des points pris à volonté, & en auſſi grand nombre que l'on veut, dans leſquelles il place les largeurs de ſes bâtis en profil, ſans les augmenter ni les diminuer; d'où il réſulte que ces ſections verticales, étant toutes inégalement inclinées aux arcs des ſurfaces des arriere-vouſſures, elles doivent néceſſairement donner des largeurs de bâtis inégales, contre ſon intention & contre la beauté de la menuiſerie, qui exige ordinairement des largeurs égales de bâtis, en ce qu'ils ſont comme autant de bordures des panneaux, ſur-tout dans les traverſes; car pour les pieces de bâtis poſées en entretoiſes, il peut arriver dans les revêtemens ſphériques ou coniques, dans leſquelles elles tendent au pole, qu'on doit les diminuer de largeur à meſure qu'elles en approchent. Cela ſuppoſé, il faut montrer dans la circonſtance préſente, combien l'erreur ſeroit grande ſi on ſuivoit ſa pratique, au lieu de faire la ſection du profil deſtiné à chercher un point de la courbe perpendiculaire au milieu des arcs, ſoit pour la projection horiſontale qui doit régler l'épaiſſeur, ſoit pour la verticale qui doit déterminer la hauteur du bois deſtiné à tailler un bâtis par équarriſſement.

Premierement, c'eſt une vérité ſenſible à tout le monde, ſans

le ſecours de la géométrie, que les largeurs des ſurfaces doivent être meſurées perpendiculairement à leurs côtés, & que toute meſure oblique peut autant varier les largeurs que l'angle d'inclinaiſon de la ligne ſur laquelle on prend cette meſure. Secondement, il eſt démontré dans les élémens de géométrie, que la plus courte de toutes les lignes tirées d'un point à une ligne donnée, eſt la perpendiculaire à cette ligne; par conſéquent, ſi l'on place obliquement à une ligne la longueur de cette perpendiculaire entre deux lignes paralleles, elle n'arrivera pas à la ſeconde; mais ſon extrêmité reſtera entre les deux, d'où il ſuit
Fig. 151. évidemment qu'elle marquera une moindre largeur. Cela ſuppoſé, ſi l'on fait paſſer une ſection verticale par le point R pris à volonté ſur l'arc HG, l'extrêmité inférieure de cette ſection tombera en Y, où elle fait un angle aigu avec l'arc *h*YD, & d'autant plus aigu que cette ſection approche du point D; par conſéquent la même meſure donnée pour largeur de bâtis, étant toujours de plus en plus inclinée à cet arc, marquera par ſon extrêmité une largeur toujours moindre.

Pour rendre cette vérité ſenſible aux yeux auſſi bien qu'à l'eſprit, nous avons tracé à la figure 154 le développement de la ſurface de la doële de l'arriere-vouſſure, laquelle étant exactement conique, peut être, ſans contredit, développée ſur une ſurface plane, comme il a été dit au corol. du problême VI,
Fig. 151 & 154. livre III. Puiſque la courbe h^d D^d (fig. 154.) eſt le développement de l'arc circulaire *h*Y D de la fig. 151, le point Y ſur le développement doit être auſſi éloigné du point du milieu h^d, qu'il l'eſt du point *h* à la fig. 151; par la même raiſon, le point R de la fig. 154 doit être autant éloigné du point H^d, que le point R de la fig. 151 l'eſt du point H; ainſi la ligne YR ſera le développement d'une portion de l'hyperbole faite par un plan coupant le cône parallelement à ſon axe par la ligne RY, laquelle fera un angle curviligne aigu avec la courbe h^d *a*YD^d, ce qui eſt évident, en ce qu'elle eſt divergente de la ligne du milieu h^d H^d, bien loin de lui être convergente. Et quoique la ligne RY ſoit courbe dans le vrai développement, cette courbure eſt ſi peu ſenſible qu'elle ne peut preſque pas changer l'angle qui ſe fait en Y, comme on a pu le voir au problême VII. du 3e livre (fig. 266 & 267 de la planche 22.). Suppoſant donc une largeur *ab* de bâtis donnée entre les arcs h^d *a* YD^d & K*b*X, il eſt clair que ſi l'on prend ſur YR une longueur YN égale à *ab*, & que l'on

tire bN, elle rétrécira le bâtis vers N. Il eſt encore viſible que l'erreur ſeroit beaucoup moins grande, ſi l'on avoit pris la ſection en Q R tirée du milieu c (fig. 152.) des centres de feuillure & de face; mais elle ſubſiſteroit encore, parce que cette ligne fait en q un angle aigu aqR, fig. 154.

D'où il ſuit évidemment que *les traits de Maître Blanchard, pour trouver les courbes d'épaiſſeur & de hauteur des bois propres à y élegir des bâtis de largeurs égales, & pour en trouver les arêtes par équarriſſement, ſont généralement tous faux*, par la ſeule raiſon que toutes les ſections ſur leſquelles il fait ſes profils ſont paralleles entre elles, étant toutes verticales, au lieu qu'elles ne devroient pas être paralleles, mais convergentes; ce qui ne ſouffre aucune difficulté, puiſque toutes ces ſections ſont inégalement inclinées aux courbes des ceintres de face & de feuillure de toutes les arriere-vouſſures, excepté aux ſeules ſections par le milieu, lorſqu'elles paſſent par leur axe.

Nous avons donné la maniere de trouver les projections verticales & horiſontales des traverſes des bâtis qui ſe font ſur les faces & les feuillures, il nous reſte à donner celle de trouver des pieces qui les aſſemblent en façon d'entretoiſes du devant au derriere, leſquelles forment les naiſſances des ſurfaces de revêtement ſur les piédroits. On tirera par les points D, p^1, p^2, p^3 [fig. 151.] des perpendiculaires au piédroit D E, qui couperont les tranſverſales $1^m p^1$, $2^m p^2$, $3^m p^3$, M E en des points $n\ 2^v\ n\ n$, par leſquels on élevera des verticales paralleles à C H qui couperont les arcs excentriques de l'élevation H G, $3\,3^i$, $2\,2^i$, $1\,1^i$ aux points 1^u, 2^u, 3^u, o^+.

Cette préparation étant faite, on formera des profils ſur chacune des perpendiculaires à D E, qui en ſeront des baſes horiſontales égales, mais dont les hauteurs élevées ſur les points n ſeront toutes inégales, étant les différences des hauteurs des points 1^i, 2^i, 3^i, G, & des points correſpondans de ſection des arcs en o, o. Mais comme ces profils ne donnent que deux points de chaque courbe, l'un en haut en o, l'autre en bas en i, il convient d'en chercher un troiſieme entre deux, ce qu'il eſt facile de faire en ſouſdiviſant 1°. les intervalles de la projection D p^1, $p^1\ p^2$, &c, par les ſouſdiviſions deſquelles on menera des paralleles à C D. 2°. On ſouſdiviſera de même les intervalles des centres des arcs de l'élevation C 1^c, $1^c\ 2^c$, & ceux des arcs depuis h juſqu'à H, pour tirer des arcs auſſi excentriques entre

h D, 1 1^i, $2 2^i$, &c, qui donneront des hauteurs différentes, par le moyen desquelles on trouvera un troisieme point de la courbe du profil, comme on les a représenté aux figures 1, 2, 3 & 4 marquées d'une ✠.

On pourroit bien ajuster à ces sections de doële les profils des largeurs égales des batis, comme on voit aux mêmes figures, pour en faire une ligne de projection horisontale courbe, comme on la voit en y^p x^p, mais on retomberoit dans l'erreur que j'ai trouvée aux traits du sieur Blanchard, parce que quoique les bases des profils soient perpendiculaires à la projection de l'arc de naissance sur les piédroits D 1e g, elles ne sont pas perpendiculaires à cet arc; c'est pourquoi pour trouver la vraie largeur de cette projection, il faudroit connoître de combien l'obliquité de la section augmente le profil de largeur du bâtis, ce qui demanderoit une nouvelle opération qu'on peut s'épargner par la pratique suivante.

Application du trait sur le bois.

Fig. 151. On commencera premierement par examiner à vue d'œil sur l'élevation la courbure qu'il faudra donner à la piece de bâtis qu'on se propose de faire, pour choisir une piece de bois de largeur convenable pour y tracer l'arc le plus concave; pour s'en assurer on tirera une corde, par exemple h D, s'il s'agit du bâtis du côté de la feuillure h Q D, sur le milieu de laquelle on élevera une perpendiculaire, qui marquera la fleche qui est le creux de cet arc, & de plus celui de la courbe au-dessus 1 Z X, qui est le bord supérieur de ce bâtis, à quoi il faut ajouter l'épaisseur qu'on veut lui donner. On en usera de même pour la traverse d'imposte, en tirant une corde D g pour avoir sa plus grande profondeur qui est vers le point 1e, à laquelle profondeur on ajouteroit la distance de ce point à la ligne X-y, si elle étoit exactement tracée; mais comme on peut s'en passer, il n'y a qu'à y ajouter environ la largeur du bâtis. Nous allons suivre la construction de cette piece, après quoi nous reviendrons à celle de feuillure.

On commencera par dresser le côté de la piece de bois qui doit être appliquée sur le piédroit, puis on y appliquera le panneau de la courbe D 1e g, suivant laquelle on creusera le bois dans son épaisseur à l'équerre, comme si l'on vouloit faire une portion de berceau, puis on portera sur l'arête courbe du même côté

côté les distances D 1e, D 2e, D 3e, D g, pour avoir des points de repaire par lesquels on tracera à l'équerre sur la face dressée & dans la surface concave des lignes égales à celles du plan horisontal D $1v$, $p^1 2^v$, $p^2 n$, $p^3 n$, ou seulement à leurs moitiés, si le bois n'est pas assez épais. On prendra ensuite avec la sauterelle l'angle obtus D*e*G, & appliquant une regle sur les extrêmités du bois en D & *g*, on fera couler une des branches de la sauterelle le long de cette regle, & l'autre successivement sur l'extrêmité de chacune des lignes tirées dans le creux au travers de l'épaisseur du bois; on tracera le long de cette seconde branche des lignes droites, qui seront en œuvre des verticales, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes de chacun des profils marqués ✠ pour avoir des points suivant lesquels on tracera avec la regle pliante une courbe qui sera une section de la doële. Ainsi depuis cette courbe on débillardera le bois comme en chanfrein, jusqu'à celle qui a été tracée au côté opposé suivant le panneau ou la cerche D $1^e g$, & le parement de doële sera fait; mais parce qu'il ne sera pas de largeur égale comme il convient au bâtis, on en retranchera l'excédent qu'on marquera avec le trusquin traîné sur l'arc D$1^e g$, ce qui fait voir qu'on peut se passer de la projection du plan horisontal $y^p x^p$.

Venons présentement à la construction d'une piece de bâtis des traverses de face ou de feuillure, qui servira d'explication à la précédente, que nous n'avons pu accompagner d'une figure pour soulager l'imagination du lecteur. Soit une piece de bois $hm1^iQ$ (fig. 153.) destinée à former la moitié seulement d'une traverse du bâtis de feuillure, qu'on ne peut faire d'une seule piece, faute de bois assez large. Ayant dressé un parement pour le côté de la feuillure, on y tirera une ligne *h*D égale à la corde *h*D de la fig. 151, sur laquelle on appliquera le panneau de l'arc *h*TD, pour en tracer le contour sur le parement dressé exprès. Puis on coupera le bois à l'équerre suivant cet arc, pour former une portion creuse cylindrique dont on réglera l'épaisseur sur les largeurs inégales de la projection horisontale du bâtis CD$x^p 1 0 z^m$, comme il suit. On prendra autant de points que l'on voudra sur la courbe z^mKx^p, par lesquels on menera des paralleles à CH, qui rencontreront l'arc *h*TD aux points *x*, 8, Q, Y, puis ayant porté sur le contour du bois creusé en cylindre les longueurs des cordes *hx*, *h*8, *h*Q; *h*Y, on tracera par tous les points de repaire qu'elles donneront à l'arête du bois, autant de lignes à l'équerre Fig. 153.

Fig. 151 & 153. ſur le parement dreſſé, qu'on fera égales aux longueurs correſpondantes dans la projection C z^m; er; 9, 10; qK; D x^p, & l'on coupera le bois à l'équerre ſur le parement creux ſuivant ces épaiſſeurs inégales. Enſuite par les points de repaires que ces lignes donnent ſur l'arête de la nouvelle ſurface courbe, on menera des lignes paralleles entre elles & à la ligne de la tête *km* de la fig. 153, qui répond à la ligne H *h* de la figure 151, laquelle a dû être tracée avec le biveau mixte T *h* H, ou avec la ſauterelle, dès le commencement, ſuivant l'angle obtus D *h* H, appliquant une de ſes branches ſur la corde D *h* tracée au premier parement dreſſé comme D *hf* à la fig. 153. Enfin ſur chacune de ces paralleles on portera les hauteurs des profils correſpondantes, & on y appliquera le panneau de la courbe 1 X, ſi elle a été tracée à l'élevation, quoique dans la rigueur cette maniere ſoit moins correcte, parce que la nouvelle ſurface étant courbe, il faudroit y employer un panneau flexible.

Cette courbe de hauteur de l'arête ſupérieure du bâtis étant tracée, il ne reſte plus qu'à délarder le bois, ou, comme diſent quelques-uns, *débillarder*, depuis cette ligne à la premiere arête inférieure en maniere de chanfrein qui change continuellement d'inclinaiſon, comme on voit au profil *h* 1^i de la fig. 153, qui s'élargit tellement depuis le point 1^i que la ſurface courbe, juſqu'au point D, (qui eſt à la ſurface plane contre la feuillure) que l'intervalle du délardement eſt cinq ou ſix fois plus grand qu'il n'étoit en *k*, ce qui forme ce que l'on appelle le gauche du bâtis, laquelle obliquité eſt en cet endroit plus grande qu'en aucun autre; il ne ſe préſente même preſque jamais dans la pratique de ſurface plus gauche à former : cependant ſon irrégularité, qui eſt difforme dans une piece ſéparée, diſparoît lorſqu'elle eſt en place, parce qu'elle eſt partie d'une ſurface réguliérement conique.

Nous ne parlons point ici des parties des aſſemblages, qui ſont les tenons, les mortoiſes, les clefs, &c, ni des précautions qu'on doit prendre lorſque la coupe du bois traverſe le fil de maniere qu'elle en ôte toute la force; c'eſt à l'artiſan à prendre ſes précautions dans ces ſortes de choſes qui ſont purement de ſon reſſort; nous nous en tenons à l'art de tracer l'ouvrage, laiſſant à l'ouvrier celui de l'exécution. Si l'on vouloit faire le revêtement de bois plié, il faudroit faire le développement de la doële, comme on le voit à la fig. 154, ſuivant la méthode qui

a été donnée au problême VII du 3e livre pour le développement des cônes ſcalenes.

On trouvera dans l'épure de la planche précédente 51 & dans celle-ci, tout ce qui eſt néceſſaire pour cette opération. Il s'agit de faire le développement de la ſurface du cône ſcalene repréſenté en petit à la fig. 150, dont la ſection de plus grande obliquité par l'axe eſt donnée au profil de la figure 145 en H^f S R, & la moitié H^f S M^f eſt à la fig. 151 de la planche 52 en H^f S C^f, il n'y a qu'à prolonger H^f C^f d'une longueur égale, qui ſeroit hors de la planche, & tirer de ſon extrêmité à ce point S une ligne qui donneroit le plus long côté du cône, puis traçant ſur ce développement celui de l'arc de feuillure B*h*D & de face F H G, comme il a été enſeigné au problême cité, & les deux *paraboles* ou hyperboles, dont les projections verticales ſont F B, G D, il reſtera ſur le développement de ce cône un quadriligne curviligne, tel qu'il eſt tracé à la figure 154, compris par quatre courbes B^d D^d, G^d F^d inégales, & les égales oppoſées D^d G^d, & B^d F^d. *Fig.* 144.

Explication démonſtrative.

On trouvera la *démonſtration* de cette opération au problême cité du troiſieme livre, & celle de l'application du trait ſur le bois, à la page 371 du même livre, dans lequel nous avons dit que pour tracer une courbe à double courbure, comme ſont celles des arêtes des bâtis du côté du panneau, dans cette arriere-vouſſure, il falloit, pour y parvenir, ſuppoſer une ſurface cylindrique dont la baſe ſoit une des projections de la courbe à double courbure, laquelle projection donne ſouvent des courbes inconnues, comme ici z^m x^p qu'il importe peu de connoître dès qu'elle eſt tracée; il ſuffit de porter ſur cette ſurface les diſtances de la courbe propoſée à cette projection, ſur des lignes paralleles entre elles, ce que nous avons fait en formant le cylindre ſur la courbe z^m x^p de la fig. 151, ſuivant une cerche ralongée ſur la corde *h*D, & nous avons pris les diſtances de cette baſe de corps cylindrique aux points donnés ſur la courbe à double courbure.

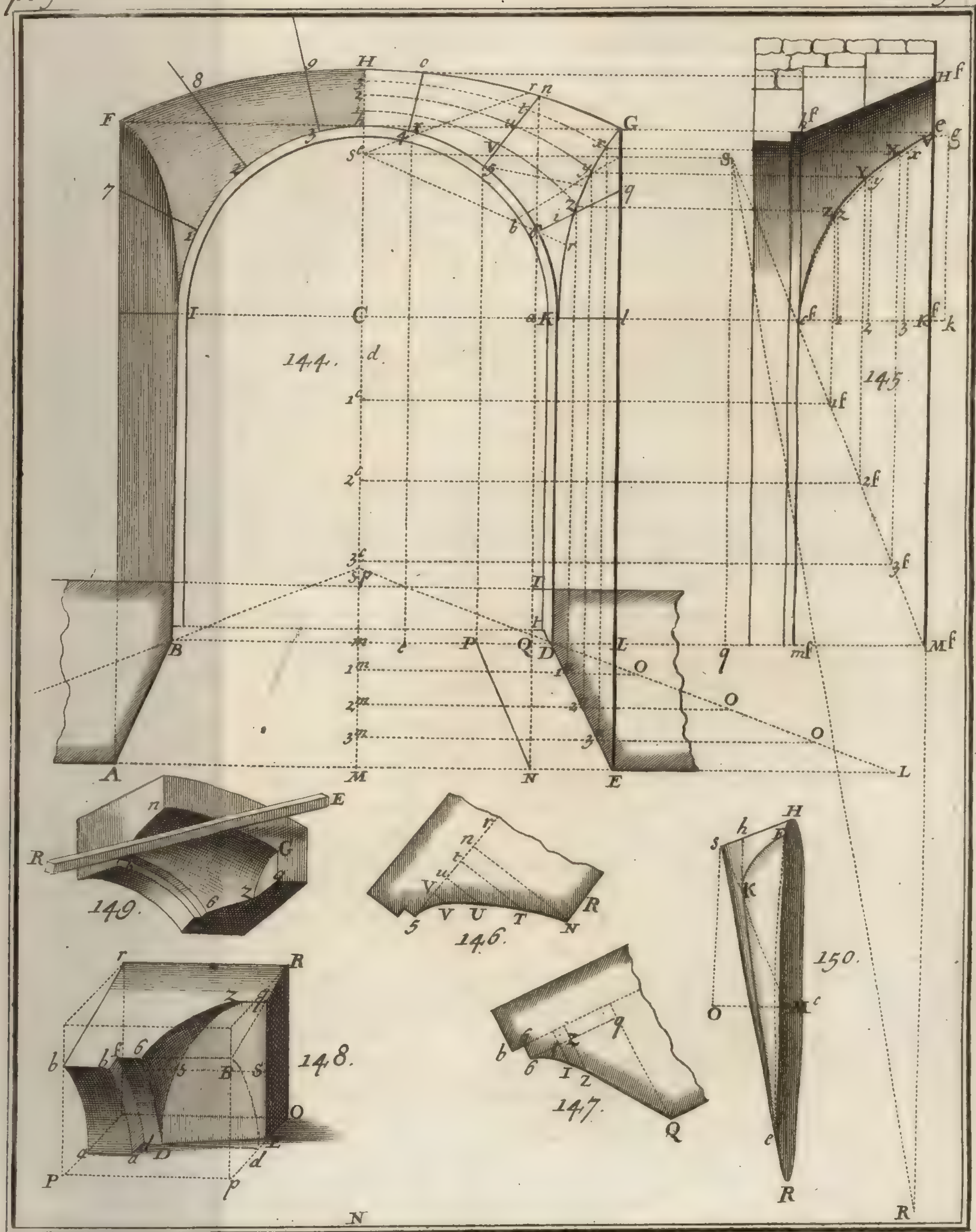
REMARQUE.

Après ce que nous avons dit des différentes courbes qui ſe forment aux joints de lit & aux naiſſances de la plupart des

voûtes coniques, on peut juger de ce qu'avance l'auteur du livre de la *pratique de la coupe des pierres*, à la page 265, où il dit, *que la connoissance des sections coniques est plus propre à la catoptrique, à la dioptrique, & à l'astronomie, qu'à la coupe des pierres*, puisque l'on a vu premierement que l'ellipse qu'on y trouve presque par-tout est commune à toutes les voûtes coniques & cylindriques; on verra dans la suite qu'elle n'est pas moins fréquente dans les traits des voûtes sphériques & sphéroïdes. Secondement, qu'il n'est pas rare de trouver dans ces voûtes coniques les plus ordinaires des portions de paraboles & d'hyperboles, puisqu'elles sont inséparables de nos arriere-voussures. Ainsi l'on ne doit conseiller à personne de ceux qui veulent se rendre habiles dans l'architecture, de régler leurs études sur l'avis de cet auteur. Il n'est déja que trop rare de trouver parmi les gens qui s'en mêlent une théorie suffisante pour une parfaite exécution des ouvrages qui s'y présentent, sans vouloir encore les détourner de celles dont ils ne peuvent se passer qu'au risque de faire des fautes grossieres, ou sans perdre du tems & des matériaux pour réformer ce qu'ils ont fait au hazard. Ce sont de pareils discours qui ont semé chez les artistes la fausse prévention que la théorie étoit inutile; erreur qui a souvent coûté cher au Roi & aux particuliers qui font bâtir. On ne doit pas exiger qu'un appareilleur, un charpentier, ou un menuisier, soient de grands géometres; leur éducation & le besoin qu'ils ont d'employer leur tems à un travail journalier pour leur subsistance, ne leur donne pas des moyens de s'instruire dans les sciences; mais un ingénieur, & même un architecte né de parens aisés, n'est pas excusable d'ignorer les élémens des sections coniques, au point de n'en pas connoître l'utilité & l'usage dans les arts relatifs à l'architecture, & encore moins d'en vouloir établir l'inutilité.

Usage des voûtes coniques.

On fait rarement des voûtes coniques assez grandes pour qu'on puisse les mettre au rang de celles qu'on appelle *maitresses voûtes*, je n'en sais de cette espece que celle du grand escalier du Vatican, que j'ai vu à Rome, laquelle diminue de diametre à mesure qu'elle s'éleve par ses impostes, de même que les rangs de colonnes qui la soutiennent, lesquels font une architecture en façon de perspective; rare & ingénieuse invention du cavalier


144.
145
146.
147.
148.
149.
150.

Bernin. Après cet unique exemple de grande voûte conique, on peut dire que les plus grandes qui se fassent sont les lunettes ébrasées qu'on pratique dans les berceaux, pour tirer plus de jour des vitraux que par les cylindriques, faisant ainsi des especes d'entonnoirs à la lumiere. Les autres voûtes coniques, qui sont les embrasures des canonieres, les arriere-voussures, & les trompes, ne sont que de peu d'étendue.

Les trompes coniques, en bonne architecture, ne doivent être mises en œuvre que dans les cas de nécessité où l'on est obligé de ménager la place d'un angle rentrant; & même lorsqu'on en peut occuper une partie, on doit leur préférer les trompes sphériques, dont nous parlerons ci-après, par plusieurs raisons. *La premiere*, c'est qu'en celles-ci on diminue *le porte à faux*. *La seconde*, parce que les sphériques effacent l'angle rentrant, qui est moins agréable à la vue qu'un arc de cercle. L*a troisieme*, parce qu'elles présentent dans leur piédroit une place propre à y pratiquer une porte, s'il en est besoin, comme à celle de l'Hôtel de Toulouse, rue des Bons Enfans, à Paris. On fait aussi usage des trompes dans les escaliers *suspendus & à repos*, ou dans ceux dont les angles sont arondis, comme à l'Observatoire de Paris; alors leurs impostes deviennent rampantes, & le sommet du cône est en bas. Nous parlerons de cette disposition à la seconde partie de ce livre.

Les canonieres sont moins fréquentes présentement dans la nouvelle fortification que dans l'ancienne, parce qu'on ne fait plus guères de souterrein pour y placer du canon, à cause qu'il est difficile d'en faire dégorger la fumée. Cependant dans les forts maritimes, & dans les fortifications par amphithéâtre, sur des rochers, l'occasion d'en faire se présente assez souvent.

Les plus usuelles de toutes les voûtes coniques, sont les arriere-voussures bombées, & celles de Marseille; ces dernieres, qui sembloient n'être destinées qu'aux *portes cocheres*, ou du moins aux *bâtardes*, sont devenues à la mode pour les fenêtres, depuis que les architectes se sont avisés de ceintrer celles des maisons comme les vitraux des églises. Enfin la construction des voûtes coniques, est une bonne introduction à celle des sphériques, dont les voussoirs peuvent être premierement ébauchés en portion de cône, qui donne le contour des arêtes des doëles & des lits dans leur place, par le moyen desquelles il est facile d'achever de creuser la portion sphérique de la doële, comme on va le voir au chapitre suivant.

CHAPITRE VII.

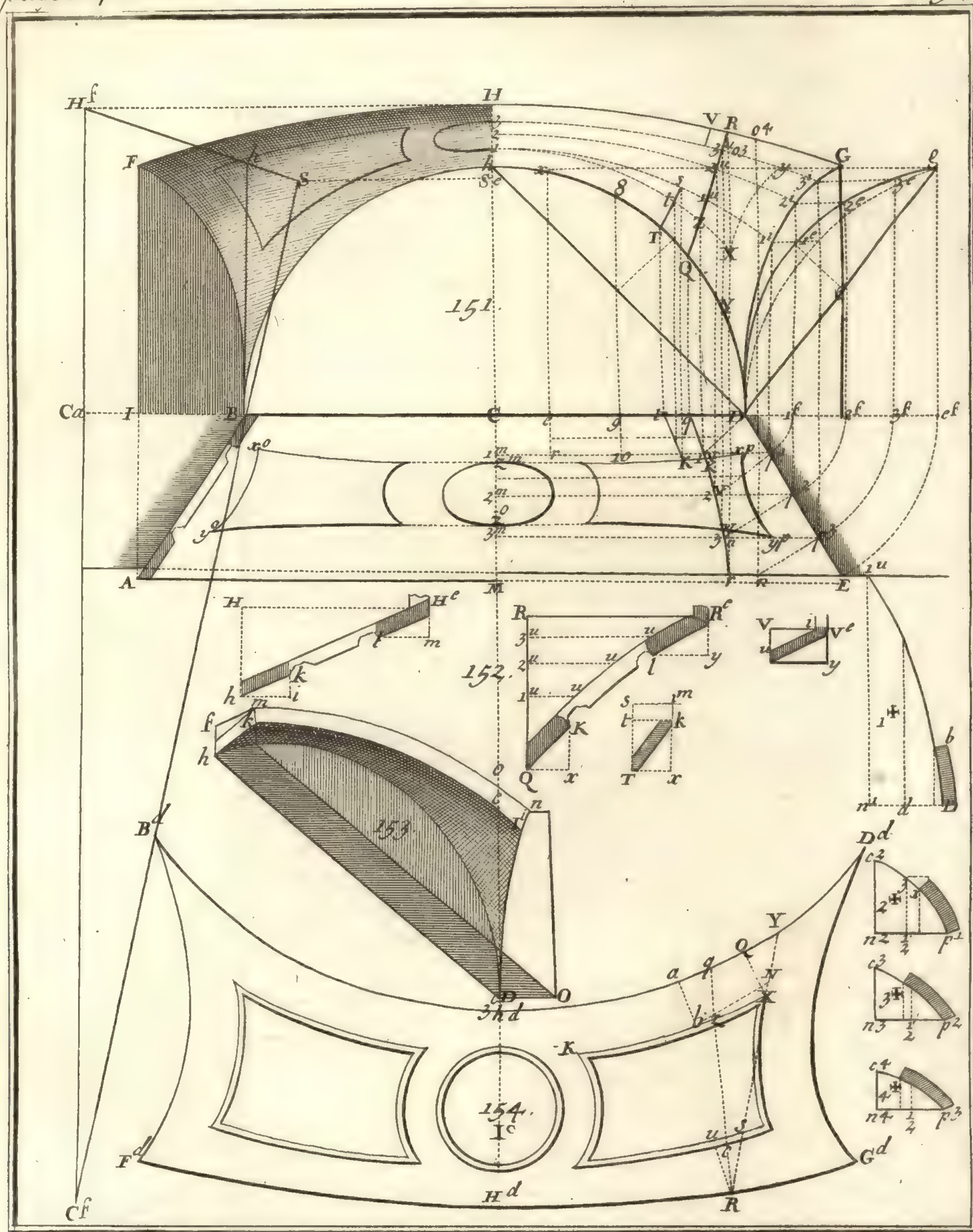
DES VOUTES SPHÉRIQUES.

En termes de l'art:

Des voûtes en cul-de-four.

LEs voûtes ſphériques ſont ſi connues & ſi ſouvent exécutées dans l'architecture civile, qu'il ſemble inutile de remanier cette matiere pour en donner les *traits*, qu'on trouve dans tous les livres de la coupe des pierres. Cependant, lorſqu'on ſaura leur imperfection & les fautes groſſieres qui s'y trouvent mêlées, j'eſpere qu'on ne trouvera pas à redire que je la traite de nouveau.

On ſait qu'il n'y a aucun corps plus ſimple ni plus uniforme que la ſphere; que toutes les ſections qu'on en peut faire par des plans ne varient jamais dans la figure, mais ſeulement dans l'étendue de cette figure; ce ſont toujours des cercles, les uns plus grands, à meſure qu'ils approchent de ſon centre; les autres plus petits, à meſure qu'ils s'en éloignent; cependant l'exécution des voûtes ſphériques, n'eſt pas celle qui a le moins de difficulté lorſqu'on veut ménager la pierre, & ne pas la prodiguer comme font la plupart des appareilleurs, qui en conſomment beaucoup en pure perte, en ſe ſervant d'une méthode plutôt que d'une autre, ſoit en les taillant par équarriſſement, ou par les *écuelles* de M. de la Rue. La premiere raiſon de la difficulté des voûtes ſphériques vient de ce qu'elles ont une double courbure à l'égard de leur ſituation, ſavoir, une horiſontale, & une verticale, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont courbes en tout ſens, de ſorte qu'on ne peut faire le développement de leur ſurface pour en former des panneaux, à quoi il faut ſuppléer par des ſuppoſitions de cônes tronqués, ou de polyëdres inſcrits dans leur ſurface concave, ou circonſcrits à la convexe, afin de venir par gradation à la formation de leur double courbure horiſontale & verticale; d'où il ſuit qu'on ne peut facilement les tracer & tailler du premier coup. La ſeconde, c'eſt que dans la conſtruction de ces voûtes, il ne s'agit pas ſeulement de la formation d'une ſurface ſphérique compoſée de pluſieurs parties raſſem-


151.
152.
153.
154.

blées, mais quelquefois de deux ſurfaces inégales, l'une concave, l'autre convexe, lorſque la voûte eſt extradoſſée, & de plus de pluſieurs portions de cônes tronqués inégaux, les uns concaves, les autres convexes, les unes plus grandes, les autres plus petites.

Pour expliquer cette remarque, ſoient (fig. 155.) deux quarts de cercles concentriques A G P, L F H, dont le centre commun eſt en C, leſquels ſont diviſés par les rayons C G, C K, dont les parties C F & C I ſont communes. Si l'on fait mouvoir cette figure autour du rayon C P, le mouvement des deux quarts de cercles produira les ſurfaces de deux hémiſpheres APB, LHM, & celui des deux rayons inclinés C G & C K produira deux cônes GC*g*, KC*k*, qui ont leur axe dans le rayon C P; & ſi l'on conſidere la couronne du cercle A P B M H L, comme l'épaiſſeur de la voûte, on reconnoîtra que ces cônes n'y ſont compris que dans leur partie G F, I K, *gf*, *ik*. Donc ils ſont tronqués de toute la partie produite par la révolution des lignes C F, C I; & parce que ces cônes tronqués doivent s'appuyer les uns ſur les autres, il ſuit que leur ſurface ſupérieure doit être concave pour recevoir l'inférieure du vouſſoir, c'eſt-à-dire ſon lit de deſſous, qui eſt convexe; tels ſont des cornets emboités les uns dans les autres, leſquels diminuent toujours de grandeur de baſe, à meſure que la ligne du joint de tête F G ou I K approche du point P, qui eſt le pole de la ſphere. D'où il ſuit que chaque vouſſoir eſt compoſé de ſix ſurfaces, dont il n'y a d'égales que les deux qui ſont planes, toutes les autres étant courbes & inégales. Ces ſurfaces ſont 1°. ces deux planes qui ſont les têtes des joints montans comme G F I K, & des portions de couronne de cercles égales. 2°. Deux portions ſphériques, l'une concave, qui eſt la doële, l'autre convexe, qui eſt l'extrados, leſquelles appartiennent à des ſpheres d'inégale grandeur. 3° Deux portions coniques, l'une concave, l'autre convexe, qui appartiennent à des cônes inégaux, pour les deux lits de deſſus & de deſſous. Plan. 53. *Fig.* 155.

La troiſieme raiſon de difficulté dans la conſtruction des voûtes ſphériques, vient des différentes diſpoſitions des joints des vouſſoirs, auxquels on donne certains arrangemens par aſſiſes réglées: 1°. tantôt verticales: 2°. tantôt horiſontales: 3°. quelquefois inclinées à l'horiſon ou tournées vers pluſieurs poles: 4°. enfin quelquefois dans un tel ordre que la projection

de leurs joints de lit trace un poligone régulier ou irrégulier, ou d'autres figures rectilignes. Cette complication de différentes figures dans une même pierre a donné lieu à plusieurs especes d'épures & de manieres de tracer & tailler les voussoirs des voûtes sphériques. On en trouve trois dans les livres, auxquelles j'en ajouterai une quatrieme après que je les aurai expliqué & fait mes remarques sur leurs avantages & désavantages.

PROBLEME XVI.

Faire une voûte sphérique de rangs de voussoirs horisontaux ou verticaux.

Premiere disposition; en termes de l'art,

Faire une voûte en cul-de-four, par assises de niveau.

On peut résoudre ce problême de quatre manieres. 1°. En commençant par former un segment de sphere, dans lequel on inscrit les arcs des joints de lit & de doële, qui terminent chaque voussoir. 2°. En réduisant la sphere en cylindres inscrits. 3. En réduisant la sphere en cônes tronqués, inscrits ou circonscrits à ses surfaces. 4°. En réduisant la sphere en polyëdres inscrits dans la surface concave, ou circonscrits à la surface convexe.

PREMIERE MÉTHODE,

Par la formation d'un segment de sphere, dans lequel on inscrit les côtés des voussoirs.

Fig. 156. Soit (fig. 156.) la demi-couronne de cercle AHB, E*h*D, la section verticale d'une sphere par son axe HC, laquelle représente l'épaisseur d'une voûte sphérique & doit servir de ceintre primitif. Ayant fait à l'ordinaire la division des voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, de la doële, tiré du centre C les joints de tête 1, 5; 2, 6; 3, 7; 4, 8, & abaissé sur le diametre AB les à-plombs de leurs extrêmités 5*p*, 1p^1, 6*p*, 2p^2; on tracera du centre C par tous les points *p*, des cercles qui seront les projections horisontales des joints de lit à la doële & l'extrados. Nous n'avons besoin pour cette premiere méthode que de ceux de doële; ceux d'extrados serviront pour la suivante. Ensuite on fera la projection horisontale de chaque voussoir que

que l'on veut faire, en menant du centre C à quelques points F & I, pris à volonté sur le joint du lit de dessous d'une assise quelconque qu'on se propose de faire, les projections des joints de tête F*d*, I*e*, lesquelles déterminent la longueur du voussoir entre ses deux lits de dessus & de dessous. Ainsi la projection horisontale de sa doële est le trapeze mixte FI*ed*, dans lequel on tirera la diagonale F*e* d'un angle à son opposé, dont il faudra chercher la véritable longueur, parce qu'elle est raccourcie par la projection. On la trouvera en portant la longueur F*e* en *p*¹ Z, la ligne Z 1 sera celle que l'on cherche. Cela étant fait, & ayant coupé une cerche sur un arc du demi-cercle D*h*E, on aura tout ce qu'il faut pour tracer la pierre.

Application du trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement sur une pierre, (fig. 157) on y tracera un cercle d'un rayon & d'un centre pris à volonté. Il faut seulement avoir attention de le faire assez grand pour qu'on puisse y inscrire la doële du voussoir. On creusera ensuite dans ce cercle un segment de sphere, suivant les préceptes du problême II, avec la cerche du cercle majeur D*h*E, qui est celui de la doële. *Fig.* 157.

Ce segment étant formé, on y inscrira la figure quadrilatere de la doële, en la divisant en deux triangles, dont tous les côtés sont donnés sur l'épure de la fig. 156; savoir, les deux joints montans des têtes sur l'élevation, par l'intervalle D 1, les deux joints de lit sur la projection horisontale, par l'intervalle de la corde FI, pour celui de dessus, & *de* pour celui de dessous, & la diagonale de ce quadrilatere, sur l'élevation en Z 1, qu'on peut commencer à poser la premiere dans le segment de la fig. 157, en *di*, parce qu'elle est la ligne la plus longue; puis de ses deux extrêmités *d* & *i*, & de l'ouverture de compas des lits & des joints montans, on fera des intersections d'arcs qui donneront les points *f* & *e*, pour former le quadrilatere *fied*.

Les sommets des quatre angles de la doële étant trouvés, il est question de tracer, dans ce segment de sphere, les arcs de cercles qui conviennent à la section que font les plans des joints de lit & de tête. Or ces arcs ne sont pas tous de même espece, par conséquent ils ne peuvent être tracés avec la même cerche; car ceux des joints montans appartiennent à des cercles majeurs qui passent par l'axe de la sphere, & ceux des lits appartiennent à des cercles mineurs qui coupent cet axe perpendiculairement;

il en faut ſeulement excepter celui de l'impoſte AD ou EB qui paſſe par le centre C, qui eſt par conſéquent majeur, & l'équateur de cette ſphere. De ſorte qu'excepté pour la premiere ſection, il faut toujours trois cerches pour tracer les arcs qui comprennent la doële d'un vouſſoir, ſavoir, une pour les deux joints montans, laquelle eſt une portion d'un grand cercle, & deux pour les joints de lit qui ont des rayons inégaux, leſquelles ſont formées ſur le plan horiſontal ſuivant le contour des arcs de projections de lit, comme FI, *de* pour la premiere aſſiſe, où *de* au lit de deſſous eſt un arc de grand cercle, & pour la ſeconde aſſiſe p^1 1, au lit de deſſous, & $p^2 n$, à celui de deſſus, qui ſont tous deux mineurs, dont les arcs doivent être poſés dans le ſegment de ſphere, de maniere qu'étant placés dans la voûte, ils ſoient dans une ſituation horiſontale.

Or comme il eſt difficile de trouver cette poſition, quoique ſuivant les avertiſſemens de M. de la Rue, il ſuffiſe *d'incliner cette cerche de maniere qu'elle touche le fond de l'écuelle de toute ſa longueur*, cette précaution ne me paroît pas ſuffiſante pour déterminer exactement le contour de l'arc de la cerche ſur le ſegment de ſphere, elle eſt trop méchanique & trop ſujette aux erreurs que peuvent cauſer les fautes que les ouvriers ont pu faire dans l'excavation de ce ſegment. Il faut poſer la cerche ſur les deux ſommets des angles donnés comme *f* & *i* (fig. 157.) & avec un biveau mixte à branches mobiles, prendre l'ouverture de l'angle de l'horiſon avec la doële, comme CD1 (fig. 156.) pour la premiere aſſiſe, & 9, 1, 2, pour la ſeconde; & ayant poſé la branche convexe ſur le milieu de la doële, on appuiera le milieu de la cerche ſur la branche droite du biveau, & dans cette poſition du plan de la cerche, on tracera ſuivant ſon contour l'arc qui doit marquer l'arête du joint de lit. Pour la poſition des cerches des joints montans, on en uſera à peu près de même, en ſe ſervant des biveaux mixtes *d*FI, F*de*, dont la branche courbe convexe ſera poſée ſur les arcs des lits qu'on vient de tracer, & la branche droite appuiera ſur la cerche des joints montans, en la tenant toujours dans le plan de la cerche des joints de lit, poſée comme nous venons de le dire. Je ne crois pas qu'on puiſſe s'aſſurer de la poſition des arêtes de ces joints ſans ces précautions.

Fig. 156 & 157.

Il eſt encore un autre moyen plus ſûr & moins embarraſſant de poſer les cerches ſuivant l'inclinaiſon qui leur convient, c'eſt de chercher un troiſieme point de chaque arc qu'il faut inſcrire

dans le ſegment, en prenant des diagonales ſur le milieu des projections des joints de lit & de tête, comme K*e*, dont on cherchera la véritable longueur, de la même maniere qu'on a trouvé celle de F*c*; on diviſera l'arc D 1 au point *g* en deux également, on abaiſſera ſon à-plomb $g\frac{1}{2}$, par lequel on menera l'arc horiſontal $\frac{1}{2}$ K, juſqu'à l'interſection de la projection du joint *d*F au point K. On prendra l'intervalle K*e* que l'on portera ſur le diametre BA, prolongé de $\frac{1}{2}$ en W, par où on tirera la ligne W *g*, qui ſera la diagonale qu'on cherche pour avoir le milieu de l'arc *df* ou *ei*, de la fig. 157, qui doit être inſcrit dans le ſegment de ſphere. Car ſi des points *e* & *d* pour centres, & de l'intervalle *g*W pour rayon, on fait des arcs de cercles 9 10, *g* 11, & que des mêmes points pour centres, & de l'intervalle D *g* (de la fig. 156.) pour rayons, on faſſe des arcs 9 12, *g* 13, qui couperont les précédens aux points 9 & 9, ces points ſeront les milieux des arcs dont on cherche la poſition dans le ſegment de ſphere, par le moyen deſquels on tracera les arcs propoſés, en appuyant le contour de la cerche ſur les trois points donnés *d*, 9, *f*; *i*, *g*, *e*; de ſorte qu'en paſſant par ces points, on ne pourra donner une fauſſe inclinaiſon à la cerche, ni par conſéquent tracer un faux arc, ce qui arriveroit dans toute autre poſition, quoiqu'on ſuive exactement le contour de la cerche. Ce que nous avons dit des joints montans, peut s'appliquer avec la même facilité aux joints de lit, en tirant des diagonales à leur milieu, comme de F à *m* & de *d* à *n*, dont on cherchera les véritables longueurs, comme on a fait aux précédentes, & en formant des triangles dans le ſegment, avec les trois côtés donnés. *Fig.* 156 & 157.

Comme nous avons pris notre exemple, pour un vouſſoir de la premiere aſſiſe, nous avons porté les longueurs des côtés & des diagonales raccourcies par la projection ſur le diametre AB, qui paſſe par les impoſtes de la premiere aſſiſe; mais s'il s'agiſſoit de la ſeconde, les projections horiſontales du vouſſoir dont on cherche les vrais côtés & leurs diagonales, ſeroient portées ſur l'horiſontale 1, 4 depuis l'à-plomb 2 2^t, pour profiter ſi l'on veut de l'angle droit 2 2^t 4; car rien n'empêche dans l'un & l'autre cas qu'on ne faſſe un angle droit à part où l'on voudra, pour porter ſur un de ſes côtés la hauteur 2 2^t, & ſur l'autre la projection du côté raccourci dont on cherche la véritable longueur, qui eſt celle de l'hypotenuſe de ce triangle rectangle,

comme nous l'avons dit aux livres précédens. Les contours de la doële d'un voussoir étant exactement tracés par les arcs de cercles qui conviennent à leurs joints montans, ou à ceux de lit, il n'y aura plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & de doële formés sur l'angle mixte D, 1, 5, ou 2, 1, 5 (fig. 156.) lesquels seront toujours égaux, à cause de l'uniformité de la sphere. On aura seulement attention que les branches droites & courbes soient toujours dirigées perpendiculairement (autant qu'il est possible) à l'arête du joint, comme nous l'avons dit au second livre; c'est ce dont on peut s'assurer, si l'on vouloit agir avec une scrupuleuse précision, en prenant des parties égales sur l'arête de chaque côté du lieu où l'on pose le biveau, & de ces parties comme centres, & d'une ouverture de compas prise volonté, en faisant des interfections d'arcs, comme si l'on vouloit tirer une perpendiculaire sur une surface plane; mais aux gens accoutumés au dessein, le coup d'œil en décide suffisamment pour se conduire dans la pratique.

L'architecte de la Rotonde qui est hors des murs de Ravenne en Italie, s'est débarrassé du soin d'en former la voûte de plusieurs rangs de voussoirs, par une maniere inimitable, en la faisant toute d'une seule pierre. Je répete ici ce fait, parce qu'à la page 33 de ce tome je l'ai révoqué en doute sur le récit de quelques incrédules, qui pour diminuer cette merveille, la réduisent à la formation d'une clef de dix pieds de diametre: cependant comme le témoignage de *Scamozzi* que j'ai rapporté se trouve appuyé de celui de *Misson*, à la 19e lettre de son voyage d'Italie, que j'ai lu depuis peu, je crois que je dois citer ici ce qu'il en dit, comme une espece de réparation de l'injure que j'ai pu faire à la mémoire de *Scamozzi*. Le lecteur ne me saura pas mauvais gré de cette petite digression, qui est assez intéressante par la rareté de l'ouvrage. « Hors des murs de Ra-
» venne [dit *Misson*] près de l'ancien port, il y a un mausolée
» qu'*Amalazonte* avoit érigé pour son pere *Theodoric*, Roi des
» Ostrogots, qui faisoit son séjour à Ravenne. On a fait de ce
» bâtiment une petite église, à laquelle on a donné le nom de
» Rotonde; & ce qu'il y a de plus remarquable, c'est la pierre
» taillée en coupe renversée, de laquelle cette église est cou-
» verte. *J'ai mesuré* cette pierre, & j'ai trouvé qu'elle *a trente-
» huit pieds de diametre*, & quinze d'épaisseur. * Cette pierre
» (ajoute-t-il en marge) n'est pas percée par le milieu, comme
» quelques-uns l'ont écrit; on dit à Ravenne qu'elle pese plus de

* Il veut dire apparemment avant qu'elle fût creusée.

» *deux cens mille livres*, ce que je crois aisément. Le tombeau » de *Théodoric* étoit sur le haut & au milieu de ce petit dome, » entre les statues des douze Apôtres qu'on avoit posé sur le » bord tout au tour, ce qui ne subsiste plus ». Si ce tombeau a été bâti par *Amalazonte*, qui est mort en l'année 534, ce bâtiment est beaucoup plus ancien que son changement en église, que j'ai daté de l'année 757, sur une description de Ravenne. Revenons à notre sujet.

Remarque sur cette premiere méthode de la formation des voûtes sphériques.

M. de la Rue est le premier qui ait donné la maniere de tracer les voussoirs des voûtes sphériques par l'inscription de leurs angles dans les segmens de sphere, à laquelle il veut donner la préférence sur toute autre méthode d'exécuter ces sortes de voûtes, blâmant beaucoup & avec quelque raison celle de Mathurin Jousse, de Philibert Delorme, & du P. Deran, qui se servent de panneaux. Nous devons lui savoir gré d'avoir ajouté cette méthode aux anciennes, cependant il nous a laissé encore quelque chose à y ajouter.

Premiérement, à prendre des précautions pour en rendre l'exécution bien correcte dans la formation de son *écuelle* entiere, & encore plus dans celle qui est ébrechée, comme on a pu le voir au commencement de ce livre, lorsque nous avons parlé de la formation des segmens & des portions de segmens de sphere; je trouve même que le P. Deran (page 356.) conduit mieux l'ouvrier dans les portions de segment que lui (page 60.), mais ni l'un ni l'autre n'ont pris le moyen de le faire correctement. Secondement, à prendre des moyens plus sûrs que ceux qu'il donne pour poser les cerches destinées à inscrire dans l'*écuelle* les arcs de cercles qui sont les contours des joints des voussoirs, parce que ce n'est pas assez de donner les deux points des extrêmités; car nous avons montré dans les lemmes du chapitre premier qu'on peut faire passer une infinité d'arcs de cercles de différens rayons par deux points donnés dans une sphere, & que ces arcs de cercles sont entre eux en raison réciproque de leurs fleches. Troisiemement, je voudrois, pour la position des angles, me servir d'un panneau de doële plate, parce que si la surface concave de l'*écuelle* n'est pas correctement creusée, elle peut faire faire des sections d'arcs qui donneront des angles mal placés.

J'y trouverois encore une sûreté pour l'exécution, parce que le tailleur de pierre ne pourroit pas s'y tromper.

Quant à ce qui concerne la méthode en elle-même, elle a comme les autres *ses désavantages*. Le premier, en ce qu'elle n'est propre que pour les voûtes parfaitement sphériques, car notre auteur ne l'applique point aux sphéroïdes, qu'il renvoye à celle de l'équarrissement. J'ai bien fait voir qu'on pouvoit aussi l'étendre à la formation des voussoirs des culs-de-four sur un plan ovale; mais on a pu remarquer, par la multiplicité des opérations, qu'elle ne seroit convenable qu'au défaut d'une plus simple. Le second, c'est qu'elle cause une perte de pierre considérable, particuliérement dans les voussoirs qui se resserrent beaucoup & dans ceux qui se terminent en pointe, comme les premiers des enfourchemens des sphériques formées en polygones d'un petit nombre de côtés, quoiqu'on puisse la ménager par d'autres moyens, comme on le verra ci-après.

Au reste, on doit fort louer M. de la Rue, d'avoir tâché de corriger la méthode des *panneaux* dont on se servoit avant lui, *parce que les côtés de ces panneaux, qui sont les joints montans, sont droits, au lieu qu'ils doivent être courbes*, comme l'avoit déja remarqué *Désargues*, au rapport de *Abr. Bosse;* cependant cette raison n'est pas suffisante pour qu'on doive la rejetter totalement. *Ces joints droits* des panneaux, étant dans le même plan de coupe que les courbes de ceux de la surface concave dont ils sont les cordes, sont un moyen très-commode pour parvenir à la formation de la surface concave de la sphere, & de plus à celle des sphéroïdes, avec la même facilité; ce qui ne se rencontre pas dans la méthode de la formation des voussoirs par l'inscription dans les segmens. Nous allons tâcher de rectifier cette ancienne pratique si méprisée, dont nous tirerons bon parti.

Seconde méthode de former les voûtes sphériques, appellée *par panneaux*.

En réduisant la sphere en cônes tronqués, inscrits ou circonscrits à sa surface.

Nous avons expliqué au troisieme livre, comment on pouvoit développer la surface de la sphere en une infinité de portions de

couronnes de cercles, qui sont considérées comme les développemens d'une infinité de surfaces de *cônes tronqués* d'égale longueur de côtés, si l'on veut, mais dont les angles du sommet & les diametres des bases sont inégaux. Il ne s'agit ici que de faire l'application de ce principe à la construction de nos voûtes sphériques, qu'il ne conduit pas à leur perfection dans les petites hémispheres, où la largeur des voussoirs a un grand rapport au diametre de la voûte, mais qui en approche si fort dans les grandes, que la différence devient insensible dans l'exécution. Supposons pour exemple une voûte sphérique de grandeur assez ordinaire, comme de 30 pieds & $\frac{1}{2}$ de diametre, & la largeur de la doële de chaque rang de voussoir qu'on appelle *assise*, d'un pied, mesuré à la corde, qui sera égale à la longueur des joints montans; ces cordes des arcs d'un cercle majeur de la sphere formeront un polygone de 96 côtés. Or la différence du côté d'un tel polygone avec l'arc de cercle dans lequel il est inscrit, est si petite, qu'elle est absolument imperceptible dans la pratique, puisqu'elle l'est à peine aux géometres qui ont cru pouvoir la mépriser dans le rapport qu'ils ont cherché entre le diametre & sa circonférence, ce qui est connu par l'histoire du calcul d'Archimede, qui a trouvé ce rapport égal à celui de 7 à 22, en supposant un polygone de 96 côtés, inscrit au cercle.

Je sais bien que ce rapport n'est pas exact, puisque le calcul poussé plus loin, donne des fractions sans fin; mais aussi je sais qu'elles sont trop petites pour tirer à conséquence pour l'exactitude nécessaire en architecture, ce qui supprime, ou du moins excuse l'erreur que M. de la Rue reproche à l'ancienne méthode. Le P. Deran n'y étoit pas tombé par surprise ni par ignorance, si l'on en juge par ce qu'il dit dans sa préface. « On ne peut » exiger (dit-il) en nos opérations une rigueur telle qu'on la » recherche d'ordinaire ès matieres de géométrie purement spé- » culative; car outre qu'ensuite de cette contrainte, nos pra- » tiques se trouveroient souvent plus embarrassées, cela d'ail- » leur seroit tout-à-fait inutile, vu que sans se rendre exact à ce » point, on ne laisse de conduire heureusement à chef les ou- » vrages des voûtes, comme la pratique journaliere le fait voir, » & partant on prend quelquefois ce qui approche du vrai pour » le précis, comme *la corde d'un arc pour l'arc même*, ou au con- » traire, & ce lors seulement que ni la curvité de l'arc ni sa

» quantité, ne sont pas bien grandes ni considérables ». Je conviens que la corde d'une voûte sphérique d'un petit diametre, comme de dix pieds, dont les assises ont un pied de largeur de doële, differe trop sensiblement de son arc, pour qu'on n'y doive faire aucune correction, parce qu'elle s'en éloigne au milieu d'une fleche d'environ trois lignes; alors il est à propos de faire une correction à la méthode des cônes tronqués dont nous parlons; mais cette correction est facile, puisqu'elle ne consiste qu'en une reprise d'opération, ainsi que nous allons l'expliquer, en donnant les moyens de se servir de cette méthode suivant les loix de la géométrie, même avec plus d'exactitude que celle où les ouvriers peuvent atteindre, parce que nous cherchons à contenter l'esprit, en n'admettant rien qui ne soit exactement juste dans son principe; en fera usage qui voudra.

Fig. 161. Soit, (fig. 161.) le demi-cercle majeur A P B la section verticale de la sphere par son centre C, & le pôle P de ses divisions de joints de lit horisontaux. Ayant divisé ce ceintre en ses voussoirs, par exemple en sept, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, & abaissé de ces points des perpendiculaires sur son diametre A B, qui le couperont aux point p^1 p^2 p^3, &c. on décrira par ces points autant de cercles concentriques p^1 E p^6, p^2 F p^5, qui seront les projections des joints de lit. On tirera ensuite les cordes des divisions de la doële, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe C P prolongé. Ainsi A 1 rencontrera l'axe au point s^1, duquel pour centre & pour rayon s^1 A, on décrira un arc A Æ terminé en Æ à volonté, d'où on tirera au centre s^1 une ligne Æ 1 d, du même centre s^1, & pour rayon s^1 1 on fera un arc parallele au précédent, qui coupera la droite Æ 1^d au point 1^d; la portion de couronne de cercle A Æ 1^d 1 sera le panneau de développement de la surface conique de la premiere assise, inscrite dans la sphérique. On fera de même le développement de la seconde assise, en prolongeant la corde du second voussoir 1, 2 jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe prolongé au point s^2, duquel comme centre, & pour rayon les longueurs s^2 1, s^2 2, on décrira les arcs paralleles 1, 11; 2 2^d, qu'on terminera à volonté par une ligne 11, 2^d, tirée du centre s^2; ainsi des autres parties de la doële jusqu'à la clef, dont la doële n'est plus une portion de surface de cône tronqué, mais celle d'un cône entier qui a pour base le cercle dont le diametre est la corde 3, 4, pour côté la corde de l'arc 3 P, & pour hauteur

d'axe

d'axe, la fleche n P; mais cette obſervation n'eſt d'aucun uſage, la clef ſe fait ſans panneau comme nous le dirons ci-après.

Si par un cas extraordinaire, on faiſoit une voûte extradoſſée, après avoir tiré la corde A 1, il faudroit lui mener une parallele par le milieu m de l'extrados, laquelle ſeroit une tangente Tt, qu'il faudroit prolonger de même que la corde A 1, juſqu'à ce qu'elle rencontrât l'axe prolongé en un point, d'où comme centre, on décriroit les arcs te, T 1^x, qu'on termineroit par une ligne e 1^x tirée au même centre; cette portion de couronne de cercle ſeroit le développement du cône tronqué circonſcrit à la ſphere; mais ce panneau eſt inutile, à moins qu'il ne s'agiſſe uniquement que d'une ſurface ſphérique convexe, parce que lorſqu'on fait une doële, on s'épargne le panneau de l'extrados, en faiſant des arcs ſur les lits & les joints montans, parallelement à ceux des arêtes de la doële.

Nous ne propoſerons point de panneaux pour les lits, parce qu'ils ſont inutiles, en ce qu'on les forme très-bien par le moyen des biveaux, & que d'ailleurs étant des développemens d'autres ſurfaces coniques tronquées, on ne pourroit en faire uſage qu'après que le lit ſeroit formé; & alors ils ne ſerviroient tout au plus que pour vérification. Au reſte, il eſt viſible par la figure 155, que le centre C eſt le ſommet commun de tous les cônes des lits GF, gf; IK, ik; & que leurs côtés CG, CF, CK, CI, ſont tous égaux aux rayons extérieurs & intérieurs de la ſphere; par conſéquent que tous les panneaux de lit développés ſont des portions de couronnes de cercles égales en largeur, (qui eſt la différence des rayons de doële & d'extrados DHEI, APBg, fig. 161,) mais inégales en longueur de contour, qui diminue à meſure que les lits approchent de leur pôle P, où eſt la clef, dans le rapport des contours des cercles de la projection horiſontale des rayons inclinés Cp^1, Cp^2, Cp^3, c'eſt-à dire dans le rapport des lignes CA, W 1, O 2, n 3. On remarquera que nous avons tracé les panneaux de doële hors de la voûte, pour ne pas embrouiller le trait; ils pouvoient être tracés en dedans ſans aucun inconvénient, comme en A $æ$ d 1; car leur poſition ne décide rien dans l'épure. *Fig.* 161

Les panneaux étant tracés, nous ne prétendons pas nous en ſervir comme d'un modele immédiat pour former la doële de la ſphere, nous retomberions dans la faute qu'on reproche à cette méthode que Mathurin Jouſſe, les P. Deran & Dechalles

ont tirée de Philibert Delorme; mais seulement nous en servir pour former une des concavités de cette doële suivant la direction horisontale, dans laquelle nous trouverons plus facilement le moyen de la creuser une seconde fois suivant sa direction verticale; c'est-à-dire que nous ferons premiérement une surface conique, dans laquelle nous appliquerons ces panneaux tracés sur une matiere flexible, pour avoir dans cette surface, par le moyen de leur contour, celui des arêtes des joints de lit de dessus & de dessous, & les cordes des arcs des joints montans de la doële. Pour parvenir à la formation de la premiere surface conique de la doële, on commencera par déterminer dans le plan la longueur du voussoir qu'on se propose de faire, dont on fera le plan horisontal comme dans la méthode précédente, par exemple le trapeze mixte *noqs*, on divisera la corde *qs* en deux également en M par où l'on tirera du centre C la ligne du milieu *m*R, qui donnera les fleches *mr* & MR, qu'on portera au profil sur les horisontales 6 1, 5 2; savoir MR de 6 en *u* & *mr* de 5 en V, & l'on tirera la ligne *u*V; enfin du centre C on menera par le point V la ligne V*z* qui coupera 6 5 prolongée au point *z*, & l'épure sera faite; il ne reste plus qu'à en faire l'application pour tracer la pierre & la tailler.

Application du trait sur la pierre.

Fig. 162. Soit, fig. 162, un quartier de pierre *abcdg* destiné (par exemple) pour un voussoir du deuxieme rang; on commencera par lui faire un parement *bcde*, au milieu duquel, ou à peu près, on tirera une ligne droite M*m*, sur laquelle par un point pris à volonté comme *u*, à peu près éloigné de *bc* de la longueur MN du plan horisontal, on tirera une perpendiculaire *qs*; puis prenant le biveau de l'angle V*u* 6 du profil, on abattra la pierre suivant cette ligne, tenant ses branches toujours d'équerre sur *qs* pour former la surface plane *hisq*, sur laquelle on appliquera le panneau du segment de cercle *q*R*s* du plan horisontal en Q*u*S; ensuite ayant pris au profil la longueur *u*V, on la portera sur la ligne du milieu de la pierre, & l'on tirera par le point V une parallele à *qs*, sur laquelle on portera de part & d'autre du milieu *m* les moitiés de la corde *mo* & *mn* du plan horisontal en VK & VL, où faisant une cizelure creuse ou plumée, on appliquera la cerche du segment *nro* inclinée en angle aigu, suivant la branche TV du biveau obtus TV*u*,

que l'on posera d'équerre sur la ligne du milieu M*m*, en sorte que l'inclinaison de cette cerche soit le supplément du biveau obtus dont on se sert, & l'on tracera l'arc de cercle de la cerche dans le creux de la cizelure, suivant lequel & l'opposé QS on abattra la pierre à la regle pour former une surface conique entre ces deux arcs de cercles, sur lesquels on la fera couler comme nous avons dit au chapitre premier. Ou bien à cause que l'obliquité de la cerche peut devenir incommode aux voussoirs qui approchent de la clef, on pourra en faire une qu'on posera perpendiculairement sur la surface *b d*, comme il suit.

On portera à part (fig. 163.) la corde *no* du *plan* 161, sur le milieu de laquelle ayant fait une perpendiculaire, on y portera pour fleche la longueur V*z*, au lieu de la fleche du cercle *mr*; & par ces trois points on tracera à la main une courbe qui sera un arc elliptique dans les premieres assises, un arc parabolique plus haut, & un hyperbolique vers la clef; ces trois points suffisent pour la pratique. Mais si l'on vouloit opérer plus juste, il faudroit transporter le triangle V Z 5 à part, mener à l'arc *no* du plan horisontal plusieurs perpendiculaires, & les porter sur V 5, puis par ces points mener des paralleles à Z 5 en des points *x*, sur lesquels élevant des perpendiculaires, on porteroit les ordonnées à la fleche *mr*; mais cette précision est inutile, parce que les voussoirs comprennent une trop petite partie de la sphere pour qu'on ait besoin de cette exactitude. Après avoir creusé la surface conique entre les arcs donnés, on y appliquera le panneau de doële 1 Q 2 O (fig. 161) pris dans une partie des arcs de 1, 11, & 2, 2[d], qu'on suppose être coupé sur une surface flexible comme du carton, pour être appliqué dans le creux de la doële conique, dans laquelle on tracera le contour de ce panneau. *Fig. 161 & 163.

On remarquera qu'un seul panneau peut suffire à tracer tous les voussoirs du même rang, quoiqu'on les fasse de longueurs inégales, parce qu'on peut prendre la moitié de chaque voussoir, & la porter sur ce panneau où l'on tracera une ligne par le milieu, si le panneau n'étoit pas assez long pour le voussoir entier; & si le voussoir est plus court que le panneau, on fera des repaires de la longueur des arcs du lit de dessus & de dessous, qui serviront à terminer la doële, ou en retournant le panneau bout pour bout, à commencer de la division où ces longueurs se prendront par petites parties au plan horisontal sur la projection des

joints de lit, & se porteront en même grandeur & nombre sur le contour du panneau. Le contour du panneau étant tracé dans la surface conique, on formera les lits avec les biveaux 6, 5, 8, & 5, 6, 9, qui sont égaux si la voûte est exactement sphérique, & inégaux si elle est surhaussée ou surbaissée; car cette méthode convient aux unes & aux autres, en tenant ces biveaux d'équerre sur les arêtes des lits, & à distance proportionnelle. Par ce moyen on formera sans panneau les surfaces coniques, concaves, & convexes, qui sont les lits des voussoirs. Ensuite on formera les têtes ou joints montans avec le biveau 6,5,8 ou 1 AD, posant la branche courbe sur l'arête du lit & la droite suivant le biveau de doële conique, & par les trois points 5, 6, 9, on fera passer une surface plane sur laquelle on appliquera le panneau de tête 9, 6, 5, 8 pour avoir les arcs des joints montans, suivant lesquels on doit creuser la surface sphérique qui est la véritable doële demandée.

Pour mieux se conduire dans cette excavation, on se servira d'une cerche d'un arc du cercle majeur A P B, de telle grandeur qu'on jugera à propos, ayant soin de la poser toujours perpendiculairement aux arêtes des lits de dessus & de dessous, & à une distance proportionnelle de leurs angles; par exemple, si on la met au milieu, au tiers, ou au quart du lit de dessous, elle doit être aussi au milieu, au tiers, ou au quart du lit de dessus, & le voussoir sera achevé.

DEMONSTRATION

Si l'on suppose que le quart du cercle A P C se meut autour de son axe C P, il est clair que les cordes A 1; 1, 2; 2, 3; 3P décriront par ce mouvement des portions des cônes droits que décriroient les lignes inclinées à l'axe As^1, $1s^2$, $2s^3$, 3P, puisque chacune des cordes est partie d'une de ces lignes. Nous avons aussi démontré que le développement d'un cône droit est un secteur de cercle, duquel retranchant le développement d'une de ses parties parallelement à sa base, il reste pour développement du cône tronqué une portion de couronne de cercle, telle qu'on voit à la fig. 161, A 1 1^d Æ, & les autres au-dessus; de sorte que si le contour des arcs de cette couronne est égal à celui de la projection, cette couronne enveloppera toute la sphere d'une zone conique. Or puisque les cordes qui forment les côtés des cônes tronqués sont inscrites dans les arcs de cercles des divisions du quart AP, il est clair que l'une & l'autre zone conique

& ſphérique ſeront terminées par des cercles communs & paralleles à l'équateur AB (par le Théor. XII du premier livre.)

Que ces cercles ſoient communs, on peut le démontrer de deux manieres : premierement, parce qu'ils ſont formés par la révolution d'un même rayon AC ou 1 W, 2 O & 3 *n*. Secondement, ſi l'on conſidere les arêtes des lits à la doële comme les ſections de la ſphere coupée par les ſurfaces coniques des lits, il eſt démontré que cette ſection eſt un *cercle* (par le Th. XII. du premier livre) puiſque l'axe du cône droit paſſe par le centre de la ſphere (par la conſtruction).

On peut auſſi démontrer que celles des cônes tronqués de la doële, pénétrés par les cônes tronqués des lits, ſont encore des cercles, (par le Théor. XXVIII du premier livre) puiſque ces cônes ont leurs axes dans une même ligne C P, quoique tournés en ſens contraire, en ce que le ſommet commun des cônes des lits eſt en C vers le bas, & leur baſe du côté de P. Ceux des doëles au contraire ont leur ſommet vers P & au-deſſus, & leur baſe en bas du côté de C; donc les lignes des arêtes des lits de la doële conique ſont les mêmes que celles de la ſphérique. Ainſi on peut former en même tems leur contour commun, mais non pas les angles rectilignes & mixtes des ſurfaces, qui ſont inégaux, celui de la doële ſphérique avec le lit étant plus aigu que celui de la conique avec le même lit. *Fig.* 161. & 162.

Cela ſuppoſé, il eſt clair que notre application du trait ſur la pierre eſt un moyen ſûr pour la bien tailler; car nous la ſuppoſons coupée horiſontalement par une ſurface plane *hisq* qui repréſente celle du profil *tu* 6*o*, dans laquelle nous avons tracé le ſegment de cercle horiſontal *q*R*s*, qui eſt la projection de l'arête du joint de lit de deſſous, dont la fleche R M donne la diſtance horiſontale de cet arc à une ſurface plane qui paſſe par ſa corde *qs*, & qui eſt repréſentée au profil par le point *u*; & le milieu *m* M du plan horiſontal par la ligne V*u* du même profil. Il eſt encore viſible que ſi l'on poſe le ſegment *nro* du plan horiſontal ſuivant l'angle obtus *u*VT à l'égard de V*u*, il ſera poſé parallelement au ſegment *q*R*s*, par conſéquent il ſera à la baſe du cône retranché dont il ſera une ſection circulaire; donc il ſera la baſe ſupérieure de la partie de ce cône reſtant tronqué. Ou bien ſi l'on coupe le cône par un plan perpendiculaire à *u*V en prolongeant 6 5 juſqu'à la ligne V*z*, il eſt viſible que l'une & l'autre ſection auront pour corde commune la perpendiculaire ſur le plan *u*V 5 dont la projection verticale eſt le point V; donc

ces ſections qui ont une ordonnée commune ſeront entre elles comme leurs abſciſſes V 5 & V z; ainſi en diviſant ces abſciſſes proportionnellement comme on a fait, & élevant ſur ces diviſions des paralleles à l'ordonnée commune, on aura la courbe de la ſection paſſant par V z qui ſera à la ſurface du même cône, ſoit qu'elle ſoit elliptique, parabolique, ou hyperbolique; car elle peut être de ces trois courbes différentes. Aux premieres aſſiſes, V z donnera une ellipſe, aux autres au-deſſus elle peut donner une parabole, & vers la clef une hyperbole; mais on la trouvera par la méthode que nous avons donnée, ſans avoir beſoin de la connoître.

Le reſte du trait concernant la maniere de faire les lits & les têtes, eſt commun avec les autres méthodes, & n'a pas beſoin de démonſtration.

Troiſieme méthode de former les voûtes ſphériques ou ſphéroïdes,

En réduiſant la ſphere en polyëdre.

Fig. 161.

Ayant tracé l'épure comme à la ſeconde méthode des cônes tronqués pour la ſphere (fig. 161.) ou pour un ſphéroïde applati, allongé, ou ſurhauſſé, & ayant fait la projection horiſontale *n o q s* d'un vouſſoir du ſecond rang donné pour exemple, lequel eſt marqué au profil en 5, 8, 9, 6, on portera, comme à la méthode citée, les fleches MR & *m r* du plan horiſontal en 5 V & 6 *u* du profil, & l'on tirera la ligne V *u* qui ſervira à tracer le panneau de doële plate, laquelle eſt une des ſurfaces du polyëdre qu'on va décrire à la fig. ✠ à côté de 159. On tirera ſur une ligne droite *m* M, qu'on fera égale à V *u* de la fig. 156, deux perpendiculaires indéfinies *n o s* Q, ſur leſquelles on portera de part & d'autre des points *m* & M les grandeurs *m o* & M *q* du plan horiſontal de la fig. 156 en *m n* & *m o* & *m s* & MQ, & l'on tirera les lignes *n s* & *o* Q; le trapeze *n o* Q *s* ſera le panneau de la doële du vouſſoir repréſentée en raccourci dans le plan horiſontal *n o q* S de la fig. 156.

Application du trait ſur la pierre.

Fig. 159.

On commencera, à l'ordinaire, par dreſſer un parement, comme à la fig. 159, *b c d e*, capable de contenir le panneau de doële & l'engraiſſement du lit; enſuite ayant tracé le contour du

panneau de la fig. ✠ ſur le parement qui lui eſt deſtiné, on prendra le biveau de l'angle de la doële plate V *u* avec l'horiſon *u* O, & avec cet angle V *u* O on abattra le priſme triangulaire *h a b c f g*. On tracera enſuite ſur le nouveau parement *a b c f* l'arc Q R *s*, par le moyen de la cerche S R *q* de la fig. 156, ou plutôt par le moyen d'un panneau de lit horiſontal ſuppoſé *k* S *s* R *q* L, qu'on appliquera ſur ce parement en *k s* R Q *q*, & par les trois points donnés *q* Q *o* & *k* S *n*, on fera paſſer (par le probl. I.) une ſurface plane qui ſera celle de chaque tête, ſur laquelle on tracera l'arc 3, 4 & les joints de lit 3 7, 4 8 par le moyen d'un panneau 7, 3, 4, 8 de la fig. 156, en poſant le point 4 ſur le point Q, & le point 3 ſur le point *o*, pour avoir les joints de tête & de lit. *Fig. 156.*

On creuſera la doële avec le biveau mixte de doële creuſe & de l'horiſon 3 *x* 4 O de la fig. 156 (ou 5 *x* 6 *o*, fig. 161, s'il s'agit d'une voûte parfaitement ſphérique) en tenant toujours ſa branche droite perpendiculaire à la courbe S R *q*; enſuite ayant porté la corde *q o* en R *y* ſur le milieu de la doële, on poſera la cerche *n r o* de la fig. 156 ſur les trois points *o y n* de la fig. 159, & l'on tracera l'arc de cercle qui forme l'arête du lit ſupérieur. Enfin avec les biveaux mixtes de lit & de doële courbe 8 4 *x* 3 & 7 3 *x* 4 on abattra la pierre excédente ſur les arêtes des lits marquées à la doële, auxquelles on tiendra la branche droite toujours perpendiculaire. Ainſi on formera deux ſurfaces coniques, une convexe au lit inférieur, & une concave au lit ſupérieur, & l'on aura un vouſſoir exactement formé.

Explication démonſtrative.

Puiſque les quatre angles du ſphéroïde ou de la ſphere ſont dans un même plan, comme nous l'avons prouvé à la page 5, le trapeze *s n o* Q de la fig. ✠ peut & doit les toucher tous, puiſque les côtés *n o*, *s* Q ſont les cordes des arcs de cercles horiſontaux des lits, & les côtés *s n*, *o* Q celles des arcs verticaux qui paſſent par les joints montans de la doële. Il eſt auſſi clair, par la conſtruction, qu'ayant fait l'angle R M *m* égal à l'angle O *u* V, la trapeze du panneau de la fig. ✠ qu'on a tracé ſur la pierre à la fig. 159, eſt incliné à la ſurface L *q* S *k* du vouſſoir, comme le même trapeze conſidéré dans la voûte, l'eſt au plan horiſontal; donc la projection horiſontale *o r n* S R *q* de la fig. 156, ou 161, convient à cette ſurface. Troiſiemement, puiſque les plans des

joints montans ſont perpendiculaires au plan horiſontal, & qu'ils ont une direction tendante au centre C, les lignes $s^k q$ L des fig. 159 & 161, ſont dans ces plans, de même que les points *o* & *n*; par conſéquent en faiſant paſſer des plans par les points donnés *k s n* & *f* Q *o* de la fig. 159, on aura les ſurfaces des joints de tête. Enfin puiſque les arêtes des lits ſupérieurs & inférieurs ſont dans des plans horiſontaux paralleles entre eux, il eſt clair que les intervalles de leurs parties aliquotes compriſes entre des plans verticaux, ſeront égaux entre eux; donc le point *y* du milieu de l'arc *o n* doit être à même diſtance du point R du milieu de l'arc QR*s*, que les cordes Q*o* & *s n*; or puiſqu'on a trois points donnés dans le cercle horiſontal du joint ſupérieur *o y n*, on aura la poſition de l'arc *n r o* de la fig. 156. Donc l'arête du lit ſupérieur ſera bien tracée, & par conſéquent auſſi les lits qui ſont formés ſur cette arête par le moyen du biveau de lit & de doële, *ce qu'il falloit faire.*

Quatrieme méthode de former les voûtes ſphériques par l'inſcription des cylindres.

En termes de l'art, quoiqu'impropres,

Par équarriſſement.

La premiere méthode que nous avons donnée pour former les voûtes ſphériques n'eſt guères propre qu'aux voûtes exactement ſphériques; la ſeconde & la troiſieme s'étendent aux ſphéroïdes dont les baſes ſont circulaires. Cette quatrieme eſt générale pour toutes ſortes de ſpheres, de ſphéroïdes, & de conoïdes, comme nous le ferons voir en ſon lieu. Il ſuffit préſentement d'en faire l'application à la ſphere.

Fig. 161. Soit (fig. 161.) le cercle APB*g* le plan horiſontal de la voûte, dont nous conſidérons la moitié APB comme ſon profil, & l'autre moitié A*g*B comme ſon plan horiſontal. Ayant diviſé le ceintre APB en ſes vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaiſſera de chacun de ces points des perpendiculaires qui couperont le diametre AB aux points p^1, p^2, p^3, &c. par leſquels du centre C, on fera paſſer des cercles concentriques à A*g*B, p^1 Ep^6, p^2 Fp^5, p^3 Gp^4, qui ſeront conſidérés comme les baſes d'autant de cylindres droits, & qui ſont les projections des joints de lit inſcrits dans la ſphere par les à-

plombs

plombs 1 p^1, 2 p^2, 3 p^3, lesquels cylindres ont pour axe commun C H. On tirera ensuite du centre C les joints de tête à l'ordinaire 4, 7; 5, 8; 6, 9, & le trait sera fait. Il ne s'agit plus que d'en faire l'application sur la pierre, ce qui est très-aisé.

Application du trait sur la pierre.

On prendra sur le plan horisontal la plus grande longueur qu'on veut donner au voussoir par son lit de dessous, par exemple, pour la seconde assise L*k*, puis on tirera par le centre C les lignes *o*L & *n k*, qui couperont la projection du lit de dessus en *no*, & la queue du lit de dessous en L*k*, ce qui donnera le quadriligne mixte *n o*L*k* pour une portion de la base d'un cylindre, dans laquelle est compris le voussoir que l'on veut faire. Ayant dressé un parement pour servir de lit *n*Q (fig. 160.) de supposition horisontale, on y appliquera le panneau *no*L*k* de la fig. 156, dont on tracera le contour, suivant lequel on abattra la pierre quarrément, ce qui formera une espece de coin émoussé tel qu'on voit à la fig. 160 en NQ, lequel sera composé de deux surfaces planes & d'une portion cylindrique creuse NO*on*, qu'on formera avec la cerche *nro* du plan horisontal, (fig. 156.) On portera ensuite la hauteur de la retombée 5 *t* (fig. 161) sur les arêtes *o*O, *n*N, de *o* en 5, de *n* en 2, & la retombée *t* 6 sur les arêtes *o*Q & *n*K, de *o* en *q*, & de *n* en *p*; ensuite on posera sur les plans des joints montans le panneau de tête 9, 6, 5, 8, & sur le lit horisontal le panneau *q*L*ks* en *qp*KQ, pour tracer l'arc *qp* de l'arête du joint de lit de dessous avec la doële: ce qui se fait aussi plus simplement, mais moins correctement, en traînant *np* sur *no* perpendiculaire à l'arc *no*. L'arête du lit de dessus se tracera par les points 2 & 5, (fig. 160.) parallelement à celle de la base *no*, avec une regle pliante; ainsi les quatre côtés de la doële qu'on doit creuser seront donnés, il ne s'agit plus que d'abattre la pierre de l'un à l'autre, s'aidant d'une cerche faite d'une portion du cercle majeur dont on tiendra le plan perpendicualire à l'arc de la base *pq*; ensuite on abattra la pierre pour former les lits avec le biveau mixte 6 5 8, (fig. 161). *Fig. 160.* *Fig. 160. & 161.*

On peut aussi, avant que de ceuser la doële, former les lits avec le biveau d'à-plomb & de coupe *t* 5 8, (fig. 161.) pour le lit de dessus, & celui de l'horison & de la coupe *t* 6 9 pour le lit *Fig. 161.*

de deſſous, tenant une de ſes branches parallele aux arêtes nN, oO, (fig. 160.) & l'autre perpendiculaire aux arcs 2 5, $n o$; par ce moyen on s'épargne la peine de faire un biveau mixte pour la doële & les lits. Il ſuffira d'une cerche pour la doële, dont la poſition n'eſt pas indifférente, comme nous l'avons dit ci-devant; il faut avoir grand ſoin de la tenir dans la ſituation d'un méridien, perpendiculairement aux plans paſſans par les joints de lit, & dans une direction qui tende à l'axe de la ſphere. On peut encore, ſans le ſecours des biveaux, faire le lit de deſſus, ſi l'on s'eſt donné la peine de faire un lit parallele à nQ en N 7, & qu'on y trace par le point 8 un arc 8 9 parallele à ON, parce qu'on pourra abattre la pierre à la regle comme pour une portion conique ſur les arcs 2, 5 & 9, 8.

Explication démonſtrative.

Si l'on ſuppoſe la ſphere coupée par des plans horiſontaux paſſans par les points les plus élevés de l'extrados, comme 9, 8, 7, (fig. 161.) ils couperont les à-plombs prolongés en des points x, y, Z, qui donneront la plus grande hauteur du vouſſoir ſur ſa retombée, & l'on inſcrira par ce moyen le vouſſoir 9, 6 BE, portion de ſphere, dans un cylindre de même hauteur $x p^6$ Ee; car faiſant mouvoir le parallelograme Ce autour de l'axe Cc, il eſt évident qu'il formera un cylindre dont ôtant le cylindre inſcrit Cp^6 xc, il reſte une couronne de cylindre formée par l'angle qui eſt exprimé au plan horiſontal par la couronne de cercle dont $p^6 p^9 k$S eſt une partie; & à cauſe que le mouvement qui forme la ſphere dont le vouſſoir eſt une partie, ſe fait autour d'un axe commun, il ſuit que lorſqu'on a celle du cylindre, il ne reſte plus qu'à abattre la pierre d'une maniere uniforme pour en retrancher les ſolides courbes priſmatiques formés l'un par le triangle x 9, 6 rectiligne, qui eſt une portion de cône, l'autre par le triangle mixte 6 Bp^6, qui eſt une portion de ſphere circonſcrite au cylindre vuide dont le côté eſt 6 p^6, ou ce qui eſt la même choſe, inſcrite dans l'anneau ſolide.

COROLLAIRE.

Il eſt clair que cette méthode eſt également propre à la formation d'un ſphéroïde dont l'axe eſt vertical, qu'à la ſphere, puiſque la formation de ce ſolide eſt la même que celle de la ſphere & du cylindre par la révolution d'une courbe Ad ellipti-

que autour d'un axe commun; car si au lieu de l'arc circulaire 6 B & de la coupe 6, 9, on substitue un arc elliptique & une coupe plus ou moins inclinée, on aura toujours un rapport constant de la figure qui en résultera à celle du cylindre inscrit; mais nous en parlerons ailleurs en traitant des sphéroïdes.

Remarque sur les quatre méthodes de former les voûtes sphériques & sphéroïdes.

Nous avons déja dit que la premiere méthode, *par les segmens de sphere*, n'étoit par générale, mais particuliere à la sphere, & qu'elle occasionnoit beaucoup de perte de pierre, d'où nous pouvons conclure que c'est la moindre de toutes. Nous avons aussi fait voir que la seconde, *par l'inscription des cônes tronqués*, étoit plus générale, puisqu'elle peut s'appliquer aux voûtes sphéroïdes de même qu'aux sphériques, & de plus aux annulaires, comme nous le dirons en son lieu; mais elle est plus propre aux grandes voûtes qu'aux petites, & lorsque la différence de la concavité du cône tronqué & de la zone de sphere ou de sphéroïde est assez peu sensible pour qu'on puisse la négliger dans la pratique; car dans les petites voûtes où il faut reprendre le parement de la doële conique pour le creuser en sphérique, elle n'a aucun avantage sur la quatrieme méthode. La quatrieme, *par l'inscription des cylindres*, est sans contredit la plus étendue & la plus sûre pour l'exécution, mais elle cause beaucoup de perte de pierre, particuliérement vers l'élevation de 45 degrés; d'où il faut conclure que la troisieme est la plus commode & celle qui cause le moins de perte de pierre, pour les spheres & les sphéroïdes alongés ou applatis verticaux; mais elle n'a pas le même avantage pour les conoïdes que la précédente, qui non-seulement supprime l'usage des biveaux de lit & de doële variables pour le même lit, mais qui peut encore servir pour les doëles gauches qui n'ont pas leurs quatre angles dans un même plan; de sorte que le sphéroïde conoïde ne peut être réduit en polyëdre de surfaces quadrilateres, mais seulement triangulaires, ce qui rendroit cette méthode trop composée, quoique toujours bonne dans son principe.

Seconde disposition des voussoirs.

Des voûtes sphériques, lorsque leurs rangs sont dans une situation verticale.

Il ne sera pas nécessaire d'entrer dans le détail de la construction des voûtes sphériques dont les voussoirs, au lieu d'être dans une situation horisontale, sont rangés en arcades verticales, parce que l'on sent bien du premier abord que ce n'est que la même chose tournée différemment, comme on voit à la fig. 183 de la planche 57, c'est-à-dire que les joints de lit sont devenus les joints de tête, & que les pôles de leurs cercles, qui étoient dans un axe vertical, l'un au sommet de la voûte, l'autre dans le vuide au-dessous, sont ici dans la base horisontale diamétralement opposés; la seule différence qu'il y a de cette disposition à la précédente, c'est qu'une partie de la voûte peut être élevée sans l'autre & se soutenir, au lieu que dans la précédente il faut que chaque rang horisontal soit continué dans le pourtour, de sorte qu'on ne peut faire un tiers ou un quart de sphere comme dans cette derniere: de-là vient qu'on en fait principalement usage pour les niches, qui ne sont que des quarts de spheres; mais nous parlerons ailleurs de ces mutilations.

Troisieme disposition des voussoirs.

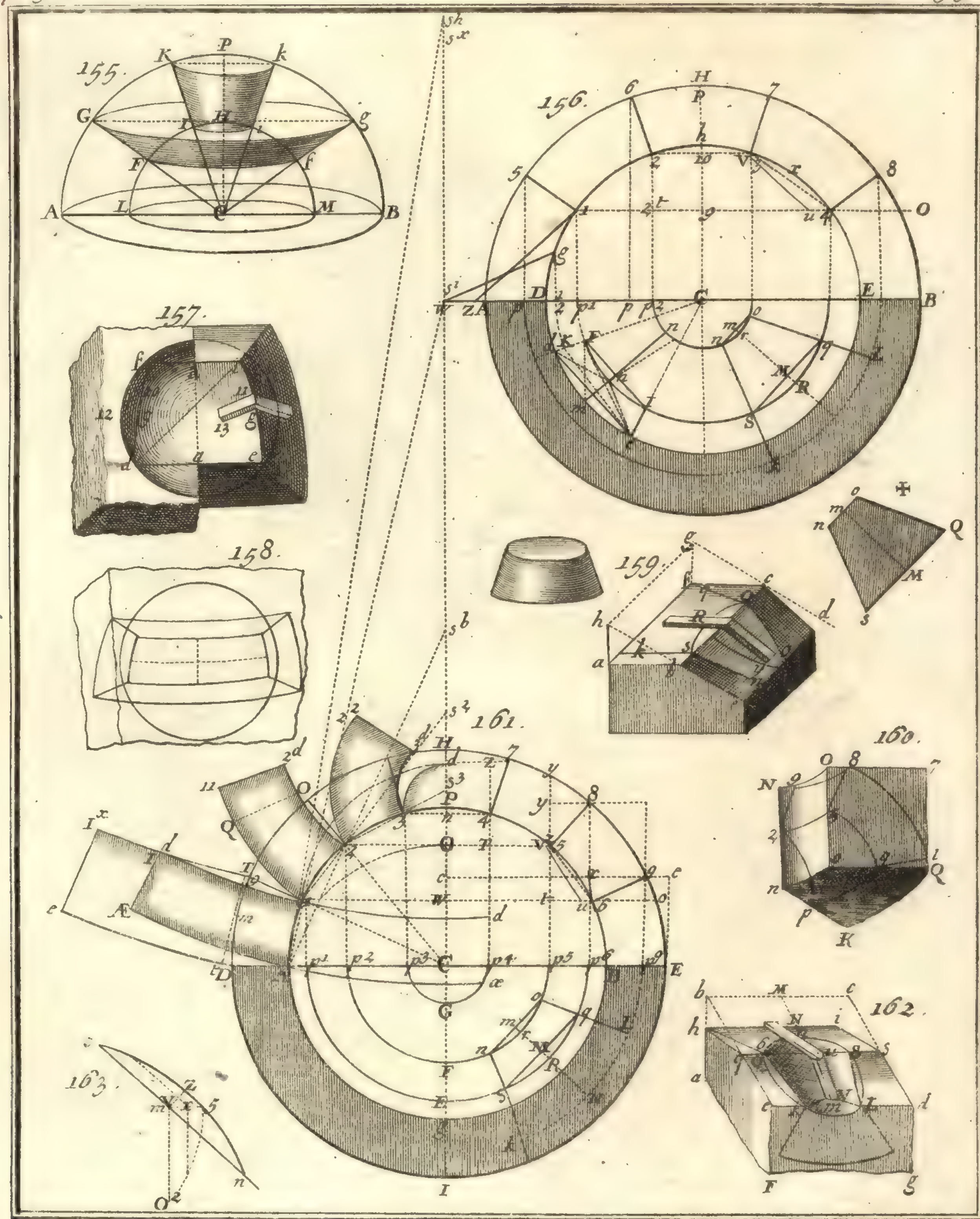
Des voûtes sphériques dont les rangs sont inclinés à l'horison, en termes de l'art, *en coquilles.*

Nous traiterons de cette espece d'arrangement des voussoirs des voûtes sphériques lorsque nous parlerons des tronqués, parce qu'il n'est d'usage, comme le précédent, que pour les niches.

Quatrieme disposition des voussoirs.

Des voûtes sphériques où ils sont arrangés de différente maniere dans la même voûte.

Quoiqu'il soit de la délicatesse de l'art de cacher autant qu'il est possible les joints des pierres qu'on emploie à la formation des voûtes, cependant comme il est impossible de les cacher entiérement sans les couvrir d'un enduit, qu'on ne peut appliquer


155.
156.
157.
158.
159.
160.
161.
162.
163.

ſolidement ſur la pierre de taille, les architectes ſe ſont aviſés d'affecter certains arrangemens de vouſſoirs qui font des figures agréables à la vue, tirant ainſi une décoration de l'imperfection de l'art, qui ne peut faire les voûtes d'une piece. Ils prennent pour baſe de cet arrangement une figure rectiligne diviſée par des paralleles qui forment en différens ſens des rangs de vouſſoirs verticaux; tel eſt un polygone régulier inſcrit dans le cercle horiſontal, comme un triangle, un quarré, un pentagone, un hexagone, &c. Cette diſpoſition s'appelle *voûte de four fermée en triangle*, *en pentagone*, &c. Les rangs diſpoſés ſuivant chaque côté du poligone ont un pôle à l'horiſon entre les deux angles inſcrits dans le cercle de la baſe horiſontale, comme on peut le voir à la figure 166; ou bien au lieu de placer les angles du poligone à l'horiſon, ils n'en ont placé qu'un à ſon pôle, d'où abaiſſant des quarts de cercles verticaux ſur les diviſions de l'horiſon en certain nombre de parties égales, comme en 3, 4, 5, 6, &c. ils ont fait des rangs de vouſſoirs verticaux qui ſe rencontrent & ſe pénetrent les uns les autres ſuivant autant de diagonales, ce qu'ils ont appellé *voûte ſphérique faiſant le plan d'une voûte d'arête triangulaire*, *quarrée*, *pentagone*, &c. comme on peut voir à la figure 180 de la planche 57.

Plan. 54. *Fig.* 166.

De la premiere eſpece de variations.

Des voûtes ſphériques fermées en poligones.

Ces voûtes peuvent être conſidérées comme compoſées de deux parties, l'une qui eſt celle de chaque rang vertical conduit tout uniment, comme s'il étoit dans une voûte ſimple, qu'on appelle la coquille ou la trompe, telle eſt la partie A H E T, fig. 166; l'autre, qui eſt la rencontre de deux rangs qui ſe croiſent & ſe terminent à un cercle majeur qui les coupe obliquement dans le plan de la diagonale de leur projection horiſontale; & parce que cette rencontre de deux rangs ſe forme d'une ſeule pierre E*i*, qui a deux branches comme une fourche, cette partie s'appelle *l'enfourchement*. La premiere partie des voûtes ſphériques compoſées n'a aucune difficulté, puiſqu'elle eſt la même que celle des voûtes ſphériques à rangs de vouſſoirs verticaux, dont nous avons parlé ci-devant à la ſeconde diſpoſition. Toute la difficulté conſiſte donc à la formation des vouſſoirs d'enfourchement qui ſont communs à deux rangs différens.

PROBLEME XVII.

Faire une voûte ſphérique compoſée de rangs de vouſſoirs de différentes directions.

Premiere diſpoſition.

En termes de l'art,

Faire les vouſſoirs d'enfourchement des voûtes ſphériques ou ſphéroïdes fermées en poligone.

On peut réſoudre ce problême de trois manieres; la premiere par l'analyſe de la projection du poligone inſcrit dans le cercle de la baſe horiſontale, en faiſant par ſon moyen l'élevation des arcs verticaux, dont elle donne les diametres ou parties de leurs diametres. La ſeconde, qui eſt fondée ſur la réduction de la ſphere en cônes tronqués, c'eſt d'en aſſembler les ſurfaces développées qui ſe coupent obliquement ſuivant une diagonale, & d'en former le panneau d'enfourchement. La troiſieme, c'eſt par la médiation des doëles plates.

Premiere méthode, par l'inſcription de l'enfourchement dans un ſegment de ſphere.

Fig. 164. Soit (fig. 164.) le cercle horiſontal I 5 O 15, qui eſt la baſe de la voûte ſphérique dans laquelle on veut inſcrire un polygone, par exemple, un quarré. Ayant tiré par le centre C les diametres I O & 5, 15 à angle droit, on tirera par leurs extrêmités les lignes I 5, 5 O, O 15, 15 I; on diviſera enſuite deux de ces côtés en deux également en *k* & K, par où l'on menera par le centre C deux diametres P *p* & P^{2} p^{2}, qui ſeront les axes des quatre ſegmens de ſphere que retranchent les côtés du quarré inſcrit, ſavoir I P 5, 5 P O, &c. On diviſera enſuite chacun de ces ſegmens en autant de parties égales que l'on voudra avoir de rangs de vouſſoirs, comme par exemple ici en cinq aux points O, 1, 2, 3, 4, & 5, & par ces diviſions on menera des paralleles aux côtés du quarré I 5 & O 15, qui couperont les diametres I O & 5, 15, aux points 6 *d*, *e l*, 9 *f*, 8 7, par leſquels on menera des paralleles aux côtés du quarré entre ſes diagonales, comme 6 8, *d* 7, *e* 9, *l f*, & d'autres dans les ſegmens comme 4, 1; 14,

11 ; &c. 3, 2 ; 13, 12 ; & l'on aura la projection de tous les joints de lits des rangs de voussoirs qui sont dans une situation verticale, c'est-à-dire, à la circonférence des cercles verticaux qui auront pour diametre les lignes inscrites dans le grand cercle horisontal où est la naissance de la voûte.

Il s'agit à présent de former les voussoirs d'enfourchement, dans lesquels consiste toute la difficulté de ces voûtes, renvoyant le lecteur *aux voûtes simples formées par des rangs verticaux*, pour la formation des voussoirs compris entre les enfourchemens. On commencera par déterminer dans la projection horisontale la largeur du voussoir sur les côtés du quarré, comme I *a* & I a, suivant la grandeur de la pierre que l'on veut employer, & par les points donnés *a* & a, on tirera les lignes *a b*, a b, paralleles à ces mêmes côtés, lesquelles détermineront la direction des joints de tête & donneront pour la projection horisontale du voussoir le rectiligne de six côtés I *a b d* b a I, dont les côtés I *a* & I a expriment les lits de dessous, *d b* & *d* b ceux de dessus, & les deux autres *a b*, a b les joints montans de la doële ; comme cette figure est divisée en deux également par la diagonale I *d*, nous ne parlerons que de la moitié, qui est le trapeze I *d b a*, parce que ce que nous en dirons s'appliquera facilement à l'autre.

Il s'agit 1°. de trouver la grandeur d'un segment de sphere capable de contenir le voussoir & les côtés de la figure de la doële, pour y inscrire les sommets des angles & les arcs compris entre deux, suivant la méthode que nous avons donné pour les voûtes sphériques à lits horisontaux simples ; mais avec un peu plus de composition dans cette espece. Pour y parvenir, il n'y a qu'à examiner dans quels cercles de la sphere doivent se trouver les lignes de la projection ; si étant prolongées elles passent par le centre C (fig. 164.) elles appartiennent à des cercles majeurs ; si elles n'y passent pas, elles appartiennent à des cercles mineurs ; mais auquel des deux qu'elles appartiennent, leur terminaison à la circonférence du cercle I 5 O 15 donne toujours le diametre du cercle dont les joints du voussoir font partie, & la ligne de la projection est toujours une abscisse de ce diametre, laquelle donnera l'ordonnée qui est l'à-plomb d'un des angles du voussoir sur son plan horisontal.

Ainsi du point *d* de la projection, on élevera la perpendiculaire *d*D sur le rayon IC, laquelle coupant l'arc I 5 au point *Fig.* 164 & 165.

D, donne l'arc I D pour celui du milieu du voussoir, dont la projection & en même tems l'abscisse est la droite I *d*; de sorte que transportant sa corde I D dans le segment de sphere (fig. 165.) de D en I, on aura la position de deux des angles du voussoir; savoir, le saillant, qui est la naissance de la voûte au point I de la fig. 164, & le rentrant *bd*b du lit supérieur. Il faut à présent se servir de cet intervalle D I pour trouver la position des angles *a* & a, comme de la base d'un triangle dont il faut trouver les côtés; pour cela il faut diviser la projection en triangles, en menant une droite de *d* en a, que l'on prolongera de part & d'autre jusqu'à la rencontre du cercle horisontal de l'imposte I 5, O 15, qu'elle coupera en F & G; & ayant divisé F G en deux également en *m*, du point *m* pour centre & *m* F pour rayon, on décrira un arc de cercle F a^y d^x indéfini, & par les points *a* & *d* on élevera des perpendiculaires a a^y, dd^x, qui couperont l'arc de cercle aux points a^y d^x, dont l'intervalle a^y d^x, qui est la longueur de la corde, est déja un des côtés que l'on cherche, avec lequel comme rayon, & du point D de la fig. 165, pour centre, on décrira un arc de cercle dans le segment de part & d'autre de la ligne ou corde D I, en a V & a *u*. Ensuite, pour avoir le troisieme côté, dont I *a*, ou I a son égale, est la projection, on tracera du point *k*, milieu de la ligne I 5, dont I *a* est une partie, l'arc indéfini I H, & élevant au point *a* la perpendiculaire *a* A, qui coupera cet arc en A, l'intervalle I A, qui est la corde de cet arc, sera le troisieme côté que l'on cherche; de sorte que portant avec le compas cet intervalle dans le segment de la fig. 165, du point I pour centre, on décrira un arc qui coupera a *u* au point a & a V au point a, qui est le sommet de l'angle du joint de lit de dessous & de celui de la doële.

Il ne reste plus à trouver que les deux angles *b* & b des joints du lit de dessus avec celui de doële (fig. 164), en cherchant de la même maniere les arcs qui répondent aux lignes de projection *a d* & *b d*, ce qui est facile à concevoir après ce que nous venons de dire. Il ne s'agit de même que de prolonger de part & d'autre la ligne *db*, jusqu'à la circonférence du grand cercle qu'elle coupera aux points E & 4, & de son milieu L décrire un arc E B, puis élevant des perpendiculaires *b* B & dd^2 sur son diametre en *d* & *b*, l'intervalle B d^2 sera une des cordes des triangles D*ab* de la fig. 165, avec laquelle pour rayon & du point D pour centre, on décrira un arc de part & d'autre en *b* 6 & *b* 6;

b 6 ; enfin fur *a b* [fig. 164.] prolongée de part & d'autre en *z*, & en *ff*, & du point R pour centre, on fera l'arc *z* 2^a *6*, puis élevant aux points *a* & *b* des perpendiculaires à 2^a *b*, *6 b*, l'intervalle 2 *a 6*, fera le troifieme côté, lequel tournant fur le point *a* ou a, pour centre, [fig. 165.] coupera l'arc *6 b* en *b*, où fera le fommet du dernier angle que l'on cherche, & l'on aura dans le fegment les angles du vouffoir I *a b* D *b a*. *Fig. 164 & 165.*

Il ne refte plus qu'à placer entre ces angles les arcs de cercles dont on a trouvé les cordes, & fur lefquels on aura coupé & formé les cerches pour les tranfporter dans le fegment de fphere creufe dans la pierre. Ce qui fe fera avec les mêmes précautions que nous avons marquées dans la conftruction des voûtes fphériques fimples faites fuivant cette méthode, dans laquelle nous avons dit que le moyen le plus fûr étoit d'avoir trois points à chaque arc, pour y placer la cerche, afin que fon plan ne puiffe être dans une fauffe inclinaifon ; ainfi pour le côté I *a*, [fig. 164.] on prendra à volonté un point *n* vers fon milieu, d'où tirant par le point *d*, un diametre *q s*, qu'on divifera en deux également en *r*, on fera avec le rayon *r q* l'arc *q* N ; enfin élevant fur I *a* du point *n* la perpendiculaite *n* n^2, fi avec les cordes I *n* & *n* d^2, pour rayons, & les points N & D pour centres (fig. 164.) on fait des arcs de cercles, leurs interfections donneront les points n^2 d'un côté & d^2 de l'autre, lefquels détermineront la pofition de la cerche formée fur l'arc I A. On en ufera de même pour les autres côtés, afin que le plan de leurs cerches étant fitué dans celui de la fection de la fphere, elles n'y donnent pas de faux contour, obfervant d'abattre les arêtes de la planche dont la cerche eft formée jufques vers le milieu de fon épaiffeur en chanfrein, afin que cette épaiffeur ne foit pas un obftacle pour la pencher comme elle doit être fans s'éloigner du fegment creufé dans la pierre. Les arcs des arêtes des joints étant tracés, on leur appliquera perpendiculairement les biveaux de lit & de doële pour abattre la pierre fuivant l'exigence, & former une figure de folide telle qu'on la voit à la fig. 168, pour le premier rang, ou pour le fecond, comme à la fig. 167, qui paroît à moitié taillée & à moitié tracée.

On a vu par l'exemple du premier vouffoir, comment on trouvoit la pofition des angles des joints, en divifant la projection en triangles, & pour montrer qu'il n'importe de quelle maniere on faffe cette divifion, nous en avons repréfenté une

Fig. 164 & 165. différente dans le second voussoir, (fig. 164.) en tirant une perpendiculaire 10, 19, sur la diagonale 9, 8, & faisant avec le rayon M*g*, pris sur 10, 19 prolongée en *g*, l'arc de cercle *g* 17, 16, qui donnera la cerche traversante 17, 16, laquelle sera portée dans le segment de 7 en 7, (fig. 167.) pour donner le plus grand arc d'un des angles à l'autre. On a marqué dans la fig.

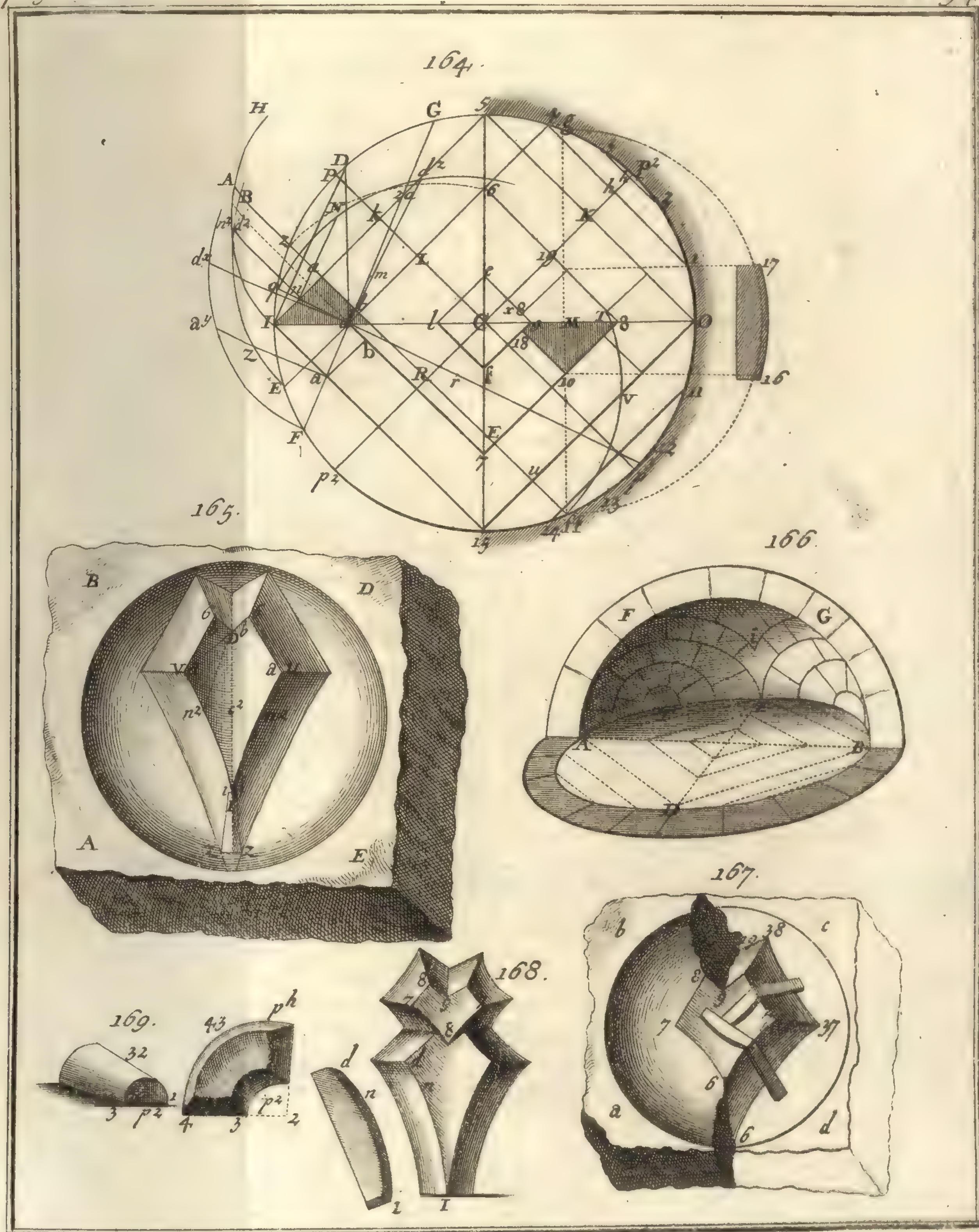
Fig. 167 & 168. 168, comment le premier voussoir de la fig. 165 & celui de la fig. 167 se posent l'un sur l'autre, & combien le premier est plus grand que le second, quoique dans la projection (fig. 164.) les lignes de leur milieu I *d*, & *dl*, soient à-peu-près égales, & même inégales en sens contraire, puisque I *d*, qui représente I 8 de la fig. 168, est plus petite que *dl*, qui représente la hauteur 8, 9, laquelle est cependant plus petite que I 8; la fig. à côté *dni* est la cerche qui a servi à tracer l'arc *dn* I, en appliquant les points *d* en *d*, *n* en *n*, & *i* en I.

A l'égard des autres rangs de voussoirs dont on a représenté un à la fig. 169, marqué 43 p^h, c'est celui qui est marqué au plan horisontal de la fig. 164, en 3 *h h* 4; & celui qui est à côté en portion de cône tronqué, dont la petite base est marquée 3 P 2, est celui qu'on appelle *trompillon*, qui seroit la moitié de la clef d'une voûte sphérique dont les joints de lit seroient horisontaux. Tous ces différens voussoirs se voient rassemblés dans la moitié d'une

Fig. 166. voûte sphérique, dessinée en perspective à la fig. 166, laquelle montre comment les joints des rangs de voussoirs répondent au quarré inscrit dans le cercle horisontal qui comprend leur projection. L'idée de ce genre de construction de voussoirs d'enfourchemens par l'inscription de leurs angles dans un segment de sphere, appartient à M. de la Rue; je n'ai fait ici que la rendre plus simple & plus exacte pour l'exécution, parce qu'il ne donne qu'une maniere de tâtonnement méchanique très-incertaine pour la position des cerches, qui est de voir si elles joignent au fond du segment, qu'il appelle *écuelle*.

Explication démonstrative.

Fig. 164. La justesse de cette méthode sera facile à appercevoir, si l'on se représente toutes les lignes de la projection sur lesquelles nous avons décrit des arcs de cercles, comme autant de portions de diametres de cercles élevés sur le plan horisontal I 5 O 15 à angle droit, & les perpendiculaires tirées sur ces lignes, comme autant de verticales, qui sont les ordonnées de chacun de ces


164.
165.
166.
167.
168.
169.

cercles, dont les lignes de projection sont les abscisses, lesquelles sont formées par l'intersection des différens plans qui se croisent dans la sphere & la coupent en différentes zones & segmens qui ont autant de pôles que le poligone inscrit dans le cercle de la base a de côtés. Or comme tous ces cercles majeurs & mineurs sont verticaux, ils sont tous exprimés dans la projection horisontale par des lignes droites, suivant le Théoreme I. du 2e livre; de sorte que pour connoître la grandeur de leurs arcs correspondans aux lignes de la projection, il faut en faire une élevation, comme si l'on couchoit le plan vertical dans lequel ils sont, sur le plan horisontal, parce que le diametre est commun à l'un & à l'autre plan, dont il est l'intersection; ainsi la fig. 164 est un mêlange de plan ichonographique, & d'élevation ou ortographie, tant pour ne pas multiplier le nombre des figures que pour en conserver plus facilement le rapport, & pour avoir des points communs à la projection horisontale & à la section verticale de la sphere, faite par ces points donnés dans le poligone inscrit au cercle de l'imposte, ou naissance de la voûte; en quoi on peut s'aider l'imagination, par des morceaux de papier ou de carton découpés & appliqués à l'équerre sur le plan horisontal.

Seconde méthode de faire les voussoirs d'enfourchemens, par le moyen des panneaux de doële plate.

La perte de pierre est si considérable en suivant la méthode précédente, particuliérement pour le premier voussoir à branches, que j'ai cru devoir en proposer une autre, plus propre au ménagement auquel on est souvent forcé, & même plus précise; car au lieu de former un segment entier, on ne formera que le triangle sphérique dans lequel se trouve le voussoir d'enfourchement, par le moyen d'une doële plate. Soit (fig. 170.) le cercle APBD, le plan horisontal de la voûte sphérique, qui est proprement celui de son imposte, dans lequel on a inscrit un poligone à volonté, par exemple ici un triangle équilateral ABD; on menera par le centre C, les diagonales ACN, BC*s*, DCS prolongées indéfiniment, qui couperont le cercle APBD, aux points P*pp*, où seront les pôles des joints de lit de chaque secteur ACD, ACB, BCD. On divisera ensuite les arcs AP ou B*p* en autant de parties égales qu'on voudra avoir de rangs de voussoirs dans les segmens AB ou BD, que

Plan. 55. *Fig* 170.

retranchent les côtés A B ou B D du poligone inſcrit, plus une
Fig. 170. moitié de partie 5 *p*, pour le trompillon, comme ici en quatre parties & demie, aux points 2, 3, 4, 5, *p*, par leſquels on menera des paralleles à 2, 9; 3, 8; 4, 7; 5, 6, qui ſeront les projections des joints de lit des vouſſoirs compris dans la partie de la ſphere qui eſt hors du poligone. Pour avoir celles des vouſſoirs qui ſont au-dedans du poligone, il n'y a qu'à tirer des mêmes diviſions 2, 3, des paralleles à B A, comme 2 E, 3 d^{o}, juſqu'à la diagonale A C, ou bien lui tirer par le centre C une parallele C s^{c}, qui coupera le cercle en s^{c}, & diviſer l'arc s^{c} B en deux parties & demie, ou plus, ſi on le juge à propos, aux points 2, 3, ou en d'autres, ſi cet arc donne de plus grandes ou de plus petites diviſions, & par les points où ces lignes couperont les diagonales E r^{o}, d^{o} q^{d}, on menera des paralleles aux autres côtés du poligone, qui en formeront de ſemblables à A B D, leſquels ſeront les projections des joints de lit des vouſſoirs compris dans le poligone inſcrit.

Fig. 170 & 171. Préſentement pour former le *panneau de doële plate* du premier vouſſoir d'enfourchement à l'angle A, on menera par le point E, qui eſt la projection de ſon angle rentrant au lit de deſſus, la ligne H K, perpendiculaire à la diagonale A C, qui ſera terminée aux côtés A B en H, & A D en K; puis ſur A B, comme diametre, & du milieu *m*, pour centre, ayant décrit un arc indéfini A *h*, on élevera ſur A B la perpendiculaire H *h* qui coupera cet arc au point *h*, & l'on tirera la corde A *h* qui ſera un des côtés de la doële plate, qu'on décrira comme il ſuit. D'un point A pour centre, mis à part, comme à la fig. 171, & de l'intervalle de cette corde A *h* pour rayon, on décrira un arc de cercle dans lequel on inſcrira la ligne *k h* égale à K H du plan horiſontal (fig. 170.) & l'on tirera les lignes A *k*, A *h*; le triangle A *k h*, ſera la doële plate que l'on cherche, qui eſt ſuffiſante pour l'uſage qu'on en veut faire, car la véritable eſt un quadrilatere qu'on trouvera facilement ſi l'on veut. Des points *k* & *h* de la fig. 171, pour centre, & de l'intervalle H *h* de la fig. 170, pour rayon, on fera des arcs qui ſe couperont en *y*, d'où comme centre & du même rayon, on décrira un arc de cercle *k m h*; ſi du milieu *m* de cet arc on tire des lignes aux points *k* & *h*, le quadrilatere *k m h* A ſera la doële plate qui touche en quatre endroits une portion de ſphere, qui eſt la

doële du tronc de l'enfourchement des premiers rangs de voussoirs verticaux. *Fig.* 170 & 171.

Comme il convient à la bonne construction d'ajouter quelques commencemens de branches à ce tronc d'enfourchement, au lieu de tirer la ligne HK, de la fig. 170, par le point E, il faut la tirer un peu plus près du centre C, suivant que l'on veut faire ses branches longues ou courtes, par exemple en L, & alors faisant l'opération comme il a été dit ci-devant, au lieu du point F, on aura un point *l*, & au lieu du point *h* sur l'arc A*h*, on aura un point *u*, & une corde A*u* au lieu de A*h*, dont on fera le même usage. La doële plate étant tracée, comme à la fig. 171, il faut chercher le biveau de cette doële avec les plans verticaux où sont les arcs formés par les sections sur les diametres donnés AB & AD, afin de poser les cerches de l'arc A*h* dans leur situation à l'égard de cette doële plate. Des points *k* & *h* pour centres (fig. 171.) & de l'intervalle HA (fig. 170.) pour rayon, on fera des arcs vers *a* & a indéfinis, & du point A pour centre, & de l'intervalle *h* H, de la fig. 170, pour rayon, on décrira de part & d'autre des arcs qui couperont les précédens aux points *a* & a, l'on tirera les lignes *a*A, *ak* & a*h*, a A; ces trois triangles de suite seront le développement des surfaces d'une pyramide renversée, dont on cherchera les angles des plans par le probl. XII. du troisieme livre. Par un point D pris à volonté sur A*h* ou A*k*, il n'importe, on tirera à cette ligne une perpendiculaire *b*N qui coupera les côtés A*k* & Aa en *b* & en N, on portera AN sur A*a* en A*n*, & l'on tirera *nb*; puis du point *b* pour centre, ayant fait un arc *nx*, & du point D aussi pour centre, un autre N*x* qui coupera le précédent en *x*, l'angle *bx*D sera celui du biveau que l'on cherche, & *bxv* son supplément, dont on fera usage, comme il suit.

Application du trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement BCDE, [fig. 174] on y tracera le triangle de la doële plate A*kh*, de la fig. 171, ou si l'on veut le quadrilatere A*kmh*, puis ayant pris avec la fausse équerre l'angle *bxv*, de la fig. 171, & une cerche formée sur l'arc A*fih*, de la fig. 170, on fera une plumée ou rigole le long d'un côté AK, de la fig. 174, pour y appliquer cette cerche. Pour lui donner l'inclinaison de l'angle aigu qu'elle doit faire avec la doële plate, on posera la fausse équerre, ouverte comme nous *Fig.* 174.

l'avons dit, perpendiculairement au côté A K, & l'on appuiera la cerche contre la branche qui eſt en bas ; dans cette poſition,
Fig. 170, 171 & 174. on formera exactement la plumée, & l'on tracera de même l'arc A H. Au lieu de prendre l'angle du ſupplément *b x v*, (fig. 171.) on auroit pu prendre l'angle naturel *b x* D, mais alors on auroit été obligé de couper les branches du biveau à la longueur de la fleche *f l* de l'arc A H (fig. 170.), pour pouvoir l'appliquer dans la plumée comme on l'a repréſenté ſur la ligne A K de la fig. 174, ce qui eſt moins expéditif. On en fera autant ſur le côté A H, (fig. 174.) puis avec la cerche de l'arc *k m h*, (fig. 171.) poſée avec le biveau A F Z de la fig 170, on tracera un troiſieme arc K M H à la fig. 174, qui terminera le triangle ſphérique du tronc de l'enfourchement, ſuivant lequel on creuſera la doële ſphérique, dans laquelle on aura les quatre points A, K, M, H, repréſentés à la projection de la fig. 170 par les points A, K, E, H, & l'arc du milieu, qui eſt une portion du cercle majeur, dont la cerche ſe formera ſur le cercle A B D de la grandeur de l'arc qui conviendra, qui eſt au moins A F pour le tronc, & plus ſi on y ajoute des branches comme il convient, au moins un peu, pour former l'angle rentrant du lit de deſſus qui doit recevoir l'angle ſaillant du lit de deſſous du ſecond vouſſoir.

Il ne reſte plus qu'à retrancher de ce triangle ſphérique un autre petit triangle qui excede la direction du joint en lit qui doit faire le couſſinet du rang de vouſſoirs élevés ſur le diametre A B, lequel triangle étant exprimé à la projection par le rectiligne E I H, il faut chercher la valeur d'un de ces trois côtés ſur les profils, qui eſt celle de I H, laquelle eſt donnée ſur l'arc A *h* en *i h*; on la portera à la fig. 174, ſur l'arc tracé H A en H *i*, puis ayant poſé une regle pliante ſur les points *i* & M, on tracera dans la ſurface concave de la doële l'arc *i* M, qui donnera l'arête du lit de deſſus du tronc de l'enfourchement, ſur lequel s'établit le premier vouſſoir ſimple du rang vertical ſur le côté A B du poligone A B D, dont on formera la coupe avec le biveau A *i d*, de la fig. 170.

Nous ſuppoſons ici que le point M ſoit celui du ſommet de l'angle d'enfourchement du lit de deſſus, de ſorte que ce premier vouſſoir n'eſt que le tronc d'où partent les branches que forment les deux rangs de vouſſoirs qui en ſortent, dirigés l'un ſur A B l'autre ſur A D ; il eſt aiſé de voir que ſi ce même vouſſoir formoit déja un commencement de ſes branches, il feroit

aiſé de retrancher la partie de l'angle rentrant qui ſeroit à leur origine, en traînant la longueur de la corde Ag, (fig. 170.) ſur l'arc A H, de la fig. 174, & ſur l'autre arc A K, perpendiculairement à ces arcs; l'interſection de la trace de ces cordes donnera dans la doële ſphérique creuſée l'angle de la naiſſance du ſecond vouſſoir d'enfourchement, qu'on abattra ſuivant le biveau formé ſur l'angle de coupe A P S, dans le milieu de l'angle d'enfourchement, & les branches ſuivant les biveaux de lit & de doële du rang A B 2 G (fig. 170.) comme s'il s'agiſſoit d'une voûte ſimple à rangs de vouſſoirs verticaux; cet angle rentrant convient pour y placer l'angle ſaillant du vouſſoir d'enfourchement qui doit être poſé au-deſſus, parce qu'il en aſſujettit la pointe ſur la diagonale du premier. Ce ſecond vouſſoir doit auſſi avoir des branches & ſe formera tout comme le premier, prenant ſa naiſſance inférieure au point F du profil, qui eſt repréſenté en projection par le point E, (fig. 170.) & la corde F Q^2 pour la diagonale, ſi le vouſſoir étoit ſans branches commencées, ou F c^h, ſi on vouloit que ſes branches euſſent pour longueur la moitié du rang E M. Pour avoir la valeur de l'arc dont la projection eſt E M, on fera un profil ſur le diametre G 2, comme on l'avoit fait pour le premier vouſſoir ſur A B, en retranchant de ce ſecond profil la hauteur I i du premier; ce qui eſt facile après les exemples que nous avons donnés de pareils profils, à la conſtruction précédente des voûtes ſphériques par la méthode des ſegmens de ſphere, aux figures 164, 165, 167 & 168.

Explication démonſtrative.

Pour former le premier vouſſoir d'enfourchement, qui eſt le concours des deux rangs élevés ſur les côtés A B & A D du poligone inſcrit (fig. 170.) nous avons commencé par ſuppoſer un triangle appliqué à la ſurface concave de la ſphere, qu'il touche en trois points, dont les projections ſur le plan horiſontal ſont A, H & K; les côtés de ce triangle ſont les cordes de trois arcs trouvés par les profils, comme nous avons fait à la méthode précédente, ſavoir, a h (fig. 171.), valeur de la projection A H & de ſon égale A K, par la conſtruction, & parce que la corde H K eſt horiſontale, la valeur en eſt toute trouvée, c'eſt pourquoi nous l'avons inſcrit dans l'arc $k h$ (fig. 171.) où il eſt clair que le triangle A k h eſt la valeur de la projection A K H, de la fig. 170. *Fig.* 170 & 171.

Cette ſurface étant ſuppoſée appliquée dans la ſphere entre
Fig. 171. les plans verticaux des joints de la voûte exprimés par les lignes A B & A D, qui en ſont les projections, eſt un côté de pyramide triangulaire renverſée, dont la pointe eſt à la naiſſance de la voûte en A, & la baſe dans un plan horiſontal imaginaire paſſant par le point F, qui exprime en profil la corde dont la projection horiſontale eſt H K; de ſorte que la hauteur de cette pyramide renverſée eſt une verticale élevée ſur le point A, qui eſt égale à la ligne H *h*, plus à l'excès de la hauteur E F ſur H *h*. Ainſi nous avons les quatre triangles qui comprennent cette pyramide; ſavoir, 1°. (fig 171.) A *k h*, qui couvre la partie de la ſurface concave de la ſphere où eſt la doële du vouſſoir; 2°. deux triangles qui ſont les ſections des plans verticaux coupant la ſphere par les lignes A B & A D; & 3°. le triangle horiſontal A H K, qui la coupe par les points K & H, un peu au-deſſous de la hauteur F. Ainſi (par le problême 12 du 3e livre) nous avons pu chercher les angles d'interſection de ſes ſurfaces entre elles, qui ſont les vrais biveaux de la doële plate avec les plans verticaux, où ſont les arcs montans des joints de lit, tournans de A en B & en D; mais comme ces plans ne continuent pas au-delà de ces arcs dans la coupe, qui doit faire un angle obtus mixte avec la doële concave, ces biveaux ne ſervent qu'à trouver la poſition de cerches de ces arcs, leſquels étant tracés en angle rentrant, deviennent enſuite une arête ſaillante de lit & de doële, dont le biveau eſt celui de l'angle mixte fait par un arc de cercle majeur avec ſon rayon prolongé.

Il eſt viſible que cette diſpoſition de trait eſt plus générale que celle des *écuelles* ou ſegmens de ſphere, puiſqu'elle ne convient pas ſeulement aux voûtes exactement ſphériques, mais auſſi aux culs-de-four ſurhauſſés ou ſurbaiſſés. En effet, ſi l'on ſubſtituoit des arcs elliptiques aux circulaires élevés ſur A B, ou A D, il ne ſurviendroit aucun changement à la maniere de trouver les biveaux de doële plate avec les plans de ces arcs; or ces arcs étant tracés ſur la doële, le reſte de la conſtruction ſuit le train ordinaire des coupes convenables aux joints & aux lits des ſphéroïdes.

Troiſieme

Troiſieme méthode de faire les vouſſoirs d'enfourchement par panneaux flexibles, *ſuivant le ſyſtême de la réduction de la ſphere en cônes tronqués.*

Quoique la maniere dont Philibert Delorme & ſes ſectateurs, Jouſſe, Deran, & Dechalles, ont tracé les panneaux des enfourchemens des voûtes ſphériques fermées en poligone, ſoit très-fautive, comme l'a fort bien remarqué M. de la Rue, il ne s'enſuit pas, ainſi qu'il le croit, qu'on ne puiſſe en faire de plus juſtes ſuivant le même ſyſtême de la réduction de la ſphere en cônes tronqués, en faiſant quelques changemens à leur conſtruction. Nous avons déja prouvé que ce ſyſtême n'eſt point fautif dans ſon principe, mais ſeulement qu'il ne pouvoit conduire l'opération à l'entiere perfection de la formation d'une ſurface ſphérique, en ce qu'il étoit borné à celle d'une conique inſcrite dans la ſphere; la même vérité ſubſiſte ſoit que les vouſſoirs ayent des branches, comme ceux des enfourchemens, ou qu'ils n'en ayent point: ſoit qu'ils ſoient triangulaires, ou qu'ils ayent leurs côtés paralleles; ainſi nous l'avons purgée du reproche de *l'erreur* intrinſeque. A l'égard de celui de l'incommodité de l'exécution, en ce que *l'éloignement des centres des arcs à décrire peut cauſer de l'embarras pour la place*, comme le remarque l'auteur cité, nous y avons pourvu au problême VIII du troiſieme livre.

La projection horiſontale des joints de lit étant faite, comme il a été dit aux deux exemples précédens du quarré inſcrit (fig. 164.), ou d'un triangle équilatéral (fig. 170.), on prolongera les cordes des arcs G A, & *g* A, juſqu'à ce qu'elles rencontrent les diagonales D C, en S, & B C, en *s*, où ſeront les ſommets des cônes A S N, A *s* N, dont les rangs de vouſſoirs verticaux G A B 2 & *g* A D 9, ſont des parties tronquées, leſquels deux cônes égaux ſe pénetrent ſuivant une ſection dont A N eſt la projection horiſontale; par conſéquent pour avoir le développement de ces cônes tronqués, on décrira du centre S, & des intervalles S G & S A, pour rayons, la portion de couronne de cercle indéfinie A G W *æ* & du centre *s*, & des intervalles *s g*, *s* A, pour rayon, une autre portion de couronne égale A T *t g*, qui croiſera la précédente de *x* en X; la figure *x æ* W X *t* T *x*, eſt celle que les auteurs cités prenoient pour *Fig.* 170.

panneau de leur doële très-mal à propos, comme on va le démontrer.

Erreurs de l'ancien trait.

Premierement on ne peut faire ce panneau d'une ſeule piece, il faut néceſſairement qu'il ſoit de deux, parce que l'enfourchement eſt un compoſé de deux ſurfaces coniques qui ſe rencontrent dans un angle rentrant. *Secondement*, le contour de la ligne du milieu n'eſt pas une ligne droite, comme dans l'ancien trait l'eſt *x*X, mais une ligne courbe qu'il faut tracer comme il ſuit. *Troiſiemement*, la ligne X*x*, diagonale du panneau, eſt trop courte, ainſi il faut réformer & rejetter l'ancien trait.

Correction & réforme de ce trait.

Fig. 170. Ayant abaiſſé du point E, ſommet de l'angle de la projection du lit de deſſus du premier vouſſoir de l'enfourchement, une perpendiculaire E*e*, ſur la ligne G2, on décrira du point M, pour centre, & de la longueur MG, pour rayon, un arc G*e* qui coupera E*e* au point *e*. On diviſera cet arc G*e*, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe, comme ici en quatre aux points 1, 2, 3, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur GE, qu'elles couperont aux points *b*, *b*, *b*, par leſquels on tirera des lignes dirigées au point S, qui couperont la ligne AE, aux points 21, 22, 23, par leſquels on menera des paralleles à GE, qui couperont la corde AG aux points *u u*. On portera enſuite les intervalles de chacune des diviſions de l'arc G*e*, ſur l'arc de développement GW, aux points 1, 2, 3, e^d, par leſquels on tirera des lignes dirigées au point S, comme 1, 11; 2, 12; 3, 13, indéfinies; puis, du point S pour centre, & des intervalles S*u*, S*u* pour rayons, on décrira des arcs de cercles qui couperont les droites ci-devant aux points 11, 12, 13, par leſquels on tracera à la main, une courbe A 11, 12, 13, e^d, qui eſt une portion d'ellipſe développée ſur le cône, laquelle eſt le développement de celle du milieu de l'enfourchement, de ſorte que le triangle mixte diſtingué par une hachure A e^d 1^d eſt le panneau de la moitié du premier vouſſoir, laquelle moitié eſt repréſentée au plan horiſontal par le triangle rectiligne AEI. L'autre moitié du panneau étant en tout égale à celle-ci, le même demi-panneau retourné en ſens contraire, ſervira à tracer le reſte de la ſurface

du premier voussoir d'enfourchement, ce qui demande une préparation sur la pierre & des attentions particulieres pour l'y appliquer; mais il faut auparavant connoître & tracer la courbe qui se forme à l'angle rentrant des deux surfaces coniques pour en former une cerche. *Fig.* 170.

Ayant prolongé les lignes SB & AC (fig. 170.) jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en N, & divisé en deux également AN en *n*, on tirera par ce point *n* la ligne 14, 15, parallele à AB, qui coupera les lignes SA, SB prolongées aux points 14, 15, puis ayant tiré à cette ligne une perpendiculaire *n* 16, du point Q*l*, milieu de 14, 15, pour centre, & de cette moitié, pour rayon, on décrira un arc 15, 16, qui coupera *n* 16, au point 16; la ligne *n* 16 sera le demi-petit axe conjugué au grand AN par le moyen desquels on décrira à part (fig. 175.) la demi-ellipse A 2^b N. Ensuite ayant porté le demi-diametre AC, de la fig. 170, de a en C, à la fig. 175, on décrira le demi-cercle A*ep* qui coupera la demi-ellipse A 2^b N au point *e*; l'arc elliptique A*y e* est celui sur lequel on doit former le contour de la cerche du milieu de l'enfourchement, qui est un angle rentrant formé par la rencontre de deux portions de surfaces coniques; c'est pourquoi la cerche doit être délardée en chanfrein sur l'épaisseur de la planche dont elle est faite. Il faut encore tracer par la même maniere une demi-ellipse *gs* O (fig. 175.), dont le grand axe se trouvera en menant par *g*, une ligne *g*O, parallele à AN (fig. 170.), & le petit sera la moyenne proportionnelle entre 4 3 *d* & *d* 3 de la ligne menée par le milieu *d* parallelement à AB, observant de poser le point *g* à distance de A de la longueur de la fleche de la corde G*g* de la fig. 170, qui est si petite ici qu'on n'a pu la marquer correctement, & par le point *e* de l'éllipse AN on tirera une ligne au point *c* qui coupera l'ellipse sur *g*O en un point *x* dont on fera usage comme on va le dire.

Application du trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement GI*ig* (fig. 172) de la largeur au moins de la corde G*g*, de la fig. 170, & de la longueur au moins de la corde AF, on portera sur la ligne du milieu A*e* la longueur de la corde A*h*, puis aux deux côtés de cette ligne, on en tirera deux autres paralleles GI, *ig*, à distance égale de la demi-corde G*g* de la fig. 170. On prendra ensuite la longueur de

la fleche de la corde G*g* pour la profondeur d'un enfoncement de repaire qu'on fera ſur le trait du milieu en A, & la diſtance *ex* pour un pareil repaire qu'on fera en *e*, puis on creuſera une plumée le long de cette ligne du milieu avec la cerche formée ſur l'arc elliptique A*e*, de la fig. 175, poſée ſur les deux repaires & perpendiculaire au parement dreſſé. On en creuſera deux autres ſur les lignes GI, *ig* avec la cerche formée ſur l'arc elliptique *gx*, tenue auſſi perpendiculairement au même parement, & on formera à la regle appuyée ſur deux plumées une ſurface conique, comme il a été dit au commencement de ce livre, de chaque côté du milieu, laquelle fera avec la conique de l'autre côté un angle rentrant.

Ces deux ſurfaces coniques étant faites, on y appliquera le panneau flexible de carton, ou autre choſe, découpé ſur le triangle mixte A e^d 1^d (fig. 170.) pour en tracer le contour d'un côté & d'autre du milieu, en le retournant de droite à gauche, comme on le voit à la fig. 172, à chaque moitié. Il ne reſte plus, pour achever la doële, que de la recreuſer un peu ſur les milieux de chaque portion conique, pour effacer l'angle rentrant du milieu A*e*, en y appliquant une cerche de l'arc GA*g* (fig. 170.) d'un cercle majeur ABD, que l'on fera mouvoir ſur les arcs tracés A 1^d, AI, comme nous l'avons dit pour la formation des ſurfaces ſphériques. Enſuite de quoi on formera les lits & les coupes avec les mêmes biveaux qu'aux deux méthodes précédentes.

Quoique je propoſe ici une application du trait ſur la pierre dans l'exactitude géométrique ce n'eſt que pour en montrer la poſſibilité & même la facilité, car on peut ſe relâcher de cette grande préciſion dans la pratique ſans qu'il en puiſſe réſulter aucune erreur ſenſible dans les voûtes où il y a pluſieurs rangs de vouſſoirs entre les angles du poligone & leurs pôles. Alors on peut s'épargner la peine de tracer les arcs elliptiques AN & *g*O de la fig. 175, en leur ſubſtituant ſans façon un arc de cercle majeur formant une zone de ſphere, ou un triangle ſphérique indéfini, où l'on appliquera le panneau flexible de part & d'autre d'un arc de cercle majeur tracé au milieu du vouſſoir, parce l'arc circulaire A*zx* eſt ſi peu enfoncé au-deſſous de l'elliptique A*ye*, que la différence eſt preſque imperceptible, & que la largeur du demi-panneau, pliée dans la ſurface ſphérique, ne peut donner une différence de largeur qu'on puiſſe appercevoir, étant comparée à ce qu'elle étoit ſur la ſurface conique dans la partie

étroite vers A (fig. 170.) ; elle pourroit ſeulement en donner à l'endroit où le panneau a toute ſa largeur, comme en E I, mais quelle différence de longueur y a-t-il entre la corde A G dans cet exemple & ſon arc, qui n'eſt que d'environ 13 degrés ? Elle eſt ſi petite qu'on peut la négliger. Il n'en étoit pas de même dans l'ancien trait, où le panneau avoit le double de cette largeur en R*r*, fig. 170. Ainſi pour faciliter cette conſtruction ſans inconvénient, on peut tout d'un coup former une ſurface ſphérique, & y appliquer les panneaux de développement, En effet après avoir formé à la rigueur les deux portions de ſurfaces coniques, on trouvera que pour y faire paſſer une ſurface ſphérique, il n'y aura preſque pas de ragrément à faire qui en vaille la peine, pour peu que la voûte ſoit grande ; & ce ragrément ſera d'autant moindre que la largeur du vouſſoir ſera petite à l'égard de la circonférence du cercle majeur de la ſphere ; ordinairement, dans les voûtes qui auront plus de 15 à 20 pieds de diametre, il ſe réduira preſque à rien.

Nous ne dirons rien des branches des vouſſoirs qui excedent la longueur de la partie commune A E, qu'on peut appeller le tronc, on peut les alonger autant qu'on le jugera à propos, ſuivant la grandeur de la pierre avec laquelle on fait le vouſſoir d'enfourchement, cette partie de branche qui excede le tronc ne différant en rien des vouſſoirs des parties de voûtes dont les rangs ſont verticaux, deſquelles nous avons parlé ci-devant. Le joint de doële & de lit du panneau doit toujours être tiré au ſommet S, comme W *æ*, *lh*ᵈ, &c. (fig. 170.) La doële creuſe étant formée en portion de ſphere, & les joints montans tracés, on abattra la pierre avec les biveaux de doële & de lit, comme il a été dit pour toutes ſortes de voûtes ſphériques, ſoit que les joints de lit ſoient en ſituation verticale ou horiſontale. La ſeule attention que l'on doit avoir, c'eſt de tenir toujours le biveau perpendiculairement à l'arête du joint, tant ſur la doële que ſur le lit.

Application de ce trait aux voûtes ſphéroïdes ſurhauſſées ou ſurbaiſſées.

Nous avons montré ci-devant que le ſyſtême de l'inſcription des cônes tronqués dans la ſphere pouvoit auſſi bien convenir aux culs-de-four ſurhauſſés ou ſurbaiſſés qu'aux ſphériques à ſimples rangs de vouſſoirs, pourvu qu'ils ne ſoient pas ſur un plan ovale, c'eſt-à-dire, que ce ne ſoit pas un conoïde de baſe elliptique.

Il ſera aiſé de faire voir auſſi que ſi les rangs de vouſſoirs ſont variés dans leurs directions, les panneaux d'enfourchement peuvent être faits par la même méthode que nous venons d'expliquer, ſi au lieu des arcs de cercles verticaux A F, A *h*, G *e*, qui ont ſervi à faire les profils des hauteurs des points E & H de la projection, on leur ſubſtitue des arcs elliptiques ſurhauſſés, ſi le cul-de-four excede le plein ceintre, ou ſurbaiſſés, s'il eſt plus bas; parce que nous avons donné au ſecond livre la maniere de trouver les ellipſes de toutes les ſections d'un ſphéroïde. Nous en parlerons encore ci-après au chapitre ſuivant, en examinant les voûtes ſphéroïdes. Il eſt cependant vrai qu'en ce cas, les cônes tronqués n'étant pas droits ſur une baſe circulaire, mais ſur une baſe elliptique, leurs développemens ne ſeront plus des couronnes de cercles, mais des zones compriſes par deux courbes ondées, telles que ſont celles des développemens des ellipſes perpendiculaires à l'axe d'un cône ſcalene, dont nous avons parlé au 3ᵉ livre, page 382, ainſi la conſtruction devient beaucoup plus compoſée. C'eſt pourquoi, ſi l'on a de pareilles voûtes à faire, je conſeille plutôt la méthode précédente de l'uſage des doëles plates que celle-ci, parce qu'elle ſera moins compoſée, plus expéditive & plus ſûre; mais de telles ſortes de voûtes tombent rarement dans la pratique, un architecte qui formeroit de pareils deſſeins ſe tailleroit inutilement de la beſogne difficile.

Fig. 170.

Explication démonſtrative.

La premiere partie de la conſtruction, qui concerne la formation des cônes tronqués & de leur développement, a déja été expliquée ci-devant, lorſqu'on a parlé de la formation du trait des voûtes ſphériques par le moyen de ce ſyſtême. Il s'agit ici d'expliquer ce qu'il y a de particulier à cette eſpece de voûte, dans la variation de ſes joints. Il eſt viſible que les rangs de vouſſoirs étant tournés différemment autant de fois que le poligone inſcrit a de côtés, il ſe forme auſſi autant de cônes tronqués qui ſe pénetrent ſuivant les diagonales A C, B C, D C, qu'il y a de rangs de vouſſoirs enfermés dans le poligone A B C; ainſi en les ſuppoſant prolongés, on peut conſidérer autant de cônes égaux qui ſe pénetrent, dont les axes ſe croiſent au point C. Or nous avons démontré au théorême 27 du premier livre, qu'en pareil cas les courbes faites par leur pé-

Fig. 170.

nétration étoient planes, & qu'elles ſuivoient la nature de la poſition de la diagonale A C N, conſidérée comme un plan qui coupe ces cônes perpendiculairement à leurs triangles par l'axe, A S N, A *s* N. Ici cette diagonale A N coupe les deux côtés du cône S A & S N, par conſéquent elle forme une ellipſe & non pas un cercle, comme l'a cru M. *de la Rue*, avec les auteurs qu'il critique, dont il n'a connu qu'une partie de l'erreur; car ce cas de ſection circulaire ne peut arriver dans aucun poligone inſcrit, mais ſeulement ſur une ſeule diagonale, lorſque les axes des cônes ſe confondent, comme il a été démontré au théorême cité du premier livre. Dans les poligones au-deſſus du quarré, cette courbe eſt une hyperbole, ou bien une parabole, ce qui ne pourroit arriver que par un grand haſard.

Quelle que ſoit cette courbe formée à l'angle rentrant par la pénétration des deux cônes, il eſt clair que ſon développement ſur une ſurface conique étendue ſur une plane, ne peut être une ligne droite, mais courbe dont la convexité eſt tournée vers la baſe, par conſéquent deux de ſes arcs tournés du côté de leur convexité ne peuvent ſe réunir dans un plan; donc cette courbe développée ne peut être commune aux deux ſurfaces coniques oppoſées qui forment la doële de l'enfourchement. Donc il eſt impoſſible de faire un panneau d'une ſeule piece qui puiſſe s'y appliquer, ſi flexible qu'en ſoit le carton, c'eſt pourquoi nous n'en faiſons qu'une moitié. Sans nous embarraſſer de connoître cette courbe, nous la décrivons par notre conſtruction en faiſant le développement du triangle rectiligne G A E, qui repréſente la partie du cône tronqué A B 2 G reſtant de la pénétration du cône tronqué A *g* 9 D, hors de la diagonale A E; car ſi on releve la portion de cercle G *e* E, ſur ſon côté G E, perpendiculairement au plan horiſontal A B D, on connoîtra que c'eſt une partie de la baſe du cône tronqué G 2 B A, laquelle ayant été diviſée à volonté en pluſieurs parties égales 1, 2, 3, ſi l'on ſuppoſe des plans verticaux paſſans par ces diviſions & par le ſommet du cône S, on aura ſur le plan horiſontal leurs projections en *b* 21, *b* 22, *b* 23, qui donneront ſur la diagonale A E des diviſions 21, 22, 23, correſpondantes à celles de la portion de baſe A *e*, aux points 1, 2, 3, *Fig*. 170.

Préſentement ſi l'on tire des paralleles à la baſe G E, par les points 21, 22, 23, elles couperont la corde G A, aux points *u*, *u*, par où, & du point S pour centre, ayant fait des arcs de

cercles concentriques au développement G W de l'arc de cercle dont G 2 est la projection, chacun de ces arcs sera le développement des lignes droites u 21, u 22, u 23. Or puisque nous avons déja fait l'arc G e^a, sensiblement égal à l'arc G e, par une opération méchanique, (la géométrie n'en fournissant pas d'autre), & que de ses divisions aussi égales, nous avons tiré des lignes droites au sommet S du cône, il est visible que ces arcs de développement sont divisés proportionnellement à ceux de la projection AE, par conséquent que les points 11, 12, 13, répondroient exactement sur 21, 22, 23 de la projection, si le développement G e^a A étoit replié sur la portion de cône G A E, qui est hors de la section A E; par conséquent la courbe A 12 e^d, est le vrai développement de la diagonale AE de l'intersection des deux cônes tronqués, & le triangle mixte A e^d i^d sera le vrai panneau de la moitié du tronc de l'enfourchement qui est le développement de la surface conique triangulaire marquée au plan horisontal A E I; *ce qu'il falloit faire*. Ce panneau étant supposé bon, il est clair que l'application en a été bien faite sur la pierre, car nous avons pris l'angle rentrant que font les cordes A G & A g, qui sont à la surface des deux cônes tronqués qui se pénetrent au-dessus du point E, où elles font un angle un peu plus aigu que n'est l'angle g A G; ainsi nous avons donné à chaque moitié du tronc de l'enfourchement l'inclinaison qu'elle doit avoir à l'égard de l'autre avec laquelle elle
Fig. 175. fait un angle rentrant, suivant la courbe A y e, de la fig. 175, comme nous l'avons dit.

Après avoir démontré la justesse de notre trait, il est à propos de faire voir en quoi peche celui des anciens auteurs de la coupe des pierres, pour montrer la fausseté du raisonnement du Pere *Dechalles* qui l'avoit adopté, & suppléer à la remarque de M. *de la Rue*, qui a bien indiqué la faute de leur trait, mais non pas d'où elle venoit, ni en quoi elle consistoit; car la *preuve* méchanique qu'il a voulu donner par le moyen des pieces mobiles de papier découpé, n'est que l'exposition d'un seul cas, qui ne conclut pas pour les autres, & qui n'éclaire point l'esprit.

Démonstration de l'erreur de l'ancien trait des panneaux d'enfourchement des voûtes sphériques.

On peut démontrer cette erreur par plusieurs raisons. 1°. Parce que le panneau qui est la partie commune de deux couronnes de

de cercles qui ſont le développement de deux cônes tronqués qui ſe croiſent en changeant de place, change auſſi de grandeur relative de l'enveloppement, ou développement. 2°. Parce qu'on ne peut faire ce panneau d'enfourchement de doële d'une ſeule piece. 3°. Parce que la ligne du milieu de ce panneau ne peut être une ligne droite. 4°. Parce que ſuppoſant qu'elle pût l'être, elle ſeroit trop courte pour ſe plier ſur l'arc de cercle de la ſphere, auquel elle doit s'appliquer d'un bout à l'autre.

La premiere ſource de l'erreur de *Philibert Delorme*, inventeur des panneaux de développement des doëles ſphériques en ſurfaces applicables aux cônes tronqués, vient apparemment de ce qu'il a cru que puiſque la couronne de cercle G W æ A étoit le développement du rang de vouſſoirs G 2 B A, & que l'autre portion de couronne *g t* T A étoit celui du rang *g* 9 D A, la partie X R *x r*, commune à ces deux couronnes, devoit être le panneau de l'enfourchement exprimé dans la projection horiſontale par le rhombe A Q E *q*, qui eſt auſſi commun aux deux cônes G B & *g* D, qui ſe croiſent. *Mathurin Jouſſe*, le Pere *Deran*, &, ce qui eſt encore plus ſurprenant, le pere *Dechalles*, qui étoit mathématicien, ont donné dans la fauſſe lueur de ce raiſonnement, ſans s'appercevoir qu'il ne pouvoit conclure que pour un développement dont les parties demeuroient entre elles à même diſtance où elles étoient ſur la ſurface du corps enveloppé. Or, il eſt clair que les deux couronnes de cercles, qui ſont des développemens des deux cônes tronqués G B, *g* D inſcrits dans la ſphere, n'ont pu être tranſportées ſur une ſurface plane, leurs côtés A G, A *g* reſtant immobiles, ſans que leur partie commune change de place & de grandeur; donc elle ne peut repréſenter celle qui eſt commune aux deux cônes qui ſe croiſent dans la ſphere. *Fig.* 170.

Pour prouver cette mineure, il ſuffiroit de montrer la figure 170, où l'on voit que les deux arcs A *b x*, A *d x*, qui ſont les développemens des arcs A B, A D, s'écartent du point A avant que de ſe réunir au point *x*, d'où il ſuit que ce point *x* ne doit plus repréſenter le point A, affecté à la naiſſance horiſontale des arcs de développement, ni la ligne X *x* la courbe d'interſection des cônes en angle rentrant exprimée à la projection par A E. Pour prouver ces dernieres conſéquences, j'établis le lemme ſuivant.

LEMME.

Si l'on fait mouvoir deux couronnes de cercles égales qui se croisent autour de leurs rayons ou diametres, comme sur des axes de révolution, je dis : 1°. Que plus les axes de révolution seront inclinés entre eux, plus l'interſection sera eloignée de la ligne qui passe par les deux centres des couronnes. 2°. Que plus l'interſection sera éloignée de cette ligne, plus la diagonale qui lui est perpendiculaire sera courte, & au contraire plus la diagonale de la partie commune des deux couronnes, perpendiculaire à la précédente, sera longue.

Fig. 173. Soient (fig. 173.) deux portions de couronnes de cercles égales, H*g*AI, AFK*d*, dont les rayons C*g*, T*d* sont en ligne droite. Soient aussi deux autres couronnes de cercles égales aux précédentes, H*g*AI, GAW*u*A, dont les axes C*g*, C^2 G se croisent en A; on tirera par l'interſection X, la ligne X*o*, perpendiculaire à la ligne Cc^2, passant par les centres C, *c*; je dis que X*o* est plus grand que *e*A, & *x*X plus petit que *e*A. La premiere partie est claire, car les lignes CX, & C*e* sont égales, comme rayons du même cercle, & C*o* est plus petit que CA, opposée à l'angle droit C*o*A. Or dans les triangles rectangles C*o*X, CA*e*, la somme des quarrés de C*o*+*o*X, est égale à celle des quarrés de CA+A*e*; donc en retranchant le quarré de C*o*, plus petit que celui de CA, il restera X*o* plus grand que *e*A. Secondement, supposant les couronnes & la ligne X*o* prolongées, il est clair que *o*X=*o*z, & *ox*=*o*A, par conséquent X*x*=A*z*; par la même raison A*e*=AE. Or par la 31e du 3e livre d'*Euclide*, ou par la 15e du même, AE=A*e*, est plus grand que A*z*; donc A*e* est plus grand que X*x*; *ce qu'il falloit démontrer.*

Par la même raison, si l'on suppose une autre portion de couronne HIA*gy*Y dont le centre est au point 4, qui coupe la précédente H*g*AI; on démontrera que la diagonale YI est plus petite que X*x*; car puisque A*y*=YI, & X*y*=A*z*, & que la ligne A*y* s'approche plus de la ligne C*g*, qui passe par le centre du cercle, A*z* sera plus grande que A*y*=IY; donc X*x*=A*z* est plus grande que IY; *ce qu'il falloit secondement démontrer.* Nous n'avons pas besoin de démontrer que l'autre diagonale devient plus grande, pour le sujet dont il s'agit, on peut le voir dans la figure; il nous suffit de conclure que si les axes deviennent paralleles, comme C*g*, c^3 N, alors la dia-

gonale de la partie commune aux deux couronnes, qui passe par leurs centres, est la plus petite qu'il se puisse, parce qu'alors elle est égale à la différence du grand & du petit rayon de chaque couronne; & que si les axes concourent en ligne droite, elle est plus grande, étant égale au sinus droit de l'arc *eg*, dont cette différence est le sinus verse, & qu'elle s'étend depuis le diametre à la circonférence extérieure, au lieu que les autres diagonales n'arrivent point au diametre.

Corollaire I.

D'où il suit que plus l'angle que font les côtés des cônes S A *s* (fig. 170.) deviendra aigu, plus la diagonale S *s* s'éloignera du point A & de son équidistant *x*, par conséquent plus l'intervalle *x* X se raccourcira; c'est-à-dire que l'erreur du premier panneau d'enfourchement sera plus grande. Or comme cet angle S A *s* est égal à son opposé au sommet G A *g*, que font entre elles les cordes inscrites G A, & *g* A dans les rangs de voussoirs verticaux qui se croisent; il suit que plus les rangs seront larges, les angles qu'elles feront entre elles en A étant plus aigus, plus aussi il y aura d'erreur; par un raisonnement contraire, plus ils seront étroits, moins il y en aura; de sorte que s'ils étoient infiniment étroits, la diagonale se confondroit avec la tangente au point A, & alors l'erreur s'évanouiroit avec le paralogisme du P. *Dechalles*, & toute la construction du trait. *Fig.* 170.

Corollaire II.

Non-seulement les différentes largeurs des rangs de voussoirs changent les angles des arcs des couronnes, mais encore le nombre des côtés du poligone inscrit dans le cercle, rapprochant ou éloignant la diagonale S *s* du point A, change aussi la grandeur de la partie commune aux deux couronnes de cercles, parce qu'elle raccourcit ou alonge les rayons G S, *g s*; d'où il suit que plus le nombre de ces côtés est grand, plus ces rayons sont courts, parce que l'angle A C S, qui est la moitié de celui du poligone, devient plus aigu, & par conséquent la largeur des couronnes a un plus grand rapport à son rayon. La corde A *g*, c'est-à-dire la largeur du rang de voussoirs, reste égale, parce

qu'elle fait toujours le même angle avec le rayon AC du poli-
Fig. 170. gone, de quelque nombre de côtés qu'il ſoit.

La *ſeconde raiſon* qui condamne l'ancien trait, eſt qu'on ne peut faire ce panneau de doële d'enfourchement d'une ſeule piece, parce que les cônes tronqués GB, *g*D, qui ſe croiſent en AE, font un angle rentrant ſolide curviligne, qu'on peut conſidérer comme une ſuite de ceux que feroient des pyramides d'une infinité de côtés. Or nous avons démontré au 3e livre, qu'on ne peut faire le développement d'un angle ſolide d'une ſeule piece qui n'eſt pas diviſée par quelque angle rentrant pénétrant juſqu'au ſommet de l'angle ſolide; parce que (par la 21e prop. du 11e livre d'*Euclide*) les angles qui compoſent un angle ſolide ſont moindres que quatre droits; donc il eſt impoſſible de faire d'une ſeule piece un panneau de ſurface ſur une matiere ſi flexible qu'on voudra, qui puiſſe ſe plier & s'adapter parfaitement à l'angle rentrant de deux cônes qui ſe croiſent, ſans être plié en double, mais ſeulement de deux moitiés égales, comme nous le faiſons dans notre nouveau trait.

La *troiſieme raiſon* eſt que le développement de la ligne d'interſection de ces deux cônes ne peut pas être une ligne droite; car ſoit que cette ligne ſoit une ellipſe, comme nous l'avons démontré au premier livre, d'un cas pareil à celui-ci, ſoit qu'elle ſoit d'une autre ſection conique, il eſt clair (par ce que nous avons dit au 3e livre du développement des ſections coniques ſur la ſurface du cône) qu'elle ne peut être une ligne droite. Or une telle courbe ayant ſa concavité tournée du côté du ſommet S ou *s* du cône, elle aura ſa convexité tournée du côté de la baſe; donc les deux arcs oppoſés ne pourront ſe réunir en une ligne droite ni courbe, mais ſeulement ſe toucher en un point, d'où elles s'écartent l'une de l'autre; par conſéquent les deux panneaux de chaque moitié dont la projection eſt AQE, ou A*q*E, ne peuvent être aſſemblés en ſurface plane continue, & ſi la concavité eſt tournée vers la baſe, comme aux hyperboles, elles enfermeront un eſpace hors œuvre qu'il faut retrancher de la ſurface ſur laquelle on les aſſembleroit, & qui les diviſeroit encore en deux panneaux.

Enfin *la quatrieme raiſon*, (défaut dont M. *de la Rue* s'eſt apperçu (eſt que la ligne du milieu du panneau X *x* eſt trop courte pour être couchée ſur la ſphere depuis le point A au point F, auquel elle répond, comme on peut le voir en élevant au point

E de la rencontre de la projection des cônes tronqués, une perpendiculaire E F sur le rayon A C; la ligne X x devroit être égale à l'arc A F. Cette inégalité ne peut se démontrer que pour un cas particulier, & encore en supposant la rectification du cercle, parce qu'elle est variable. 1°. Suivant la largeur des voussoirs, qui donne un plus grand ou un plus petit rapport de l'arc A g à l'arc A F; 2°. suivant le nombre des côtés du poligone inscrit dans la sphere, qui donne une plus grande ou une plus petite diagonale A E; car si au lieu du triangle A B D on avoit inscrit un hexagone A P B p D p A, on auroit eu une diagonale B f beaucoup plus petite que A E, & l'arc B 17, auquel elle répond, auroit eu un moindre rapport à B f; & B 1, ou A g son égale, un plus grand rapport à cet arc; par conséquent l'erreur seroit moindre. Ainsi lorsque M. *de la Rue* détermine celle de la voûte de four *sur un quarré* d'environ un sixiéme, (ce qui ne s'accorde cependant pas avec la figure) il ne peut le dire que dans la supposition de l'exemple qu'il en donne, où le quart de cercle horisontal n'est divisé qu'en cinq voussoirs; car s'il l'avoit été en quinze ou en dix-neuf, comme il le seroit pour une voûte de 21 pieds de diametre, l'erreur deviendroit si peu sensible que l'appareilleur ne s'en appercevroit peut-être pas. *Fig* 170.

Il importe peu de connoître cette erreur précisément, puisqu'il faut rejetter ce trait; cependant comme il se peut trouver des gens curieux d'exactitude, je vais donner le moyen de la trouver avec précision. Soit l'arc A P B, ou A G D, divisé en 9 voussoirs, cet arc étant le tiers du cercle, sera de 120 degrés, par conséquent la 9e partie sera de 13 degrés 20′; ainsi ôtant 13^d 20′ de 180, il reste pour l'arc G D p, 166^d 40′, & pour l'angle G A C, 83^d 20′, ou pour son supplément à deux droits 96^d 40′, qui est l'angle C A S.

Présentement, 1°. dans le triangle C A S, on connoît l'angle A C S, de 60^d; l'angle C A S, de 96^d 40′; donc on connoîtra l'angle C S A, de 23^d 20′. On connoît de plus le rayon C A, que nous supposerons de 1000 parties; ainsi on trouvera par la trigonometrie le côté A S, de 2186. *Secondement*, dans le triangle A S O, rectangle en O, on connoît l'angle O A S, égal à son opposé au sommet G A C, de 83^d 20′, & son complément 6^d 40′, qui est l'angle A S O; ainsi on connoîtra le côté O S de 2171 parties, & O A, de 254. *Troisiemement*, il faut chercher la valeur de la corde A G, qui sera la base d'un

triangle isoscele G A C, où l'on connoît les deux angles à la
Fig. 170. base de 83^d 20', & l'angle A C G, de 13^d 20'. On connoît de plus ses côtés, qui sont le rayon A C = C G; ainsi l'on parviendra à connoître la corde A G, de 230 parties. *Quatriemement*, pour avoir le sinus X O, de l'arc X R *n*, on ajoutera 230 au côté S A 2186, ce qui donnera le rayon S G de cet arc de 2416, du quarré duquel ôtant le quarré du sinus du complément S O de 2171 parties, il reste pour le sinus O X, 1060, dont il faut rertancher O *x* = O A, de 254 parties, il restera pour la valeur de la ligne X *x*, 806; *qu'il falloit premiérement trouver. Cinquiemement*, pour comparer la longueur de cette ligne X *x* à l'arc A F auquel elle doit s'appliquer, il faut chercher la valeur de sa projection A E par le moyen du triangle A G E, où l'on connoît l'angle A E G de 30^d, l'angle G A E de 83^d 20', par conséquent le troisieme A G E de 66^d 40'. On connoît de plus le côté A G de 230 parties : donc on parviendra à connoître A E de 422, qu'il faut ôter du rayon A C 1000, reste 578, pour le sinus du complément de l'arc cherché, dont on trouvera le nombre des degrés par cette analogie; comme 1000 est au sinus total, ainsi 578 est au sinus de 35^d 19', dont le complément est 54^d 41'.

Présentement, il ne reste plus qu'à rectifier cet arc d'environ 55 degrés pour en connoître la longueur & la comparer à la ligne trouvée X *x*, par l'analogie ordinaire; comme 100 est à 314, ainsi 2000 est à 6280, & ensuite comme 360, 6280 : : 54^d 40', 952. Or nous avons trouvé X *x* de 806 parties, ainsi cette ligne est à l'égard de l'arc sur lequel elle doit se plier, comme 806 est à 852, ou ce qui est la même chose, comme 403 à 476, approchant comme 7 est à 8 $\frac{1}{4}$. Par un semblable calcul, on trouvera que dans la voûte sphérique *sur le quarré* dont le quart de cercle horisontal est divisé en cinq parties, comme l'exemple de la planche de M *de la Rue*, la ligne X *x* sera à son arc A F, commme 744 est à 873; ce qui est un peu différent du rapport du sixieme que cet auteur a trouvé, car prenant pour 3e terme 6, le quatrieme est 7 $\frac{15}{322}$. Si l'on veut se contenter de trouver cette erreur sur la figure du trait, il n'y a qu'à rectifier l'arc A F, le porter en A *z*, & continuer l'arc X G en Y; l'intervalle Y *z* est la longueur qui manque au milieu du panneau X *x*, parce que la ligne S O étant perpendiculaire sur X Y, O X est égal à O Y, & O *x* = O A, donc A Y = *x* X;

cette maniere eſt plus exacte que de porter l'arc ſur X x, parce que l'origine x eſt moins ſenſiblement déterminée.

REMARQUE

Il faut obſerver ici qu'à examiner le trait dans la rigueur géométrique, la ligne X x, ou la notre A e^d du vrai panneau, doit être encore plus courte que celle du développement de l'arc AF de la ſphere, parce que cette ligne eſt le développement de l'ellipſe d'interſection des deux cônes tronqués A S N, A s N, laquelle eſt toute dans le cercle depuis le point A juſqu'au point F marqué *ef* dans la fig. 175, lequel point F eſt l'interſection des cônes tronqués inſcrits dans la ſphere. Pour le démontrer, ſoit A 2^bN (fig. 175.) l'ellipſe d'interſection de ces cônes, & A *ef p* le demi-cercle majeur de la ſphere, qui coupe cette ellipſe au point *ef*. Ayant pris à volonté des points V & u ſur A N, & élevé ſur ces points des perpendiculaires V z, u z, elles couperont le cercle & l'ellipſe, l'un en y en dedans, l'autre en z au dehors. *Fig. 17*[illegible] *& 175.*

Par une des propriétés de l'ellipſe, on aura A E N, A u N : : $\overline{Ex}^2 . \overline{uY}^2$, mais $\overline{Ex}^2 = AE \times Ep$, par la nature du cercle; donc $AE \times EN . AE \times Ep :: Au \times uN . \overline{uY}^2$, & $AE \times Ep . Au \times up :: \overline{Ex}^2 . \overline{uz}^2$, par la propriété du cercle; or le rapport de pu à uA eſt plus grand que celui de Nu à uA; donc le rapport de uz à Ex, eſt plus grand que celui de uY à Ex; donc uY eſt plus petit que uz, par conſéquent tous les points de l'ellipſe ſont au-dedans du cercle, donc l'arc elliptique A y x eſt plus court que l'arc circulaire A x; *ce qu'il falloit démontrer.*

De la ſeconde eſpece de variation des joints, inverſe de la précédente.

En termes de l'art,

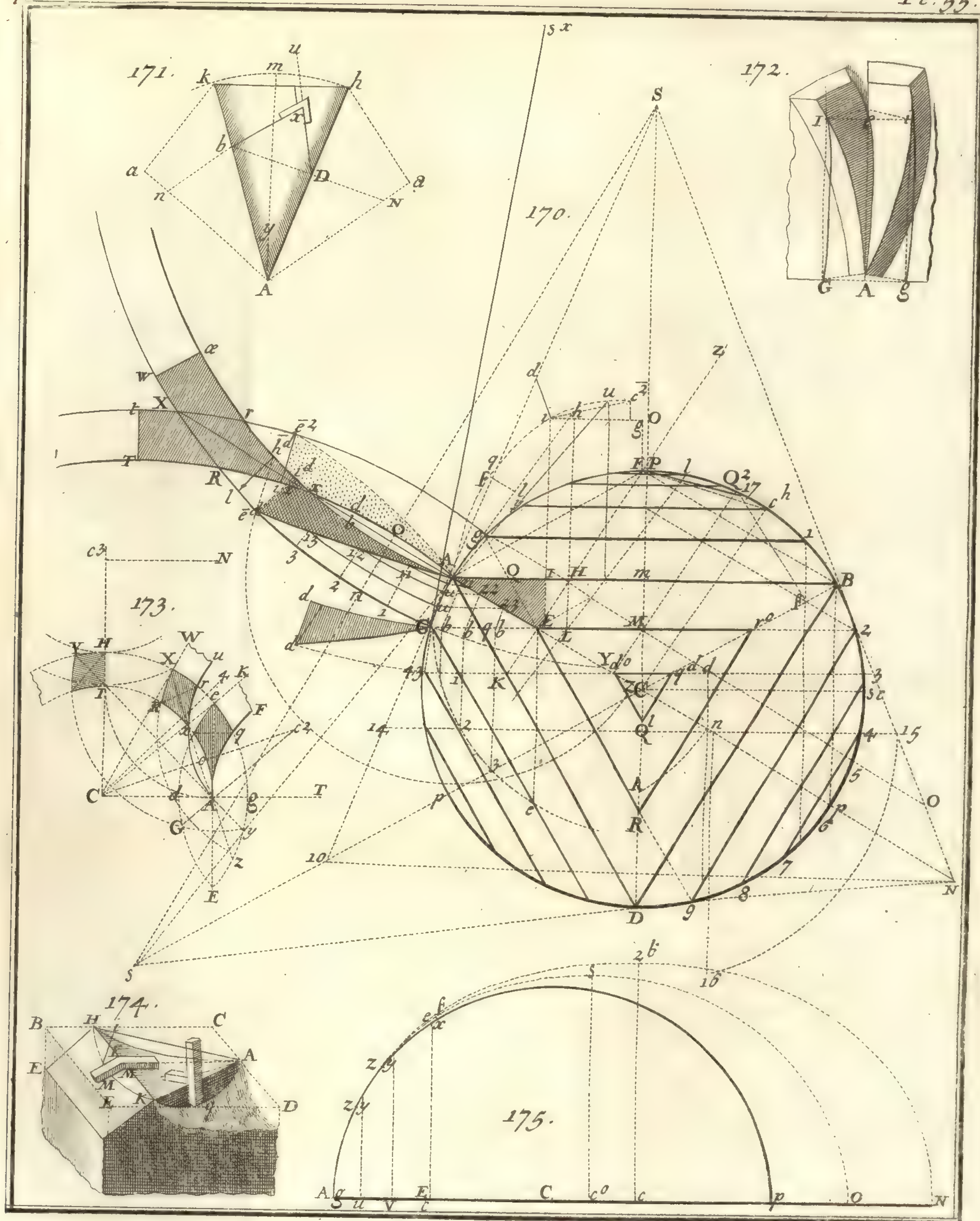
Des voûtes ſphériques faiſant le plan d'une voûte d'arête.

Ce qu'on appelle *voûte ſphérique faiſant le plan d'une voûte d'arête*, n'eſt qu'un renverſement de la diſpoſition des joints des voûtes ſphériques fermées en poligone. Dans celle-ci, (fig. 176 & 177.) l'ouverture des angles du poligone eſt diſpoſée du centre C à la circonférence du cercle horiſontal, ou ce qui eſt la

même chose, du pole de l'horison à ce cercle de base, comme on peut le voir à la fig. 177 en perspective, coupée à moitié dans son élevation; & dans les voûtes sphériques fermées en poligone, les joints de lit sont disposés de la circonférence au centre; non que dans l'une ou dans l'autre les angles des enfourchemens soient tous au centre ou à la circonférence, mais dans une situation parallele à ceux qui sont au centre ou à la circonférence. Ainsi dans cette espece de voûte, les enfourchemens, dont la situation étoit d'avoir la pointe en bas & les branches en haut, sont au contraire tournés la pointe en haut & les branches en bas, ce qui ne change rien à la construction que l'on a donné dans les articles précédens, puisqu'il ne s'agit que de la renverser. D'où il suit que l'on peut exécuter ces voûtes de trois manieres, comme celles qui sont fermées en poligone, savoir, 1°. ou par l'inscription des arcs qui forment les côtés des voussoirs dans un segment de sphere, si la voûte est parfaitement sphérique.; 2°. ou par les panneaux des cônes tronqués développés; 3°. ou par la réduction de la sphere en polyëdre, c'est-à-dire par les panneaux de doële plate.

Il suit secondement, qu'en suivant la méthode des auteurs qui en ont écrit, parmi lesquels M. *de la Rue* n'est pas compris, parce qu'il n'a pas parlé de cette espece de voûte, on trouvera les mêmes erreurs pour les panneaux d'enfourchemens qu'on a exposées en parlant des voûtes sphériques fermées en poligone, mais en sens contraire; car au lieu que dans celle-ci le panneau étoit trop court, dans les voûtes sphériques faisant le plan des voûtes d'arête, ces panneaux se trouvent trop longs d'une semblable quantité; ce qui est bien sensible, puisque c'est la même
Fig. 176. construction renversée. Ainsi (fig. 176) l'intervalle h^4P de la ligne du milieu est plus court que R P trouvé, suivant l'ancienne méthode, par l'intersection de l'arc L R, tiré du centre S, & de la diagonale G R du poligone, qui est ici un pentagone A D E G 5.

On pourroit se dispenser d'entrer dans le détail de cette construction, en renvoyant le lecteur à la précédente qu'il ne s'agit que de renverser; mais de crainte de me rendre obscur en affectant d'être concis, je vais l'exposer au long, parce que l'une servira d'explication à l'autre. Soit pour exemple (fig. 176.) le cercle horisontal A K B F, qui est la base ou l'imposte de la voûte sphérique dont on veut disposer les joints en sorte que leur direction


171.
172.
173.
174.
175.
170.

direction projettée soit telle que le seroit celle d'une voûte de cinq arêtes. Ayant divisé sa circonférence en cinq parties égales aux points A, D, E, G, 5, on tirera par ces points & par le centre C autant de diagonales AB, DF, Eg, GP, 5K, dont une moitié DC, AC, EC, &c. donnera la direction du milieu des joints de lit qui se trouvent dans les secteurs PCK, PCg, gCF, &c. & l'autre moitié du diametre donnera la diagonale de tous les angles d'enfourchement, comme PC, Cg, CF, &c. On divisera ensuite chaque cinquieme partie de la circonférence, comme PK, KB, &c. en autant de parties égales qu'on voudra avoir de voussoirs, lesquelles doivent être en nombre impair, afin qu'il y en ait une au milieu, comme Pg, en L, M, N, O, g, en sorte que l'intervallle MN donne un rang de voussoirs dont le milieu soit suivant le rayon AC, qui divise l'arc Pg en deux également, afin qu'il y ait cinq rangs de voussoirs qui se croisent en C, d'où ils partent en forme de rayons d'étoile. Le plan horisontal étant ainsi tracé, comme on voit dans la figure, on se déterminera au choix de la méthode dont on veut se servir pour l'appareil. *Fig. 176.*

Premiere méthode.

Si la voûte est parfaitement sphérique, on peut l'exécuter *par l'inscription* des arcs de cercle qui forment les côtés des voussoirs d'enfourchement dans des segmens de sphere, comme nous l'avons dit des voûtes fermées en poligone. Il ne s'agit que de les chercher, en prolongeant les lignes droites de la projection jusqu'à ce qu'elles coupent la circonférence de part & d'autre, & qu'elles donnent par ce moyen leur diametre. Ainsi pour avoir l'arc L 4, dont LH est la projection, on prolongera LH jusqu'en *ll*, & ayant divisé L*ll* en deux également, en $\frac{1}{2}$, on fera au-dessus ou au-dessous de LH un arc indéfini, puis on élevera sur LH une perpendiculaire H 4 au point H qui coupera cet arc au point 4, l'arc L4 sera celui d'un des côtés du voussoir, & la valeur de la projection du côté LH, égal à HX. De même, pour trouver l'arc du milieu de l'enfourchement dont la projection est PH, on élevera en H une perpendiculaire HQ sur le rayon HC, l'arc PDQ sera celui du milieu que l'on cherche. On a aussi dans l'horison l'arc LPX; ainsi par le moyen de leurs cordes on inscrira ces arcs dans un segment de sphere pré- *Fig. 176.*

paré comme nous l'avons dit, pour y tracer le vouſſoir du premier enfourchement; les ſuivans ſe trouvent de même.

Seconde méthode, par panneaux flexibles.

Fig. 176. Ayant diviſé l'arc L 4, formé comme il a été dit ci-devant ſur le diametre L*ll*, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du panneau d'enfourchement, on prolongera la corde L P juſqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire C S S, ſur le milieu du diametre L*ll*, au point S S, où ſera le ſommet du cône tronqué, dont L P eſt une partie de côté. De ce point S S pour centre, & S S L pour rayon, on décrira un arc L R, ſur lequel on portera les parties de l'arc L 4 ſucceſſivement, pour y avoir une même longueur de contour Lh^4. On tracera enſuite la courbe h^4P du milieu de l'enfourchement, de la même maniere qu'on a tracé celle du premier vouſſoir de la voûte ſphérique précédente fermée en triangle, en menant *premierement* des perpendiculaires ſur L H, par les diviſions 1, 2, 3, 4 de l'arc L 4, qui tomberont ſur L H aux points *t* & T. *Secondement* par ces points *t* & T, des lignes droites au point S S qui couperont P H aux points *u* & v. *Troiſiemement* par ces points *u* & v, des paralleles à L H, qui couperont la corde P L aux points *o*, *n*. *Quatriemement* par ces points & du point S pour centre, on décrira des arcs indéfinis *o* 5, *n* 6, &c. dont les longueurs ſeront déterminées aux points 5, 6, & 7, par les interſections des lignes droites tirées des diviſions de l'arc Lh^4 au point S S; la ligne menée par les points h^4, 5, 6, 7, P, ſera le côté du demi-panneau d'enfourchement qui doit être appliqué au milieu du premier vouſſoir, comme en P*h*, de la fig. 178, dans un angle rentrant de deux portions de cônes tronqués qui ſe pénetrent, comme il a été dit au trait précédent. Les vouſſoirs ſuivans au-deſſus ſe feront de même.

REMARQUE.

Il faut cependant remarquer dans cette méthode que l'on ne peut faire des panneaux de doële des rangs de vouſſoirs qui ſont ſur les rayons A C, D C, E C, &c. parce que les cordes de l'arc M N & de ſes ſemblables étant paralleles à la ligne C S, qui eſt l'axe commun des cônes tronqués établis ſur les cercles dont L H & M I ſont les projections d'une partie de leurs baſes;

ces cordes, dis-je, ne peuvent rencontrer un tel axe, de ſorte que tous les rangs de vouſſoirs depuis l'impoſte juſqu'au ſommet de la voûte repréſenté par le point C en projection, doivent être ébauchés comme des portions de berceaux & non pas de cônes, comme les autres vouſſoirs faits ſuivant ce ſyſtême des cônes tronqués inſcrits dans la ſphere & enſuite creuſés en portions de ſphere, comme les rangs verticaux des voûtes ſphériques ſimples où il n'y a pas de changement de direction des joints, à moins que l'on ne voulût diviſer la doële en deux portions de cônes tournés en ſens contraire, ce qui ſeroit ſe donner inutilement du travail & s'amuſer à la bagatelle.

Troiſieme méthode, par panneaux de doële plate.

On formera un triangle iſoſcele avec trois côtés donnés, ſavoir, la corde LX de l'arc horiſontal LPX, & les deux cordes égales à L4 de l'arc vertical L 2, 4, dont LH & XH ſont les projections; ce triangle repréſenté en L*hx*, (fig. 178) ſera la doële plate du premier vouſſoir d'enfourchement. On cherchera enſuite le biveau de doële plate & du plan vertical paſſant par chaque joint montant, en ſuppoſant, à peu près comme au trait précédent, une pyramide triangulaire Lp^h*x* H dans le vuide de la voûte, mais en ſituation naturelle, la baſe en bas & la pointe en haut, au lieu qu'à ce trait elle étoit renverſée. Ainſi ayant ajouté de part & d'autre du triangle *lhx*, (fig. 179.) les triangles égaux A*lh*, *axh* formés ſur ſes côtés par l'interſection des lignes priſes pour rayons, & des points *l* & *h*, *x* & *h* pour centres, à la fig. 176, en LH & L4, on trouvera par la même pratique l'angle EYD, de la fig. 179, dont le ſupplément ED*u* eſt celui que l'on cherche, par le moyen duquel on aura la coupe *lx*X, (fig. 178) qui réſultera de l'angle du plan vertical paſſant par H*x*, & du plan incliné de la doële plate L*hx* qui eſt en ſurplomb ſur la baſe de ſuppoſition Lp^h *x*. *Fig.* 176.

L'application du trait ſera facile; ayant dreſſé un parement pour y appliquer le panneau triangulaire de doële plate, on abattra la pierre pour former les joints montans avec le biveau ED*u*, (fig. 179.) & avec le biveau formé ſur l'angle Q*z*R, de la fig. 176, où l'on ſuppoſe le point *z* au milieu de la corde LX en dedans du point P, qu'on a ſuppoſé ci-devant à la circonférence, avec ce biveau poſé perpendiculairement ſur le côté L*x*, de la fig. 178, on abattra la pierre pour former le lit de deſſous.

Les voussoirs d'enfourchement qui doivent se poser au-dessus se feront de même, avec cette différence qu'on ajoutera une partie de longueur au-dessous de l'angle rentrant, pour avoir une partie de la naissance des branches, qui sont ici renversées du haut en bas, au lieu qu'au trait précédent elles s'ouvroient du bas en haut.

Les surfaces des joints montans étant faites, on y appliquera les cerches des arcs dont les arêtes de la doële plate sont les cordes, qui sont à la fig. 176; les arcs L 2, 4, pour le joint lZh, de la fig. 178, & LPX, de la fig. 176, pour le lit LPx de la fig. 178. On trouvera aussi la cerche du milieu de la doële, (fig. 176.) sur l'arc PDQ, qui est déterminé par la droite HQ, perpendiculaire sur le rayon PC d'un cercle majeur passant par le point P, où est le milieu de la base horisontale du voussoir LX, & par le point H, où est le sommet de la doële plate, représenté en Lhx, de la fig. 178. Le reste s'achevera comme aux voûtes sphériques à joints simples, en formant les lits & les têtes par le moyen des biveaux de doële creuse, & de lit ou de tête.

Pour donner une juste idée de l'impossibilité du développement des panneaux d'enfourchement de cette voûte comme à la précédente, suivant *l'ancien trait*, nous avons tracé une partie du panneau $AI\,7\,hL$, dans la place où le trait le donne, en $I^2\,bh^2\,l^2\,m^2$, que nous avons distingué par une hachure d'une moitié de ce panneau, laquelle anticipe sur celle qui ne l'est pas $I^2\,h^2\,x^2\,y^2$, d'une quantité exprimée par la saillie de l'arc $I^2\,b\,h^2$, & comme l'autre moitié avance autant sur celle qui est hachée en d, il suit que la partie en fuseau $I^2\,b\,h^2\,d$, est commune aux deux moitiés du panneau, par conséquent double; donc il est impossible d'exprimer ce développement par une surface simple qui puisse s'étendre sur une surface plane.

USAGE.

Cette disposition des joints des voûtes sphériques se met rarement en pratique dans toute la surface, mais elle est très-commune vers le sommet dans toutes les rotondes décorées de colonnes ou de pilastres, dont la saillie est ordinairement en partie continuée dans la voûte par des arcs doubleaux qui vont se réunir tantôt à la clef, tantôt à une bordure qui renferme une calotte, comme aux chapelles du dôme des invalides, à Paris, & ailleurs.

Des voûtes sphériques incompletes & tronquées.

Toutes les voûtes en cul-de-four qui sont moindres qu'un hémisphere, ou un hémisphéroïde, peuvent être appellées *incompletes*; cependant je crois devoir en distinguer de deux sortes. Les unes, que j'appelle *incompletes ouvertes*, sont celles qui n'ont pour appui qu'un arc horisontal moindre que le cercle, & qui au reste se soutiennent en l'air par l'art de leur appareil; ou sur une surface, comme les *niches*, ou sur deux ou plusieurs, comme les *trompes sphériques*. Les autres que j'appelle *tronquées*, sont celles qui ont un peu ou point de base horisontale, mais qui sont soutenues par des murs en ligne droite, qui retranchent à chaque pan un demi-segment de sphere; tels sont les *culs-de-four en pandantif, sur un quarré ou sur un poligone quelconque*, dont les appuis de naissance ne sont ordinairement que sur les sommets de leurs angles. La différence de l'arrangement des joints de lit des voûtes sphériques décide des différentes manieres dont on peut retrancher quelque partie de l'hémisphere sans altérer la solidité au point qu'elle ne puisse plus subsister; la raison est bien sensible, puisque cet arrangement change l'appui des rangs de voussoirs & la direction de leur *poussée*, d'où il suit: 1°. que lorsque les rangs de voussoirs sont horisontaux & leurs lits assez en pente pour glisser, on ne peut rien retrancher de chacun sans les détruire, parce qu'en interrompant la continuité, l'effort qu'ils font en ce sens poussant au vuide, ils doivent s'écarter & tomber. 2°. Lorsque les rangs sont verticaux & de largeur uniforme, on peut les élever jusqu'environ à 25 degrés de hauteur, parce que le frottement des lits peu inclinés les soutient; mais environ à 30 degrés ils coulent, & ne peuvent être retenus qu'en leur substituant un appui; 3°. Lorsque les rangs sont inclinés vers un pole horisontal, & d'épaisseur inégale en fuseau tendant à ce pole, on peut les élever jusqu'au quart de cercle, mais on ne peut rien retrancher des parties inférieures ni des latérales; cependant si l'on considere la relation que les rangs de voussoirs ont entre eux dans une même voûte, on reconnoîtra que l'on peut quelquefois retrancher beaucoup de l'hémisphere sans les détruire, & qu'en leur substituant des appuis de murs, on peut les tronquer tout comme l'on voudra.

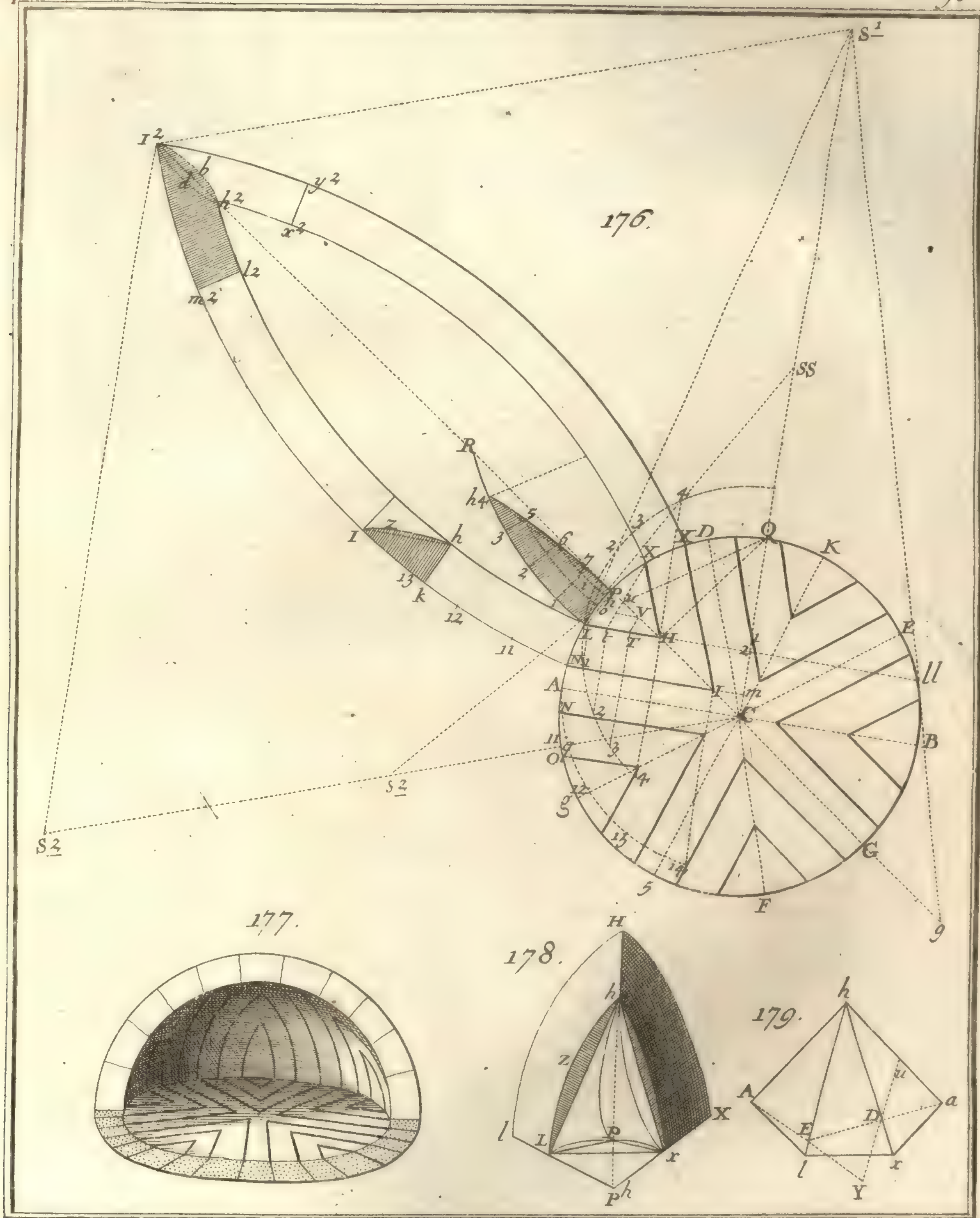
On conçoit facilement qu'on peut retrancher des rangs de voussoirs tous entiers, lorsqu'ils ne servent pas d'appui à un

autre rang; ainſi dans les arrangemens horiſontaux, on peut retrancher autant de rangs que l'on veut, à commencer à la clef qui eſt au pole de l'horiſon, parce que chaque rang ſe contient lui-même dans l'effort qu'il fait horiſontalement pour s'écarter, c'eſt-à dire, en termes de l'art, qu'il *fait clef*, & qu'il eſt ſoutenu par l'inférieur ſuivant l'effort qu'il fait verticalement; ainſi d'une voûte ſphérique à rangs de niveau, on peut élever autant de rangs & ſi peu que l'on veut, ſans achever la voûte. *Secondement*, des rangs à-plomb, on en peut faire des complets, ſi peu & autant que l'on veut juſqu'à la clef de la voûte, c'eſt-à-dire, depuis le pole horiſontal juſqu'à l'équateur où eſt le ſommet de la ſphere; mais on ne peut aller au-delà. *Troiſiemement*, des rangs inclinés à l'horiſon, qui aboutiſſent à deux poles oppoſés de niveau, & qui diminuent en côtes de melon, on peut comme aux verticaux en élever juſqu'aux poles de l'horiſon, lorſqu'ils ſont entiers; je veux dire, lorſqu'ils vont d'un pole de leurs cercles à l'autre, comme l'on conçoit les méridiens dans la ſphere du monde droite, dont l'équateur devient un cercle vertical; dans ce ſens on peut en élever ſi peu que l'on veut, parce que chaque rang a ſon appui ſur les inférieurs collatéraux. Dans cette troiſieme eſpece d'arrangement de rangs de vouſſoirs inclinés à l'horiſon, on peut encore faire des retranchemens de leurs parties depuis l'équateur juſqu'aux poles; de ſorte qu'on peut conſerver le même arrangement & ne faire qu'un quart de ſphere, ou moins ſi l'on veut, parce que les appuis ont leurs directions au pole qui eſt à la baſe horiſontale.

Ces quatre circonſtances ſont les ſeules où l'on peut faire des voûtes ſphériques incompletes, c'eſt-à dire, moindres que l'hémiſphere, & ouvertes. Mais en leur donnant des appuis de murs de force ſuffiſante pour réſiſter à leur pouſſée, on peut les *tronquer* d'autant de façons que l'on voudra; d'où il réſulte qu'on peut établir une voûte ſphérique ſur une enceinte de murs droits, diſpoſés entr'eux en forme de tel poligone que l'on voudra. Nous nous arrêterons aux trois arrangemens de vouſſoirs qui conviennent le mieux aux réguliers, pour que la direction de leurs joints y faſſe une agréable ſymétrie, après que nous aurons traité des voûtes ſphériques incompletes.

Des incompletes ouvertes.

La premiere eſt celle qui eſt faite par rangs de vouſſoirs dont


176.
177.
178.
179.

les lits ſont plans & horiſontaux au lieu d'être inclinés & coniques, ce qu'on appelle *en tas de charge*; elle ne peut être miſe en uſage que pour de petites niches, & parce qu'il n'y a point d'art dans ſon appareil, nous n'en ferons pas mention, nous avertirons ſeulement qu'on fait un peu de coupe vers le ſommet, parce que les arêtes y deviennent trop aiguës & par conſéquent caſſantes. Cette diſpoſition de joints n'eſt pas agréable à la vue, parce qu'elle n'eſt pas naturelle, on en peut voir l'effet, fig. 185.

PROBLEME XVIII.

Faire une voûte ſphérique ou ſphéroïde incomplete.

Ce problême comprend trois cas. 1°. Lorſque la diſpoſition des joints continus eſt en demi cercles verticaux paralleles à l'équateur, en ſorte que leur pole commun ſoit au milieu de la portion du cercle horiſontal de l'impoſte. 2°. Lorſque l'arrangement des rangs de vouſſoirs eſt en côte de melon, comme les intervalles des méridiens de la ſphere armillaire; en ſorte que leur commune interſection, qui eſt au pole de l'équateur par lequel on ſuppoſe la ſphere coupée, ou par un de ſes paralleles, ſoit au milieu de l'arc horiſontal de l'impoſte, comme au cas précédent. 3°. Lorſque les vouſſoirs étant arrangés de la même maniere, la ſphere n'eſt pas coupée comme dans les deux cas précédens, perpendiculairement à ſon axe, mais obliquement par deux ou pluſieurs plans verticaux, ou ſi l'on veut inclinés à l'horiſon en talud, pourvu que l'angle des plans latéraux ne faſſe pas un angle plus aigu que celui de 45 degrés avec l'axe meſuré horiſontalement, parce qu'au-deſſous les claveaux pouſſeroient trop au vuide.

Fig. 182. & 183.

Fig. 180.

Fig. 186.

PREMIER CAS.

Où les joints continus des rangs de vouſſoirs ſont des cercles verticaux perpendiculaires à l'axe de la ſphere dont le pole eſt au milieu de l'arc de l'impoſte.

En termes de de l'art,

Trompe en niche droite par devant, par rangs de vouſſoirs paralleles à la face.

Ce premier cas ne demande point de conſtruction particu-

liere, puiſque ce n'eſt que la moitié, ou moins ſi l'on veut, d'une voûte de rangs verticaux, ou d'une voûte ſphérique ordinaire, dont les joints de lit ſont changés en joints de tête; comme on peut voir à la fig. 183, qui en eſt le plan horiſontal, & 182 la vue en perſpective.

SECOND CAS.

Où les joints continus de rangs de vouſſoirs ſont inclinés à l'horiſon, comme autant de méridiens de la ſphere droite coupée par ſon équateur.

En termes de l'art,

Trompe en niche & en coquille.

Fig. 180 & 181. Soit (fig. 181.) le demi-cercle A P B le plan horiſontal de la niche à ſon impoſte, dont le centre eſt C; on fera l'autre demi-cercle A H B, pour l'élevation verticale de la niche, quoiqu'il ſoit renverſé ici du haut en bas, ce qui revient au même, comme nous l'avons fait obſerver dans les principes du deſſein, au 3e livre. On diviſera ſa circonférence en autant de parties égales qu'on voudra avoir de vouſſoirs, comme ici en cinq, aux points A, 1, 2, 3, 4, B, par leſquels on tirera, à l'ordinaire, des perpendiculaires ſur ſon diametre A B, pour en avoir les projections en 1^p, 2^p, 3^p, 4^p, par leſquelles & par le point P, milieu du demi-cercle A P B, où eſt un pole de la ſphere, on fera paſſer autant de quarts d'ellipſes (par le problême VII du 2e livre) dont les deux axes ſont donnés, ſavoir P H, commun à toutes les ellipſes pour grand axe, 1^p C, 2^p C, pour les deux autres demi-axes; ces ellipſes ſeront les projections horiſontales des cercles majeurs inclinés à l'horiſon qui ſont les joints de lit de la niche.

Cependant comme l'on n'a beſoin pour la conſtruction que d'un point ou deux de chacune de ces ellipſes, on peut s'épargner la peine de les tracer, ſuppoſé qu'il ne s'agiſſe que d'une niche, qu'on fait ordinairement d'une ou deux pieces par chaque rang; car s'il s'agiſſoit d'une plus grande voûte, comme pour-
Fig. 181. roit être le chevet de quelque chapelle, il faudroit tracer les quarts d'ellipſes dans tout l'intervalle de la ligne de face au pole.

Pour trouver les points de la projection elliptique des joints de lit à la jonction d'un vouſſoir à ſon trompillon, ou à un ſecond

ſecond vouſſoir, entre celui du devant & le trompillon, on menera par le point D, pris à volonté ſuivant l'exigence de l'appareil, la ligne DE parallele à AB, ſur laquelle, comme diametre, ayant fait le demi-cercle D*h* E, en haut ou en bas, il n'importe, & l'ayant diviſé en même nombre de parties égales que le demi-cercle AHB, ſi l'on abaiſſe par les diviſions des perpendiculaires ſur DE, elles donneront les points 1^t, 2^t, qui ſeront aux projections elliptiques des joints de lit ſur le plan horiſontal, par leſquels & par les points correſpondans ſur AB on menera des lignes droites indéfinies $1^p 1^t$, $2^p 2^t$, qu'on prolongera juſqu'à leur interſection avec la ligne du milieu CP prolongée en S. Par ce moyen on réduira la portion de ſphere ADEB en portion de pyramide tronquée inſcrite à l'hémiſphere, dont l'axe CS eſt commun à la ſphere dans la partie CP; les cinq côtés de cette pyramide tronquée ſeront autant de doëles plates des vouſſoirs, deſquelles il faut tracer les ſurfaces. Si les diviſions des vouſſoirs ſont égales, il eſt clair que toutes les doëles le ſeront auſſi; en ce cas un panneau ſervira pour toutes. *Fig.* 181.

Ayant tracé à part, fig. 184, une ligne 3, 4, on lui fera une perpendiculaire M*m*, puis ayant pris la moitié de la corde de l'arc de tête du vouſſoir qu'on veut faire, par exemple 1^3, 1^4, on la portera de part & d'autre du point *m* en 1^3, 1^4, & la moitié de la corde 3, 4 de la fig. 181, qu'on portera en *m* 3 & *m* 4 de la fig. 184. Par les points 3, 4, on menera des lignes 3, 3^b; 4, 4^b parallelles à *m* M, & des points 1^3, 1^4 pour centres, & pour rayon l'intervalle de la corde AD ou EB, (fig. 181.) on fera des arcs de cercles qui couperont les lignes 3, 3^b; 4, 4^b aux points 3^b, 4^b, par leſquels on menera des lignes 3^b, 1^3; 4^b, 1^4, & 3^b, 4^b, le trapeze $1^3 3^b 4^b 1^4$ ſera la doële plate que l'on cherche. Les panneaux de lit ſeront tous égaux à celui de l'impoſte OBEN, (fig. 181.) ſoit que les diviſions des têtes des vouſſoirs ſoient égales ou inégales entr'elles dans l'intervalle ABED. Les *biveaux de lit & de doële* ſe trouveront par la maniere générale; on prolongera la corde 3, 4 (fig. 181.) juſqu'à la rencontre du diametre AB en O, la ligne tirée de O en S ſera la ſection de la doële plate avec l'horiſon; on en uſera de même pour les autres vouſſoirs, excepté pour la clef dont la ſection avec l'horiſon ſera la ligne *u* S v, parallele à la corde 2, 3. *Fig.* 184.

L'interſection des plans des lits prolongés avec l'horiſon ſera ; comme dans les voûtes coniques, à l'axe P C H, où ils tendent tous par la direction des joints de tête ; avec ces deux lignes & les projections des joints de lit, on trouvera l'angle des plans, qui eſt le biveau demandé. On elevera ſur le point 3^p la perpendiculaire $3^p 3^e$, ſur la projection $3^p 3^t$ S, qu'on fera égale à la hauteur $3^p 3$, & ayant tiré 3^eS, on lui fera la perpendiculaire 3e K qui coupera S 3^p prolongée en K, par où l'on menera la perpendiculaire FG qui coupera l'axe P C en F, & S O prolongée en G ; ſur SK prolongée, on prendra Kx égal à K3^e, on menera FY & xG ; le ſupplément à deux droits de l'angle FxG donnera le biveau YxL que l'on cherche. On trouvera auſſi le biveau de la doële & de tête, comme aux voûtes coniques ; ainſi ayant formé un morceau de pyramide tronquée, on appliquera ſur les plans des faces les arcs de tête & de trompillon s'il eſt vertical, & ſur les plans des lits les arcs des méridiens A D, B E, & l'on aura ce qui eſt néceſſaire pour creuſer la doële ſphérique exactement. *Fig. 181.*

L'application de ce trait ſur la pierre n'a aucune difficulté, non plus que ſa démonſtration, dans laquelle il y a ſeulement une obſervation à faire ſur la différence de cette eſpece de voûte avec les autres ſphériques ; c'eſt que les joints de lit ſont plans & non pas coniques, parce qu'ils ſont tous des cercles majeurs dont le plan paſſe néceſſairement par l'axe de la ſphere, au lieu que dans les autres eſpeces de voûtes ſphériques, le plan du cercle du joint de l'extrados & celui de la doële correſpondant ne ſont pas dans un même plan, mais à la ſurface d'un cône tronqué, comme nous l'avons dit ; il n'y a dans celle-ci de joint conique que celui qui ſe fait à la tête du vouſſoir qui joint le trompillon, encore pourroit-il être plan ſi les arêtes ne devenoient pas trop aiguës, comme on le voit par l'angle mixte I E R ; il convient mieux de les faire ſuivant la coupe naturelle I E N, qui les rend droites, & la ſurface conique.

Il n'eſt pas néceſſaire de dire pourquoi on fait un ſegment de ſphere au pole qu'on appelle trompillon, comme aux voûtes coniques, puiſqu'il eſt viſible que c'eſt par la même raiſon que les angles deviendroient trop aigus. Ces lits en joints coniques, tant au trompillon qu'aux vouſſoirs, ſe feront comme aux voûtes ſphériques ordinaires, en abattant la pierre ſuivant le biveau mixte I E N ou P E N, qui eſt le même au trompillon & au reſte de la doële.

Remarque sur cette construction.

L'avantage de cette construction sur celle des auteurs qui ont écrit de la coupe des pierres, consiste en ce qu'elle s'applique également aux sphéroïdes comme à la sphere; la seule différence qu'il y a, c'est que les biveaux de la doële plate avec les plans des lits ou des têtes, dans les voûtes surhaussées ou surbaissées, ne peuvent servir que pour les deux voussoirs collatéraux correspondans, ce qui ne fait aucun changement à la construction, mais qui augmente seulement le nombre des opérations; c'est pourquoi nous n'avons pas jugé nécessaire d'en donner des exemples particuliers. A l'égard de l'application des cerches pour l'excavation de la doële sphéroïde il faut toujours avoir attention à situer leurs plans dans la doële comme les ellipses d'où elles sont tirées sont situées dans le sphéroïde; ou si elles sont circulaires, comme elles peuvent l'être dans le sens qu'elles sont perpendiculaires à l'axe du sphéroïde & qu'on veuille opérer avec justesse, il faut les situer par le moyen des biveaux mixtes formés suivant la perpendiculaire à la tangente comme IEN l'est dans la sphere.

TROISIEME CAS.

Des voûtes sphériques incompletes, dont les joints sont inclinés à l'horison, comme à la précédente, mais qui sont une partie moindre qu'un quart de sphere & dont les faces sont dans deux plans qui font un angle saillant.

En termes de l'art,

De la trompe sphérique sur le coin,
ou
De la trompe sur le coin & en niche.

Soit (fig. 187.) l'angle saillant ACB, qu'on appelle en architecture un coin, dans lequel on veut faire un renfoncement sphérique qui soutienne l'encoignure de cet angle. Ayant divisé l'angle ACB en deux également par la diagonale PC, du point C pour centre & de l'intervalle CA, pris à volonté, on décrira l'arc de cercle APB, qui sera le plan horisontal de la *Fig. 187.*

trompe à ſon impoſte, & dont le milieu P ſera le pole ou le
Fig. 187. centre du trompillon.

Du même point C & de l'intervalle C A ou C B, on décrira un quart de cercle B 2 H qui repréſentera l'élevation d'une des deux faces de la trompe, que l'on diviſera en autant de parties que l'on voudra avoir de vouſſoirs, comme en trois & demie, aux points 1, 2, 3, H, mettant une demie pour la moitié de la clef. De chacune de ces diviſions on abaiſſera, à l'ordinaire, les à-plombs 1 p^1, 2 p^2, 3 F pour avoir les projections de ces diviſions ſur le rayon horiſontal C B, & par ces points de projection donnés & l'axe commun P p, double de P C, on fera paſſer des ellipſes P L F, P N I, P p (par le problême VI du 2e livre) qui ſeront les projections horiſontales des joints de lit depuis la face juſqu'au pole P. On les tracera auſſi, ſi l'on veut, de l'autre côté dans le ſecteur A C P, ainſi que dans ſon collatéral C P B; enſuite on réduira la ſurface ſphérique en pyramide tronquée, comme nous avons fait à la conſtruction précédente pour chercher la doële plate, en ſuppoſant autant de ſections circulaires perpendiculaires à l'axe P C qu'on aura de vouſſoirs. Par exemple, pour le troiſieme vouſſoir, dont la projection eſt F P p^2, on tirera par le point F la perpendiculaire G K ſur l'axe C P, laquelle coupera le cercle majeur de la ſphere A P B p, en K. Du point G pour centre, & pour rayon G K, on décrira un quart de cercle K i g, dans lequel on menera F f parallele à G g, & par la rencontre I de l'arc elliptique P N p^2 avec la ligne G K, on menera I i parallele à F f, ou ce qui eſt la même choſe, à l'axe P g.

Il faut enſuite déterminer la tête du vouſſoir du côté du trompillon. Par le point D, pris à volonté ſur l'arc horiſontal D P pour terme du trompillon D P E, on menera D E perpendiculaire à P C, par conſéquent parallele à G K, ſur laquelle, comme diametre, on décrira le demi-cercle D h E, dont les diviſions ſe trouveront en tirant par les points L & N d'interſections de ce diametre avec les arcs elliptiques P L F, P N I, les perpendiculaires L l, N n, ſur D E, qui couperont ce demi-cercle aux points l & n, & l'on aura toutes les lignes néceſſaires pour trouver le panneau de la doële plate, comme il ſuit. Ayant tiré du point N en I la corde N I, on la tranſportera à part (à la fig 189.) en N I, & ſa diviſion au point Q, faite par l'interſection de la ligne C B, projection d'une face de la

trompe. Ensuite on élevera à chacune de ses extrêmités & de sa division en Q, une perpendiculaire, faisant N n égale à l'ordonnée N n du demi-cercle D h E de la fig. 187, & I i égale aussi à I i de la même figure. On tirera ni, qui coupera l'indéfinie Q q au point q; la ligne ni sera la corde de l'arc que le joint forme dans la sphere, laquelle corde étoit raccourcie par la projection en N I; on la prendra pour un des côtés du panneau, pour trouver les autres.

On fera à part, (fig. 188.) une ligne m M perpendiculaire sur une autre indéfinie fi, & ayant pris la moitié de la corde ln de l'arc D m E, (fig. 187.) on la portera de part & d'autre du point m (fig. 188.) en l & en n. De même on prendra la moitié de la corde fi, de la fig. 187, & on la portera aussi de part & d'autre du même point m en f & i, par où on menera les lignes f F & i I, parallele à m M. Ensuite du point l, pour centre, & de l'intervalle ni, de la fig 189, pour rayon, on décrira un arc qui coupera f F en F; puis du point n de la fig. 188, pour centre, & de l'intervalle nq de la fig. 189, on fera aussi un arc qui coupera i I au point q, on tirera la ligne q F; le trapezoïde F qnl, sera le panneau d'une doële plate qui paroît plane. Mais parce que la sphere est coupée par le plan vertical de la face BH, dont la projection est C B, lequel n'est pas parallele à la section du joint du trompillon D E, il suit que les quatre angles de cette portion de sphere ne sont pas dans un même plan, (par l'observation de la page 4); de sorte que le trapeze F lnq n'en peut toucher que trois, savoir ceux dont la projection est L N F de la fig. 187, & que le point q ne touche pas le quatrieme p^2; cependant, comme il est dans le même plan que le joint de lit, il sert à le trouver. Il faut premierement chercher la véritable longueur des lignes N p^2 & Q p^2, (fig. 187.) qui sont raccourcies par la projection, en faisant un profil sur la base N p^2, aux extrêmités de laquelle on élevera deux perpendiculaires N n^2, p^2 22, qu'on fera égales à N n & à 2 p^2, ce qui est indiqué dans la figure par les arcs de cercle 2, 22; n, n^2, ensuite on menera n^2 22, qui sera la valeur de N p^2.

Pour trouver la valeur de la projection Q p^2, on fera Q q parallele à 2 p^2, & l'on portera sur l'indéfinie Q q l'intervalle Q q, de la fig. 189, qui donnera le point p de la fig. 187; si l'on tire q 2, cette ligne sera la valeur de la projection Q p^2 : par le moyen de ces deux lignes on trouvera la position du quatrieme

Fig. 187 & 188.

angle du voussoir dont la projection est en p^2, en faisant un
Fig. 187 & 188. triangle qu'on peut joindre au panneau de la fig. 188, pour lequel on a les trois côtés donnés, savoir, qn qui est la base, n^2 22, & q 2 de la fig. 187, qui sont les deux autres côtés, avec lesquels faisant des intersections d'arcs de cercles, on aura le point 2 de la fig. 188. Il faut considérer que ce triangle qn2, (fig. 188.) ajouté au panneau, n'en fait pas une partie, mais un second panneau qui doit être appliqué sur la surface du joint de lit, pour y trouver, par ce moyen, l'angle qui est hors du plan de la doële plate, laquelle devroit être gauche pour les toucher tous quatre.

Il reste à trouver le biveau qui doit servir à donner l'inclinaison de la doële plate & du plan de joint de lit & de tête, ce qui se fera suivant nos principes ordinaires, en trouvant; 1°. la section du joint de doële avec l'horison; 2°. du joint de lit,
Fig. 187. avec le même horison; 3°. de la face avec le même. Pour trouver la section de la doële avec l'horison, il n'y a qu'à prolonger la corde ln jusqu'à la rencontre du diametre DE, prolongé en O, & par le point S, rencontre de FL ou IN, prolongées jusqu'à la rencontre de l'axe CPS, on menera la ligne SO, qui sera celle qu'on cherche. La section commune de tous les plans des joints de lit avec l'horison & entr'eux est l'axe PC. Celle de la face & de l'horison est CB. Par le moyen de ces lignes, on trouvera les biveaux de doële plate & de lit, comme dans le trait pécédent, & celui de doële & de tête, comme au trait de la *trompe plate*.

Application du trait sur la pierre.

Ayant tracé le contour du panneau de la doële plate tracée à la fig. 188, on abattra la pierre au long des joints de lit, avec les biveaux de lit & de doële trouvés par la maniere ordinaire, & la tête, avec son biveau de doële & de tête; l'arête formée sur le côté lF sera la corde de l'arc de sphere dont la valeur est EK, à la fig. 187, qu'on tracera sur le lit par le moyen d'un panneau ou d'une cerche. Il n'en sera pas de même de l'autre côté nq de la doële plate, il faudra ajouter sur la surface du lit le triangle nq2, pour avoir la corde n 2 de l'arc de cercle qu'il faut tracer avec la même cerche ou panneau, quoiqu'il soit plus petit, parce que tous les plans des lits passans par l'axe PC forment à la surface de la sphere des cercles majeurs. Pour

tracer l'arc de tête, on tirera sur le parement coupé au biveau une ligne du point F au point 2, qui sera la corde de l'arc de cercle majeur 3, 2 de la fig. 187. Enfin pour former la tête du côté du trompillon, marquée sur le panneau *ln*, on tracera l'arc *ln* du demi-cercle D*h*E, de la fig. 187, & par le moyen des quatre arcs tracés pour les quatre côtés du voussoir, & de la cerche d'un arc de cercle majeur posée sur les arcs de tête pour appuis, à distance proportionnelle des lits & suivant une direction tendante à l'axe, on creusera exactement la doële sphérique dont on a les quatre termes bien posés.

A l'égard de la clef, il en faudra faire le panneau de la même maniere que celle de la trompe sur le coin, parce qu'il n'y aura point de gauche si les demi-têtes sur chaque pan sont égales entr'elles, avec cette seule différence, qu'au lieu des arcs de parabole, qu'on traçoit sur les plans des trompes coniques, on se servira ici d'un arc de cercle majeur ADB*p*, pris en H 3, qui en est la longueur. A l'égard du trompillon, c'est un demi-segment de sphere à former suivant ce que nous avons dit au commencement de ce livre, page 28. Fig. 187.

Explication démonstrative.

Lorsque nous avons tiré par la projection F (fig. 187.) la troisieme division des voussoirs marquée 3, nous avons changé l'obliquité de la face CB à l'égard de l'axe PC de la sphere, en une base de pyramide tronquée droite GKS, formée par les doëles plates, comme au trait précédent, & inscrites dans la sphere par les cordes de l'arc du cercle mineur qui a pour rayon GK, afin que les côtés LF & NI deviennent égaux entr'eux. Alors le trapeze isoscele F*ln*I (fig. 188.) en exprimera la surface, puisque tous ses côtés & ses angles sont égaux à ceux d'une surface de cette pyramide, par la construction; mais parce que l'obliquité de la section en retranche une partie, qui est FQI dans la projection (à la fig. 187.), & F*q*I dans le panneau, (fig. 188.) nous avons retranché de la ligne *n*I la partie *q*I, égale à la valeur de la projection QI de la fig. 187, & nous avons réduit le trapeze F*ln*I, surface de la pyramide droite, en un trapezoïde F*lnq*, surface de la pyramide oblique sur la base CB. Or parce que l'angle des plans de la pyramide droite se fait suivant la ligne NI, qui en est la projection, & que celui de la pyramide oblique se fait suivant la ligne Np^2, qui *Fig.* 187. & 188.

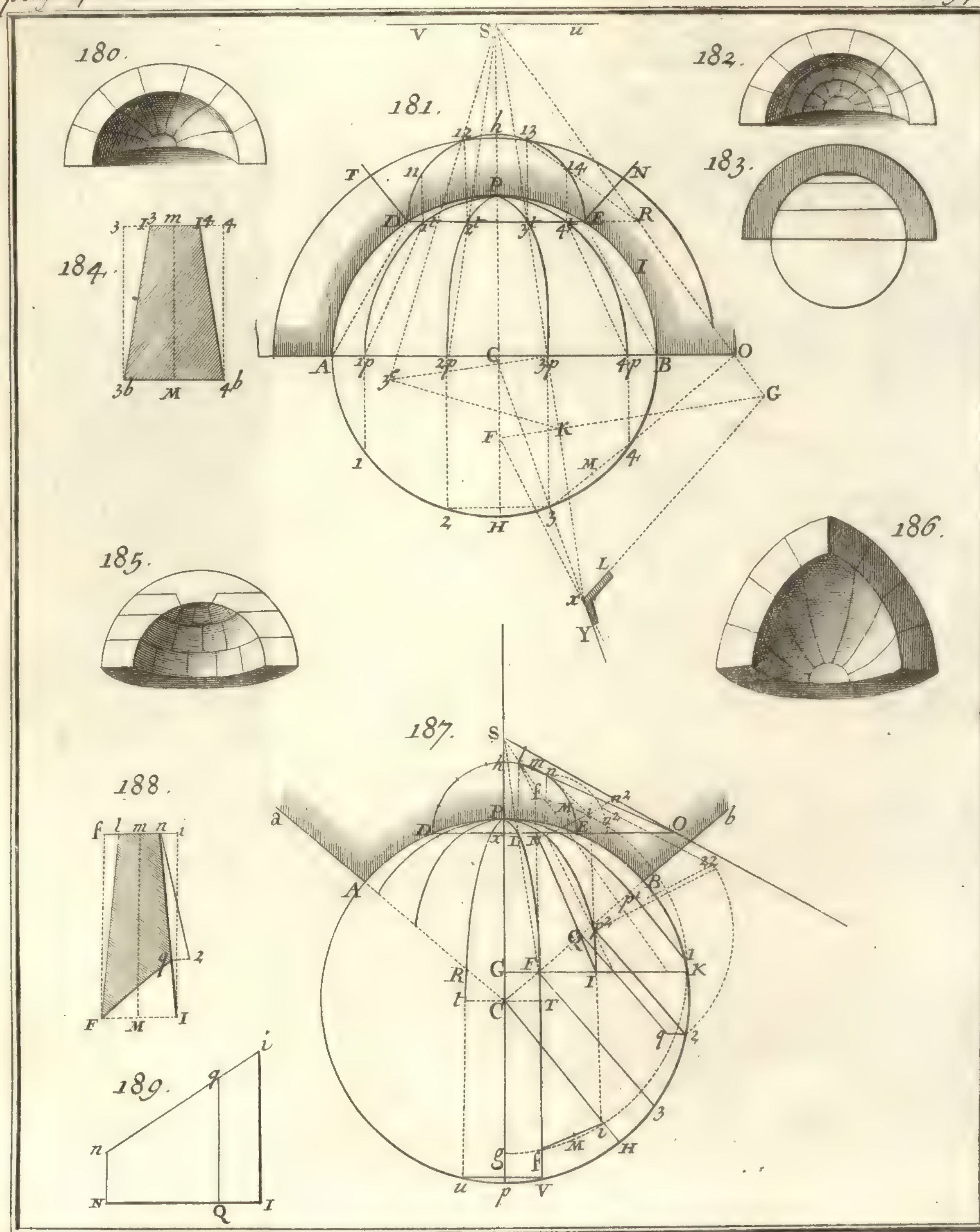
eſt dans le même plan que la ligne NI, parce que les trois lignes NI, Np, Ip, ſont dans un même plan, nous avons fait ſervir N I, c'eſt-à dire ſa valeur ou celle de ſa partie nq (fig. 188.) de baſe à la formation d'un triangle qui nous a donné le point 2, quatrieme angle de la portion de ſphere que comprend le vouſſoir; lequel point 2 eſt hors du plan Flnq, dans un plan qui lui eſt incliné, en ſorte que le point 2 ne tombe pas perpendiculairement au point q, mais ſuivant l'angle des plans du côté de la pyramide & de celui qui paſſe par ſon axe C S & ſon côté I S; ce que nous avons fait & ce *qu'il falloit faire*, pour avoir ſur ces plans tous les arcs de la ſphere, & pour la creuſer par le moyen de ſes cerches.

Remarque ſur la conſtruction.

Fig. 187. On peut faire la même application de cette conſtruction aux trompes qui ſont ſurbaiſſées ou ſurhauſſées, (c'eſt-à-dire, des portions de ſphéroïdes,) que dans le trait précédent; car ſuppoſant toujours l'axe du ſphéroïde en P C, en ſorte que la courbe PKp ſoit une ellipſe qui ſe meut autour de cet axe comme ſur un côté immobile, ſoit que Pp ſoit ſon grand ou ſon petit axe, il eſt clair que les rayons xE & G K décriront toujours des cercles, & que le ſphéroïde pourra être réduit en un cône droit inſcrit & tronqué entre ces deux ordonnées xE & G K, & par conſéquent en pyramide droite. La différence tombera ſeulement ſur l'arc de face dont C B eſt la projection, lequel ſera un quart d'ellipſe, au lieu que dans le précédent cas il étoit quart de cercle. Or ce quart d'ellipſe ſera facile à tracer, puiſque ſes deux demi-axes conjugués ſeront donnés par la détermination du côté C B de la face de la trompe & de la hauteur de ſa clef C H. Il ſera encore vrai que les projections des joints de lit ſeront des ellipſes pour le ſphéroïde comme pour la ſphere; car les ſections de leurs plans ſeront des ellipſes, (par le théorême V du premier livre) & la projection d'une ellipſe eſt auſſi une ellipſe (par le théorême III du même livre); donc cette conſtruction convient au ſphéroïde comme à la ſphere, *ce qu'il falloit prouver.*

Des voûtes ſphériques tronquées.

Quoique l'on puiſſe tronquer les voûtes ſphériques auſſi bien que toutes les autres, en les coupant par des murs de force ſuffiſante


180.
181.
182.
183.
184.
185.
186.
187.
188.
189.

ſante pour ſoutenir leur pouſſée, on ne doit le faire que lorſqu'il n'en réſulte aucune difformité; comme lorſque ces voûtes ſphériques ſont coupées par des murs diſpoſés en poligone régulier inſcriptible dans le cercle; tels ſont le triangle équilatéral, le quarré, le pentagone, l'exagone, &c. parce que la régularité de leurs côtés retranche toujour sdes demi-ſegmens égaux autour de l'hémiſphere, & fait que des parties qui reſtent entre les angles des murs, auxquels on donne le nom de *pandantifs*, ſont toutes égales & uniformes dans la diſtribution des joints, ce qui fait une ſimétrie agréable à la vue. Mais lorſqu'on s'écarte de cette régularité, comme lorſqu'on veut faire une voûte ſphérique entre quatre murs diſpoſés en *quarré long*, l'inégalité des côtés de cette figure, qui ſont alternativement plus longs & plus, courts retranche des ſegmens de ſphere inégaux; d'où il réſulte que les clefs des *formerets*, c'eſt-à-dire, des ceintres en demi-cercle formés par la ſection des murs verticaux coupant la ſphere, ſont de hauteurs inégales, auſſi bien que tous les joints qui y viennent aboutir, lorſque les vouſſoirs ſont ſitués par rangs verticaux.

Il y a *trois ſortes de voûtes tronquées* uſitées, la premiere eſt celle dont les joints de lit ont leurs poles au ſommet de la voûte, c'eſt à-dire, dont les rangs de vouſſoir ſont horiſontaux; on l'appelle *cul-de-four en pandantif*. La ſeconde eſt celles qui ont pluſieurs poles à l'horiſon, & autant que le poligone a d'angles; telles ſont les *voûtes ſphériques en pandantif*, *ſur un quarré*, *un pentagone*, *un hexagone*, *&c.* dans celles-ci les rangs de vouſſoirs ſont verticaux & coupent perpendiculairement les diagonales du poligone, on en peut voir de cette eſpece à la planche 60, fig. 209 & 210. La troiſieme eſpece eſt ſemblable à celle-ci dans l'arrangement des joints de lit à l'égard de l'horiſon, mais non pas à l'égard du poligone inſcrit dans la ſphere; car ils ne ſont pas perpendiculaires aux diagonales, mais paralleles aux côtés du poligone; ainſi leurs poles, qui ſont en même nombre que les côtés, ne ſont pas dans les angles du poligone, mais au milieu du ſegment que chaque côté en retranche, de ſorte qu'au lieu de pandantifs, elles forment des enfourchemens dans les angles. Ce ſont ces voûtes ſphériques dont nous avons parlé ſous le nom de voûtes ſphériques fermées en poligone, qu'on a vu deſſinées en perſpective à la fig. 166, (planche 54.) dont on ne fait que retrancher la partie du trompillon, en lui

Plan. 58, *Fig.* 190.

ſubſtituant un mur ſi l'on veut ; car ſi les angles de ces voûtes ſont bien butés, les formerets peuvent être ſans appuis, au lieu qu'il n'en eſt pas de même des deux précédentes.

Premiere eſpece.

Cul-de-four en pandantif ſur un poligone quelconque.

Fig. 191. Soit pour exemple (fig. 191.) le triangle équilatéral ABD, la diſpoſition des murs qu'on veut voûter en cul-de-four ; nous choiſiſſons cette figure, quoique moins uſuelle, parce qu'elle eſt plus ſimple & plus propre que le quarré à diſtinguer les lignes du trait de celles du plan horiſontal, & à ſervir de modele pour les poligones impairs. On commencera par diviſer en deux également les angles A, B & D, par des diagonales AC, BC, DC, dont l'interſection donnera le point C pour centre de tous les arcs qui repréſentent la projection des joints de lit, & le pole P de tous les cercles horiſontaux que ces mêmes joints font dans la ſurface concave de l'hémiſphere tronquée par les trois plans verticaux AB, AD, DA. La diſtance de tous ces cercles du centre C ſera déterminée par la quantité de vouſſoirs que l'on veut former depuis l'impoſte juſqu'à la clef, c'eſt-à-dire, au pole P; c'eſt pourquoi, ayant élevé ſur CB la perpendiculaire CP, égale à CB, on décrira du centre C le quart de cercle B4P, qui repréſentera le profil de la voûte depuis l'impoſte B juſqu'à la clef, dont le milieu doit être le point P; on diviſera ce quart de cercle en tel nombre de vouſſoirs qu'on voudra, par exemple ici en ſept & demi, mettant la demie P7, pour la moitié de la clef. Par chaque point des diviſions ayant abaiſſé, à l'ordinaire, des perpendiculaires qui repréſentent des à-plombs, on aura ſur le rayon CB les points 7^p, 6^p, 5^p, 4^p, &c. qui détermineront la longueur des rayons de la projection des joints de lit, leſquels joints ſeront tous des arcs de cercles concentriques paſſant par ces points, & terminés en partie par les côtés du poligone ABD; je dis en partie, parce que tous ceux qui ſeront en dedans du point 5^p, ſeront des cercles entiers qui ſeront au dedans du poligone.

Les architectes ont coutume d'inſcrire le premier cercle TFG dans le poligone, en ſorte qu'il touche les côtés AB, BD, DA du poligone, peut être parce qu'ils y trouvent quelque raiſon, peut-être auſſi pour plus de facilité de l'appareil, afin que les vouſſoirs qui ſont aux points d'attouchement G, T, F ſoient

moins composés ; car autrement leur doële seroit en partie plane & verticale & partie concave ; mais comme cette difficulté arrive aux rangs de voussoirs inférieurs qui sont tronqués par le mur, elle me paroît de peu de conséquence. Cependant cet assujettissement cause une grande irrégularité dans la largeur du voussoir du cul-de-four entier & de ceux des pandantifs, particuliérement dans le quarré, dont on ne peut diviser le quart de cercle du profil B P en parties égales plus une demie ; en voici la raison. Le point 5^p est terminé sur C B par l'intersection de l'arc A 5 B & de la ligne C T 5, perpendiculaire sur le côté du poligone A B. Or il est clair que dans le quarré l'arc 5 B est de 45 degrés, puisqu'il est la moitié de A 5 B, qui est le quart du cercle de 90 degrés; tel est l'arc B P, ou B *b*, à la fig. 196; de sorte qu'en ce cas le point P tombe sur A, parce que la perpendiculaire sur la demie-diagonale C B tombe en C A, & que l'intervalle P 5 devient égal à 5 B; donc l'arc 5 P, qui doit contenir une moitié P 7 au-dessus des divisions égales, laissera un plus petit reste de 5 à 7 que de 5 à B; donc les divisions deviendront inégales dans chaque partie, & par conséquent les largeurs des voussoirs qui en dépendent & qui déterminent les intervalles des joints de lit le seront aussi, & ne feront plus de simétrie depuis la clef à l'imposte. *Fig.* 191.

Il n'en est pas de même dans le cas présent du triangle équilatéral A B D, où 5 B n'est pas de 45 mais de 60 degrés, parce qu'il est la moitié du tiers 120, qui est l'arc A 5 B; de sorte que l'arc P 5 restant au-dessus vers le pole, est de 30 degrés, lequel étant divisé en deux & demi, donne 12 degrés pour chaque largeur de voussoir, laquelle division est partie aliquote de 5 B, de 60 degrés, qui donne 5 voussoirs de 12 degrés chacun, de même que les deux & demi restans de 5 à P. D'où il suit, que si le nombre des voussoirs dans le *cul-de-four en pandantif sur un quarré* est assez grand pour rendre l'inégalité qui en résulte peu difforme, on pourra faire le cercle entier T G F tangent au quarré; mais si le nombre en étoit trop petit pour couvrir le défaut, c'est-à-dire, pour diminuer l'apparence de cette irrégularité, je ne vois pas qu'on doive suivre dans cette partie du trait, ni le Pere *Derand*, ni M. *de la Rue*.

La projection des joints de lit horisontaux étant faite, on peut choisir une des trois manieres que nous avons donné pour la formation des voûtes sphériques, dont la partie qui est au-des-

ſus de G T F ne differe en rien de celles de la premiere eſpece ; toute la différence tombe dans celle qu'on appelle pandantif, laquelle eſt compriſe dans le triangle mixte G F D de la projection. La maniere la plus ſimple & la plus commode, eſt celle de l'équarriſſement, particuliérement pour la premiere & la ſeconde pierre, que l'on fait ordinairement en tas de charge, c'eſt-à-dire, ſans donner de coupe aux lits, par deux raiſons : la premiere c'eſt que l'engraiſſement de la coupe, c'eſt-à-dire, ſon inclinaiſon au-deſſus d'un plan horiſontal, eſt très peu conſiderable & ne rend point les arêtes des lits ſupérieurs trop aiguës. La ſeconde, parce que ces pierres faiſant partie d'un mur dont les lits ſont de niveau, le raccommodement en eſt plus commode, en ce qu'il faudroit réſerver un excédent de pierre ſur le lit, pour y ménager l'engraiſſement de la partie qui doit être en coupe ; mais lorſqu'on commence à monter plus haut, cette pratique ne convient plus.

Il faut remarquer que la partie de la voûte qui eſt en pandantif, eſt d'autant plus grande que le poligone ſur lequel le cul-de-four eſt établi a moins de côtés ; ainſi le pandantif du triangle eſt plus grand que celui du quarré ; celui du quarré plus grand que celui du pentagone, & ainſi de ſuite, parce que l'angle du poligone devenant plus grand, les deux tangentes tirées de ſon ſommet au cercle inſcrit ſont toujours plus petites, comme on peut le voir en jettant les yeux ſur B T de la fig. 191, & B T de la fig. 196. D'où il ſuit que lorſque le poligone a plus de quatre côtés, on peut ſans inconvénient mener le tas de charge juſqu'au ſommet du pandantif, mais non pas dans le quarré, & encore moins dans le triangle ; car il eſt clair que ſi l'on tire 5 R (fig. 191.) parallele à C B, la ligne R 5, repréſentant un lit horiſontal, feroit avec la doële 5, 4 un angle mixte R 5, 4 dont l'arête 5 feroit trop aiguë ; & pour le quarré (fig. 196.), faiſant *p e* perpendiculaire ſur B E, & menant *e f* parallele à E C, on voit que l'angle mixte 2 *e f* eſt moins aigu, mais qu'il l'eſt encore trop. Pour le pentagone, dont l'enfourchement finiroit à peu près au point 3 (fig. 191.), on voit que l'angle K 3, 2 commence à devenir aſſez fort pour qu'on y mene les aſſiſes en tas de charge, & à plus forte raiſon à l'exagone, dont la derniere aſſiſe de pandantif feroit au milieu des points 2 & 3.

Cette petite digreſſion fait voir juſqu'où l'on peut élever les aſſiſes des pandantifs en tas de charge, c'eſt-à-dire, juſqu'où il

convient de les tailler par équarrissement, car dès qu'elles deviennent en coupe, on les fait commodément & avec moins de perte par panneaux.

Application du trait sur la pierre

Pour faire les premieres assises du tas de charge, par exemple pour la pierre *eikq* de la fig. 191, ayant tracé au lit de dessous l'angle *i* D *k*, on se retournera d'équerre sur ce lit pour tracer le même angle au lit de dessus & y inscrire l'arc *ik*, qu'on prendra sur l'epure, & on abattra la pierre entre les points *i* & *k* du lit de dessus & le point D du lit de dessous, suivant une cerche formée sur une portion d'un cercle mineur qui aura pour diametre le côté du poligone; tel est le demi-cercle A H B. Quoiqu'il n'importe de former cette cerche de la longueur précise de l'arc que doit occuper le côté du premier voussoir, on peut cependant la trouver très facilement; si on éleve une perpendiculaire *q* 1^{t} sur le côté A B, au point *q*, où l'arc 1 *q* le coupe, l'arc B 1^{f}, sera celui que l'on cherche, & l'arc B 1 du cercle majeur sera celui de la cerche qui convient au milieu du premier voussoir, depuis le sommet B ou D de l'angle du poligone, jusqu'au milieu de l'arc *ik* du lit de dessus; ainsi ayant deux points de chaque cercle & l'arc du cercle qui doit s'y adapter, on creusera avec toute la précision possible la premiere doële au-dessus de l'imposte, dont la figure sera telle qu'elle paroît en D, (fig. 194.) pour l'intérieur, & au coin saillant D de la fig. 191, si la voûte étoit extradossée. La seconde assise du tas de charge se fera de la même maniere, en traçant le lit de dessus *olmn* suivant l'épure, en *oimn* de la fig. 193, & s'étant retourné d'équerre au lit de dessous pour y avoir des repaires aux points *i* & *m*, on y tracera le triangle *l* D *m* de la fig. 191, sur les côtés duquel on portera les longueurs *li* & *mk*, pour y poser l'arc *ik* du lit de dessous, qui étoit celui de dessus de la premiere assise; ce qui est très-aisé & facile à concevoir. On poursuivra de même à la troisieme assise, si le tas de charge peut encore y être pratiqué sans que le lit de dessus fasse un angle trop aigu avec la doële, & que le voussoir du pandantif comprenne toute la partie qui est entre les deux murs, se servant toujours pour la naissance du pandantif sur le mur d'une partie quelconque du cercle mineur A H B, (fig. 191.) & B H D (à la fig. 196.) d'un arc du cercle majeur A B D pour le milieu de la doële. Mais si

Fig. 193.

Fig. 191 & 194.

le voussoir du pandantif ne s'étend pas d'un mur à l'autre, comme aux assises au-dessus de la premiere & de la seconde, où il ne pourrroit occuper tout l'espace GT, l'application du trait sur la pierre devient un peu plus difficile, ou du moins demande plus d'attention, parce que la doële, qui est une surface courbe, fait un angle mixte rentrant avec la plane du mur, lequel angle est d'une ouverture inégale d'un bout à l'autre, étant d'autant plus aigu qu'il approche de B en T, de sorte qu'on ne peut le former avec un biveau.

Fig. 196. Soit (fig. 196.) la derniere assise du pandantif KLTG, divisé en quatre voussoirs, ou la moitié QGMA en deux également ou inégalement, par la ligne *h*O, tirée du centre C, qui coupe le mur AE au point *n*. Le plan horisontal du premier voussoir sera le pentagone mixte *m*M*hn*K*m*, composé de trois droites *m*M, *hn* & *n*K, & de deux courbes M*h* & *m*K. On taillera la pierre sur l'arc M*h*, comme si on vouloit faire une portion cylindrique de tour ronde, dont AM*h*O sera le panneau du lit horisontal, suivant les côtés duquel on abattra la pierre à l'équerre sur le parement creux M*h*, & sur les joints AM, *h*O. La hauteur de ce voussoir sera réglée par celle que la coupe P*q* du lit de dessus donne au-dessus de P, par exemple en S, qu'il faut ajouter à la hauteur de la retombée P*g*; on décrira ensuite du centre C, par le point *n*, l'arc *nx*, qui coupera CA en *x*, d'où on élevera sur la même CA, la perpendiculaire *xy*, qui coupera l'arc *d*P, profil du voussoir, au point *y*, & la retombée de *dg* en *z*; la figure *rzy*P*q*, sera le panneau du joint montant O*h*, & la figure *rd*P*q*, sera celle de l'autre joint montant AM; ainsi appliquant ces deux panneaux sur les côtés du voussoir préparé en portion de cylindre, comme à la fig. 195, & la fig. M*m*K*nh* sur le lit de dessous, on aura toutes les arêtes du voussoir tracées.

Il ne s'agit plus que d'abattre la pierre de l'une à l'autre. Premierement par les trois points donnés (fig. 195.) *y*, *n*, K, on fera passer une surface plane qu'on terminera entre *y* & K, par un arc de cercle formé par le moyen d'une cerche coupée sur le cercle mineur BHD de telle longueur qu'on voudra, il n'importe, pourvu qu'elle soit assez longue pour s'étendre de *y* en K. Secondement, on abattra la pierre entre les cinq lignes courbes P*m*, *py* (fig. 195.) sur les joints montans, P*p* sur la surface creuse, *m*K sur le lit de dessous, & K*y* qu'on vient de former, lesquels étant les termes de la surface courbe qu'on doit

former, conduiront le tailleur de pierre de façon qu'il ne peut ſe tromper, pour peu qu'il ait de connoiſſance. Il pourra encore s'aider d'une cerche convexe faite ſur le cercle majeur A B D, pourvu qu'il la tienne toujours perpendiculairement à l'axe P *p* & parallelement aux joints montans A M du plan horiſontal, ou P M de la fig. 195.

Pour tailler le ſecond vouſſoir O *h* G Q, (fig. 196.) on commencera de même par faire une portion de cylindre droit, en traçant ſur le lit de deſſous le panneau O *h* G Q, & abattant la pierre à l'équerre de tous côtés; enſuite ſur la ſurface du joint montant O *h*, on poſera le panneau qui a été employé au vouſſoir précédent, lequel doit ſe joindre contre celui-ci, & le joint G Q reſtera en ligne droite; puis on appliquera au lit de deſſous le panneau du triangle mixte G *h n*, dont ayant tracé le contour, on aura toutes les arêtes de la pierre tracées. On abattra la pierre en droite ligne de *n* en *y*, & par les quatre points donnés *h* P *y n*, on fera paſſer une ſurface plane qu'on terminera en *y* P, avec une cerche convexe formée ſur le cercle du ceintre du formeret B H D, & la ſurface courbe triangulaire P T *y*, avec une cerche convexe formée ſur le cercle majeur A P B, qu'on obſervera de tenir perpendiculairement à l'arc P T & parallelement à T G, & la coupe P *q* ſe fera à l'ordinaire, comme à toutes les voûtes ſphériques; l'effet de ces deux pierres raſſemblées eſt repréſenté aux figures 198 & 199. *Fig. 196 & 197.*

REMARQUE.

Le dernier vouſſoir du pandantif, qui aboutit au milieu du formeret en T, ou qui le touche par ſon milieu au point T, s'il eſt commun à deux pandantifs, devient ſi aigu en ce point, ou ſi mince, qu'on ne peut le faire ſans y ajouter une partie du mur qui fortifie la pierre : c'eſt pourquoi, on ne peut le faire que composé d'une ſurface courbe & d'une ſurface plane dans ſa doële, ce qui en réduit le trait à la voie de l'équarriſſement. D'où il ſuit que ſi le mur du formeret étoit ſupprimé par une ouverture en arcade ſans bandeau, il faudroit que ce dernier vouſſoir n'eût pas ſon lit de deſſus dans un cercle tangent au poligone en T, comme le veulent les auteurs de la coupe des pierres, mais dans un cercle qui fût tout au dedans du poligone, à quelque diſtance du point T, pour lui donner de l'épaiſſeur. Il n'en eſt pas de même des vouſſoirs inférieurs du pandantif, on peut les faire ſans y ajouter une partie de la ſurface du mur,

& les poser sur des lits concaves, cylindriques ou coniques, appuyés sur le contour de ce mur arrondi cylindriquement de niveau, ou côniquement en coupe, pour mieux buter la voûte; en ce cas, on peut faire les voussoirs du pandantif suivant les trois méthodes convenables aux voûtes sphériques.

Fig. 191. Premierement, si on veut les faire par panneaux flexibles de développement, (fig. 191.) on élevera une perpendiculaire CQ sur une des diagonales, par exemple AC, & ayant transporté les divisions du quart de cercle B 5 P sur l'arc de cercle circonscrit A*p*, en A 1; 1, 2; 2, 3 &c. on prolongera les cordes A 1; 1, 2; 2, 3; 3, 4 jusqu'à la rencontre de la ligne CQ, pour avoir les sommets des cônes 1^c, 2^c, 3^c, 4^c, 5^c, &c. desquels comme centres, on décrira des arcs de développement suivant la maniere ordinaire à ce systême, puis d'un point pris à volonté sur chacun de ces arcs, pour le milieu du pandantif, on menera un rayon *ma*, & l'on prendra la moitié *mk* de l'arc *ik* de la projection, qu'on portera de part & d'autre du point *a*, l'on tirera les courbes *oi*, *l*3, en subdivisant les voussoirs pour trouver des points entre *o* & *i*, & *l* & 3; mais à cause que cette précision donneroit trop d'embarras, il suffira de les tracer avec une cerche de l'arc AHB, & l'on aura le troisieme panneau. Pour le quatrieme, on prendra de même sur la couronne de développement *gb*4, un milieu *ba*, aux côtés duquel on portera les demi-arcs de *i*K & de GMT, M*l*, *m*M, & entre les points *i*K, 4*g*, on tracera de même des arcs *ig*, K4.

On remarquera que cette pratique, quoique d'une exactitude suffisante pour une bonne exécution, n'est pas exacte dans la rigueur géométrique; je ne trouve pas étrange que le Pere *Derand* ait passé par-dessus cette petite erreur, parce qu'il nous a préparé dans sa préface à ces sortes de négligences, qui ne tirent point à conséquence pour l'exécution; mais je suis surpris que le Pere *Dechalles*, qui a prétendu en le copiant y ajouter des démonstrations, se soit grossierement trompé dans celle qu'il veut en donner: *clarum est*, dit-il, *quòd arcus desumptus à semi circulo terminet tale exemplar.* Il est bien vrai que l'arc AHB termine les côtés des voussoirs, mais non pas celui des panneaux faits suivant le systême des cônes tronqués inscrits dans la sphere; car puisque ces portions de cônes inscrits ont leur axe dans une ligne verticale élevée au point C, qui représente le centre commun de leurs bases, & que ces cônes sont coupés par

par des murs verticaux, par conſéquent parallelement à leur axe, qui eſt auſſi vertical, il ſuit que les ſections que font les ſurfaces planes des murs ſont des hyperboles, & que la courbe du panneau fait par le développement de la ſurface du cône, eſt une hyperbole développée avec la ſurface du cône, & non pas un arc du cercle AHB. Or parce que tous ces cônes tronqués ont leurs côtés de plus en plus inclinés à l'axe commun à meſure que les rangs de vouſſoirs approchent de la clef, il ſuit que la courbure des hyperboles diminue toujours, parce qu'elle augmente d'amplitude; de ſorte que ſi la clef étoit ſi plate que l'angle du ſommet du cône fût infiniment grand, l'hyperbole ſe réduiroit à une ligne droite.

Nous ne propoſerons pas dans la pratique la recherche de ces courbes, quoique nous ayons donné la maniere de les tracer au 3e livre, parce que ce ſeroit s'amuſer à la bagatelle; il ſuffit d'en trouver un point ou deux entre les extrêmités données par la ſubdiviſion des vouſſoirs; mais comme nous n'admettons point de faux principe de pratique, nous voulons que le lecteur ſoit toujours convaincu de la vérité de celles qu'on propoſe, & qu'il ſache à quoi s'en tenir pour celles que la facilité fait adopter lorſque l'erreur qui en réſulte peut être inſenſible dans l'exécution. La *démonſtration* de ce trait eſt répandue dans l'explication qu'on en a donné, & dans celui des voûtes ſphériques complettes. Quant à la ſeconde méthode de la conſtruction des voûtes ſphériques, on remarquera que les pandantifs peuvent être exécutés par l'inſcription des côtés des vouſſoirs dans un ſegment de ſphere, lorſqu'ils doivent comprendre une partie de la ſurface du mur en œuvre, laquelle entre dans le ſegment de ſphere & doit ſubſiſter pour une plus ſolide conſtruction.

A l'égard de la méthode de la réduction de la ſphere en polyëdre, elle peut très-bien être employée pour les pandantifs, en creuſant la doële plate des vouſſoirs ſuivant l'angle du ſupplément à deux droits de la pyramide triangulaire formée par les quatre plans de la doële plate des deux cordes & des arcs qui ſont ſur les murs verticaux qui ſe joignent, & du plan du lit de deſſus, comme on a fait au problême XVI, fig. 159, parce que les vouſſoirs angulaires des formerets doivent comprendre une partie de la ſurface du mur, au moins le premier, qui ſeroit extrêmement aigu & poſé ſur la pointe. Cependant les vouſſoirs enſuite pourroient fort bien être réduits à la portion de ſphere

qu'ils occupent, ſans y comprendre une partie du mur, & alors rien n'empêcheroit qu'on ne ſe ſervît de cette méthode, où les angles des pierres du mur que leurs joints de lits horiſontaux formeroient avec l'arc du formeret, ne ſeroient pas trop aigus ; mais comme cet inconvénient eſt preſque inévitable, il faut convenir que la voie de l'équarriſſement, c'eſt-à-dire, de l'inſcription des cylindres dans la ſphere, eſt celle qui convient le mieux à tous les vouſſoirs angulaires, pour joindre le pandatif au mur ſur lequel il s'appuie.

REMARQUE.

Cette ſorte de voûte étoit uſitée chez les anciens. *Palladio*, liv. I, dit, qu'il a reconnu dans les ruines des thermes de *Titus* à Rome, une voûte en cul-de-four ſur un quarré ; cependant *Vitruve*, dans l'énumération des voûtes, ne dit rien de celle-ci.

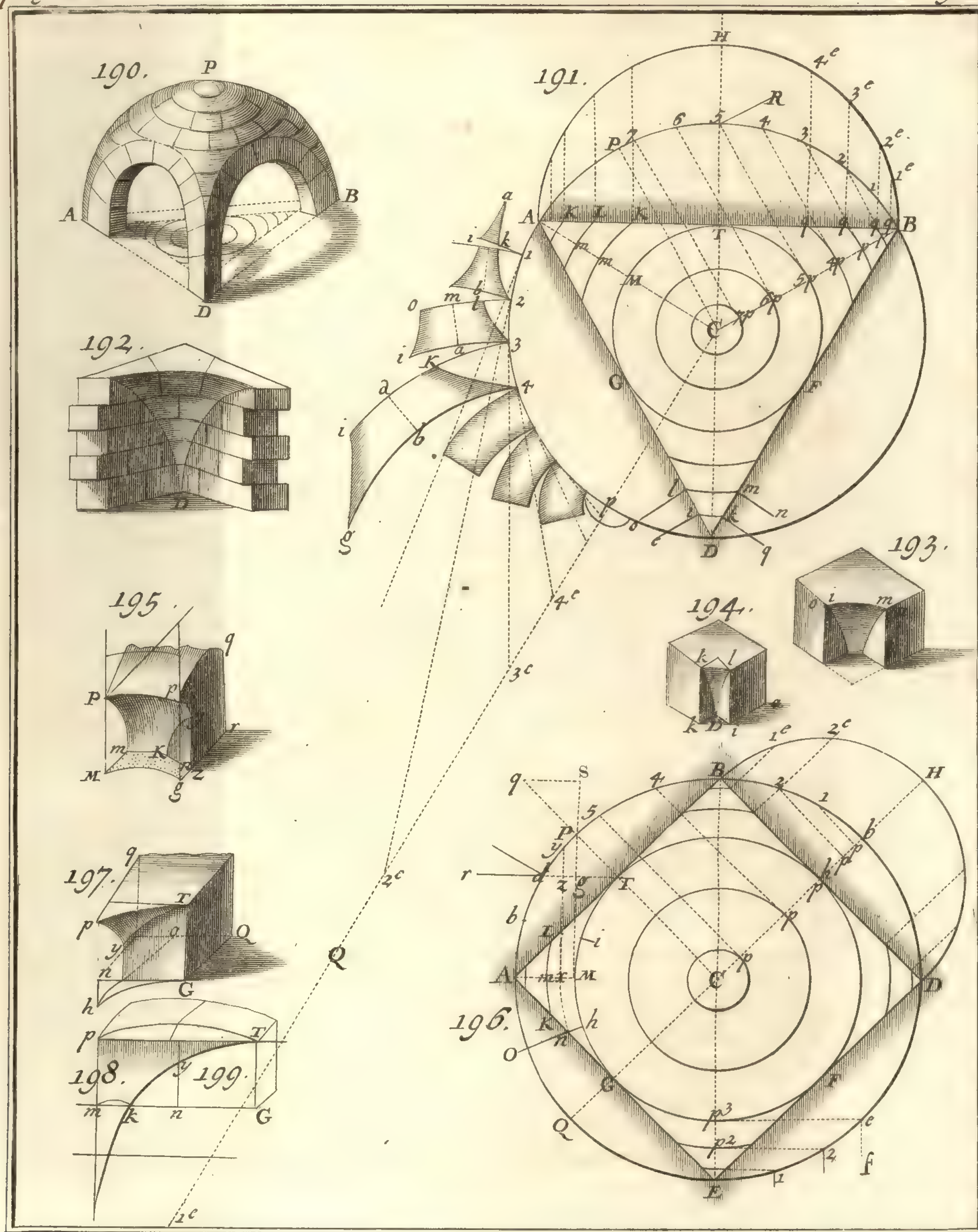
Seconde eſpece.

Voûte ſphérique en pandantif ſur un poligone régulier quelconque, où les vouſſoirs ſont verticaux.

Premier Cas.

Sur le quarré.

Cette voûte peut être variée de deux manieres. *Premierement*, on en peut faire le trait cemme de la voûte ſphérique fermée en poligone, & retrancher tous les ſegmens de la ſphere, par des murs rangés en côtés de ce poligone ſur les cordes du cercle circonſcrit à ſon plan horiſontal : ce qui eſt poſſible, comme nous l'avons dit, ſans la conſtruction du reſte de la voûte, parce que les rangs de vouſſoirs qui ſont paralleles entr'eux & verticaux dans le ſegment de ſphere, ne font pas de ſuite néceſſaire avec ceux dont eſt compoſé le poligone ; ils leur ſervent ſeulement d'appuis, qui peuvent être remplacés par ces murs. Nous ne dirons rien de cette premiere façon, qui a été expliquée au problême XVII ; on n'a qu'à revoir la fig. 166, à la planche 54, où les joints ſont paralleles aux côtés du poligone, & imaginer qu'on éleve des murs ſur les cordes AE, EB, BD, DA, qui mettent les trompes ou niches ſphériques hors de l'enceinte quarrée. *Secondement*, on peut changer la direction


190.
191.
192.
193.
194.
195.
196.
197.
198.
199.

des joints des rangs de vouſſoirs verticaux, en les faiſant perpendiculaires aux diagonales du poligone inſcrit dans le cercle majeur, qui eſt le plan horiſontal ou projection de l'hémiſphere, comme on voit (fig. 209.) & dont l'effet eſt repréſenté en perſpective (fig. 210.) pour un quarré; alors il ſe fait une double inſcription. *Premierement* du poligone dans le cercle; *ſecondement* d'un ſecond poligone dans le premier, comme ici le quarré EFGI dans le quarré APBD. *Fig.* 209. & 210.

Soit pour exemple (fig. 209.) le quarré APBD inſcrit dans un cercle, ou ſur tout autre poligone que l'on voudra. Sur un de ſes côtés, comme AD, pour diametre, ayant tracé le demi-cercle AHD, on le diviſera en tel nombre de vouſſoirs que l'on jugera à propos, mais en nombre pair, *contre l'uſage ordinaire*, parce qu'il n'y a pas de clef ſur le milieu, il doit s'y trouver un joint ou un vouſſoir à branches, qui en commence deux rangs. Nous avons diviſé ici le quart de cercle AH en quatre parties égales, deſquelles ayant abaiſſé des perpendiculaires 1^p, 2^p, 3^p, HI, pour en avoir la projection, on tirera les diagonales AB, DP auxquelles on menera des paralleles par les points *p*, comme p^d, p^d, IE, à DP, & *pb*, IG, à AB, & tranſportant les mêmes diviſions & paralleles ſur EP, PF, FB & BG, on aura la projection de ces quatre portions de la voûte, qu'on appelle *pandantifs*, leſquelles ſont l'eſpace compris entre le quarré EFGI inſcrit & le quarré APBD circonſcrit au précédent, mais inſcrit dans la ſphere. Plan. 60. *Fig.* 209.

Il reſte à faire la diviſion des rangs de vouſſoirs du quarré inſcrit. Pour cela, ayant prolongé un de ſes côtés EF juſqu'à la rencontre du cercle circonſcrit, qu'il coupera au point *f*, on diviſera l'intervalle *f*B en deux & demi, pour avoir deux rangs & la moitié de la clef, aux points 15, & 16, qui donnent des diviſions inégales à celles des vouſſoirs formant les pandantifs; car l'arc P 13, étant de 45 degrés, P*f* ſera de 56^d 15^l, & par conſéquent *f*B de 33^d 45^l; lequel nombre de degrés étant diviſé en deux & demi donne 13^d, 20^l pour une diviſion entiere, au lieu de 11^d, 15^l que donne la premiere diviſion du pandantif; ainſi les vouſſoirs du quarré inſcrit ſeront plus larges à la doële que ceux des pandantifs. Par les points 15 & 16 ayant mené 15 V, 16 X paralleles à AB, on menera par ces mêmes points V & X des paralleles à FE & FG, qui donneront les points V & *u*, X & *x* ſur les diagonales EG, FI du quarré inſcrit,

par le moyen desquels on achevera la projection, en menant par ces points des paralleles aux côtés E I & G I. Fig. 209.

Pour en venir à présent à *l'application du trait*, il faut, comme aux pandantifs de la voûte précédente, avoir égard à la liaison des voussoirs avec les murs, pour une bonne construction, en les composant d'une partie de la doële sphérique & d'une partie de la surface plane du mur au formeret où se fait l'angle de la jonction des deux surfaces; de sorte qu'on ne peut exécuter cette sorte de portion de sphere par l'inscription de ses côtés dans un segment de sphere parfait, pour lequel il faudroit enlever la pierre qui doit faire un angle avec la surface sphérique & une partie du mur. Mais rien n'empêche qu'on ne se serve toujours de celle de la *réduction de la sphere en polyëdre*, laquelle donnera pour le premier voussoir une doële plate triangulaire, que l'on creusera dans la pierre suivant le biveau de cette doële plate avec les murs verticaux du poligone sur lequel on éleve la voûte sphérique tronquée; ce biveau est le supplément à deux angles droits de l'angle des plans de la doële plate & de celui qui passe par la corde & l'arc du formeret, que l'on trouvera de la même maniere que nous l'avons expliqué au problême XVII, (fig. 171. planche 55.) parce qu'on a quatre plans qui forment une pyramide renversée, savoir les deux des murs, celui de la doële plate, & celui du lit de dessus; ainsi il est inutile de la répéter ici.

On peut aussi, mais avec moins de commodité, se servir de la méthode des *panneaux de développement de la reduction des rangs de voussoirs en cônes tronqués*, parce que les joints montans de ces panneaux doivent être des courbes des trois especes des sections coniques, suivant que les rangs des voussoirs sont plus près ou plus loin de leur pole P; car le développement du joint du formeret dont la projection est q F (fig. 209.), est la courbe q^d, F^d qui est une ellipse, parce que le plan du mur vertical P B coupera le cône $efgf$ en ses deux côtés étant prolongé au-dessous du sommet S en Y. Le joint dont la projection est qo, peut être une parabole, si la corde 12, 13 étoit parallele au plan P B dont oq est une partie; & enfin le joint du formeret dont on est la projection, est une hyperbole, parce que si l'on prolonge la corde 11, 12, qui est le côté du cône tronqué, & qu'on prolonge aussi le plan B P, il coupera ce côté au-delà du sommet S du cône parfait. Cependant, à cause que les pan-

neaux ne sont qu'une disposition à la perfection des voûtes sphériques, puisqu'après les avoir employé pour former des cônes tronqués, il faut en venir à une seconde excavation de la pierre; on peut fort bien, au lieu des courbes des sections coniques, tracer tout d'un coup sur le panneau une portion d'arc du formeret, lorsque les voussoirs comprennent un petit nombre de degrés du cercle, parce qu'alors la corde differe peu de l'arc, & par conséquent la surface conique rentre si peu dans la sphérique, que l'erreur de ce contour devient insensible & peut être négligée. *Fig. 209.*

La construction des panneaux de la fig. 209 étant la même que celle de la fig. 170 & 191 pour le pandantif, depuis P jusqu'en F, on verra à la seule inscription de la figure la maniere de les tracer. La différence qu'il y a de ces pandantifs à ceux dont les joints de lit sont horisontaux, est que le pole de chaque pandantif est dans l'angle du poligone en A, ou B, ou P, ou D, & que dans l'autre espece de voûte les poles sont tous réunis à la clef. A l'égard des voussoirs d'enfourchement rangés sur les perpendiculaires EG, IF aux côtés du poligone, qui sont les diagonales du quarré inscrit, il faut se rappeller ce que nous avons dit des enfourchemens au problême XVII, des voûtes sphériques fermées en poligone; on y verra que pour trouver le panneau de l'enfourchement *m*F*g*N*uy*, il faut en faire deux moitiés, & chercher la courbe elliptique, comme il a été dit au même endroit, auquel on renvoie le lecteur. La *démonstration* de cette construction étant la même que celle du cas précédent pour les pandantifs, & que celle des enfourchemens des voûtes sphériques fermées en poligone, on n'a rien à ajouter à ce qui en a été dit.

Troisieme maniere de faire les pandantifs de rangs de voussoirs verticaux.

Par équarrissement.

Nous nous sommes peu arrêtés sur les manieres précédentes, parce que nous jugeons que la voie de l'équarrissement est la la plus convenable à ces sortes de pandantifs. La préparation du trait est de faire la projection verticale du pandantif sur un plan perpendiculaire à la diagonale du poligone inscrit dans la sphere. On tirera par le point P la ligne *b*PR perpendiculaire à

Fig. 209. la diagonale DP, & par les points E, K, L, I; F, *q*, *o*, *n*, on menera des paralleles à la même diagonale; puis on prolongera les projections des joints de lit FE, *q*K, *o*L, &c. jusqu'à ce qu'elles rencontrent le cercle circonscrit APB aux points *e*, *k*, *l*, *i*, qui donneront pour rayons des arcs de la projection verticale les lignes *me*, *mk*, *ml*, *mi*; de sorte que prenant chacun de ces rayons successivement, on décrira du même point P, pour centre, les arcs e^e M 4f, $k^e m^o$ 3q, l^e S 2°, i^e 1^n, qui seront terminés de part & d'autre à des lignes paralleles à DP tirées par les points E, K, L, I; F, *q*, *o*, *n*, & l'on tracera à la main par les points de leurs intersections les courbes Pe^e, P4f. Ou bien, d'une autre maniere plus simple & plus correcte, ayant trouvé, comme nous venons de dire, les rayons *me*, *mk*, *ml*, *mi*, & ayant tracé avec ces rayons des arcs concentriques au point P, on prendra la longueur de la ligne R4f, de laquelle pour rayon, & du point P pour centre, on fera des arcs qui couperont cette ligne R4f, aux points *x* & X, qui seront les foyers d'une ellipse dont l'arc P4f est le quart, PR la moitié du petit axe, & R4f la moitié du grand; ainsi il sera aisé de le décrire, & son égal b^ePe^e, par le problême VII du deuxieme livre. Il ne reste plus, pour achever le trait, que de tirer du centre C les coupes *e*T, *kt*, &c.

Application du trait.

Fig. 209 & 214. On fera trois paremens d'équerre les uns aux autres, par exemple (fig. 214.) NA, NH, NC; sur celui qui sera destiné pour être à-plomb, ADNB, on appliquera le panneau formé sur l'épure de l'assise, ou une partie du rang de voussoirs qu'on peut faire avec la pierre qu'on veut mettre en œuvre; par exemple pour la moitié du dernier rang, on levera le panneau e^eMm^o7k^e (fig. 209.), posant M7 sur l'arête MN de la fig. 214, & 7k^e sur NK, puis on tracera suivant ce panneau l'arc e^eM, en *e*M de la fig. 214, on repairera ainsi le point m^o de ce panneau en *m*, par où l'on menera *mg* parallele à l'arête NG, sur le parement du retour NH, & par le point *k* on menera sur le lit de dessous une parallele *k*F à la même arête NG. Ensuite prenant avec la fausse équerre l'angle CAP du plan horisontal (fig. 209.), on le portera à la fig. 214 en NPK, pour tracer au lit de dessous la ligne PK, qui coupera *k*F au point K; on creusera ensuite une portion de cylindre entre les lignes *k*F &

mg, par le moyen d'une cerche formée ſur l'arc $k^e m^o$ de la fig. 209, on levera le panneau de tête *s e k t* de l'horiſontale *s e* avec l'arc *e k*, ou bien le panneau 9 *k e* T de la verticale 9 *k* avec le même arc *k e*, puis on appliquera ce panneau ſur le parement N H, (fig. 214.) poſant le côté droit 9 *k* ſur l'arête M D, ſi on fait le panneau ſur 9 *k*, qui repréſente une verticale, ou bien *s e* ſur *r g*, ſi on a levé le panneau de la ſeconde maniere. On ſe ſervira du panneau pour tracer l'arc *e k* en M *r*, avec ſes coupes M T, *r t* marquées au panneau, puis on traînera avec le compas la ligne *r* K parallelement à la ligne ou arête courbe *m k*, qui a été formée en creuſant la portion de cylindre; ou bien avec une regle pliante on tracera dans ce creux l'arc *r* K, entre lequel & l'arc *e* M on creuſera une portion de doële ſphérique, par le moyen d'une cerche faite ſur *e k*, portion d'un cercle majeur, qu'on tiendra toujours perpendiculairement autant qu'il eſt poſſible à ces deux courbes; de ſorte qu'on ne pourra s'en ſervir que juſqu'au point L, ſuivant la poſition K L. Il reſtera donc à creuſer la partie triangulaire L *e* K, qui ſe termine au mur E P; pour le faire, on formera une cerche ſur l'arc 3 H, puis abattant la pierre ſuivant la ligne K P tracée au lit de deſſous & la ligne P *e*, on formera une portion de ſurface plane ſur laquelle on appliquera la cerche ou panneau H 3 r^t, qui donnera l'arc *e* K, entre lequel & l'arc K L on achevera de creuſer la portion de ſphere *e* L K. La doële ſphérique étant creuſée, on abattra la pierre pour former les lits de deſſus & de deſſous E Q T M, & K *r t* avec les biveaux mixtes *k e* T, ou ce qui eſt le même, *e k t* de la fig. 209, comme à toutes les autres voûtes ſphériques; & l'on aura un vouſſoir qui comprendra une portion du mur K P E Q, pour éviter l'arête trop vive qui ſe formeroit ſuivant l'angle *m* E K de 45 degrés (fig. 209.) *Fig.* 209 & 214.

Explication démonſtrative.

Il eſt viſible que les projections horiſontale & verticale ſont bien faites pour ce qui regarde les joints de lit; on peut ſeulement demander pourquoi nous avons formé la projection verticale des arcs des formerets P 4 *f*, P e^t (fig. 209.) en quarts d'ellipſe: la raiſon eſt qu'ils ſont la projection verticale d'un quart de cercle A H; or nous avons démontré au 2e livre, que la projection d'un cercle étoit une ellipſe, donc ces arcs ſont bien tracés. Il eſt clair auſſi que nous avons ſuppoſé l'hémiſ-

phere entiere, par la circonſcription du cercle A P B D au quarré inſcrit A P B D. Suivant cette ſuppoſition nous avons prolongé les projections des joints de lit F E en *e*, *q* K en *k*, &c. pour avoir les diametres des cercles des projections verticales des rangs de vouſſoirs verticaux concentriques en P, où eſt le pole de tous ces cercles conſidérés dans la ſphere, ainſi que les autres points A, D, B, où ſont les poles des portions ſphériques appellées pandantifs, qui ſont retranchés de l'hémiſphere par le quarré E F G I inſcrit dans le premier A P B D, & par les plans des murs des formerets A P, A D; B P, B D. *L'application du trait ſur la pierre* eſt claire par les principes du 3e livre, puiſqu'à chaque face de pierre ſuppoſée verticale, nous avons appliqué la projection d'élevation & de profil, & à l'horiſontale le trait du plan horiſontal.

Des voûtes ſphériques en pandantif ſur des poligones irréguliers.

Lorſque les côtés du poligone, qui ſont les murs des formerets, ſont de longueurs égales, ils retranchent évidemment des demi-ſegmens de ſphere égaux entr'eux, par conſéquent d'une hauteur égale à la clef, alors toutes les clefs ſont de niveau. Par un raiſonnement contraire, ſi les murs des formerets ſont de longueurs inégales, les ſegmens de ſphere qu'ils retrancheront dans une voûte ſphérique ſeront plus grands les uns que les autres, par conſéquent leurs clefs ne ſeront plus de viveau; ce qui eſt une difformité inſupportable dans un lieu de parade pour l'habitation, & qu'un architecte ne doit exécuter que dans quelques ſouterreins.

Suppoſant, par exemple, que l'on veuille voûter en cul-de-four un quarré long, dont nous repréſenterons ici la moitié
Fig. 212 ſuivant la diagonale en A D B (fig. 212.), le ceintre du formeret du grand côté A D ſera le demi-cercle A H D, & celui du petit D B ſera le demi-cercle D *h* B, leſquels étant diviſés à même nombre de vouſſoirs, donneront par leurs projections des diviſions inégales en E D & en F D. D'où il ſuit, 1°. que le pole du pandantif qui étoit au quarré de la fig. 209 en P ſur la diagonale, s'en trouve ici éloigné de l'intervalle d'un arc de cercle majeur P D décrit ſur la diagonale A B, pour diametre, lequel arc P D ſera d'autant plus grand que les côtés du quarré long ſeront inégaux, parce que C P devant toujours être perpendiculaire ſur A B, l'inégalité des côtés du quarré long retranche plus

plus ou moins du quart de cercle P D B, ſuivant leur plus ou moins de différence de longueur, ou d'obliquité des angles, ſi le poligone n'eſt pas rectangle. D'où il ſuit encore, 2°. que les centres des arcs verticaux des joints de lit du pandantif ou panache $E^e M F^e$, $k^e m 3^e$, $1^e m 2^e$, ne ſont plus réunis à l'angle D, comme ils l'étoient en P au quarré, mais ſéparés en des points c, c, c, donnés dans les interſections de la ligne T D, parallele à A B, avec les verticales $m^h M$, $m^3 m$, $m^2 m$, tirées par les milieux des projections de ces joints en E F, K q, &c. Les interſections de ces mêmes lignes avec les arcs $E^e M f^e$, $k^e m 3^e$, &c, marqueront auſſi le milieu du pandantif, en tirant par les points où ils ſe croiſent la courbe M m D qui eſt elliptique.

De cet exemple de la moitié d'un quarré long, on peut déduire celle du rhombe, du rhomboïde, & des autres poligones irréguliers. Comme la conſtruction en eſt parfaitement ſemblable à celle de la fig. 209, dont nous venons de parler, nous ne nous y arrêterons pas plus long-tems, d'autant plus qu'on peut voûter un quarré long & de telles figures de beaucoup d'autres manieres plus agréables à la vue; & au cas qu'on veuille les voûter en pandantifs, il convient, pour mettre les clefs de niveau aux figures en parallelogrames oblongs, de faire la voûte en hémiſphéroïde au lieu de l'hémiſphere, c'eſt de quoi nous allons parler.

CHAPITRE VIII.

DES VOUTES EN SPHEROIDES,

En termes de l'art,

Des voûtes en cul-de-four ſurhauſſées, ſurbaiſſées, ou ſur un plan ovale,

Nous diſtinguons deux ſortes de ſphéroïdes, les uns réguliers, les autres irréguliers. Nous appellons *ſphéroïde régulier* le ſolide formé par la révolution d'une ellipſe conſtante autour d'un de ſes axes: ſi c'eſt ſur le grand, le ſphéroïde ſera appellé *oblong* ou *alongé*; ſi c'eſt ſur le petit, le ſphéroïde ſera appellé *applati.*

Nous appellerons *sphéroïde irrégulier* celui qui est formé par la révolution d'une demi-ellipse variable dans son contour ; telle seroit celle qui en tournant sur un axe vertical constant, s'élargiroit ou se retréciroit par son autre axe suivant le contour d'une autre ellipse horisontale. On doit encore faire une distinction des sphéroïdes réguliers *oblongs* lorsqu'on applique leur figure aux voûtes ; si le grand axe est vertical, la voûte s'appellera *surhaussée* ; & si le même axe est horisontal, elle ne s'appellera pas surbaissée, mais *cul-de-four sur un plan ovale*. La raison de cette distinction de nom est fondée dans la maniere de la construction, parce que le cul-de-four surhaussé dont les joints de lit sont horisontaux se fait comme les voûtes sphériques où ces joints sont des cercles concentriques ; mais dans l'autre situation, ces joints de lit sont des ellipses qui rendent le trait de la coupe des voussoirs si difficile, que tous nos auteurs de la coupe des pierres y ont échoué, comme nous allons le montrer.

Erreurs de tous les anciens traits des voûtes sphéroïdes.

La premiere faute des auteurs des livres de la coupe des pierres dans ce trait, consiste en ce qu'ils n'ont pas su faire le *plan*, c'est-à-dire, la projection des joints de lit. Le Pere *Derand* veut que ce soient des *ovales équidistantes*. M. *de la Rue*, dans la même idée, les trace par des arcs de cercles concentriques mal assemblés avec d'autres aussi concentriques entr'eux, mais excentriques aux premiers avec lesquels ils font des jarets qu'il auroit pu éviter en suivant une meilleure méthode ; mais il n'auroit jamais pu éviter les inconvéniens attachés à ce mauvais principe, comme on le verra ci-après. Pour sentir la raison de cette erreur, il faut savoir que les *ovales équidistantes*, ainsi que les ellipses qui seront aussi équidistantes, sont des figures dissemblables, qui formeroient dans la doële de la voûte des joints de lit irréguliérement placés, & hors de la surface d'un sphéroïde régulier ; la raison peut en être apperçue du premier abord en jettant un coup d'œil sur la fig. 205, où l'on voit sensiblement que les ovales concentriques & équidistantes s'alongent de plus en plus à mesure qu'elles approchent du milieu C, où elles deviennent enfin pointues.

Plan. 59. *Fig.* 205.

Mais comme ce n'est pas assez d'en convaincre les yeux qu'une figure mal faite peut tromper, il faut aussi en convaincre la raison. Puisque les points F & *f*, par exemple, sont deux des

quatre centres de l'ovale ſur leſquels ſont décrits tous les arcs qui paſſent par les extrêmités des grands axes, il eſt clair que les ovales qui paſſeront par ces points ne ſeront plus compoſées que de deux arcs de cercles tracés des centres c^x & c^y, qui ſe croiſeront aux points F & *f*, où les arcs de réunion s'évanouiſſent en ſe réduiſant à un ſeul point. La choſe eſt encore plus claire ſi l'on veut décrire d'autres ovales au-dedans des points F & *f*; donc la figure des premieres ovales ſe change alors en celle d'un fuſeau qui n'eſt plus propre à déſigner un lit de voûte ſphéroïde, où il ne doit point y avoir d'angle. Le pere *Dechalles*, pour éviter cet inconvénient dans ſon trait de la voûte *rampante, ouverte au milieu, & tournante ſur un plan ovale*, veut que l'on prenne les diſtances égales, non ſur les rayons tirés des foyers, comme les auteurs cités, mais ſur *les rayons tirés au centre* de l'ovale, comme en D C; nous allons démontrer que cet expédient ne ſert de rien, en ce qu'il ne peut rendre les ellipſes ou ovales ni concentriques ni équidiſtantes. *Premierement* il eſt viſible, à la figure 205, que la courbe I K p^3 s'approche plus de l'ovale A D B en K que la courbe I L p^3. Pour en ſentir la raiſon, il faut tirer du centre C par le point L, où la ligne D C coupe l'intervalle I p^3 *i*, la ligne L *q*, & par le point K, une ligne qui lui ſoit parallele K P. Puiſque les arcs de cercles F L & D *q* ſont tirés du même cente c^y, ils ſont par la conſtruction équidiſtans d'un intervalle égal à A I; mais ſuivant la conſtruction du Pere *Dechalles*, la diſtance D K doit être faite égale à A I, donc les lignes D K & *q* L devroient être égales; mais D K n'eſt qu'une partie de D L, donc le point K eſt au dehors de l'ovale I L *p*, par conſéquent plus près de l'arc D N. Il ſemble que cet auteur a ſenti la contradiction de ſa conſtruction lorſqu'il a ajouté, *ſi fieri poteſt*. Il ne reſte donc d'autre moyen pour rendre la ſurface de la doële de cette voûte d'une figure réguliere, que de faire les ellipſes des joints de lit concentriques & ſemblables, mais non pas équidiſtantes, comme le demandent les Peres *Derand* & *Dechalles*, puiſqu'il eſt impoſſible, comme on le verra encore plus clairement dans l'explication du trait de notre conſtruction.

Fig. 205.

Alia interior ellipſis ſi fieri poteſt, non tantùm concentrica, ſed etiam æquali intervallo diſtans ab exteriori, quæ diſtantiæ ſumantur ſecundùm radios à centro precedentes. Lib. V, prop. 12.

Le *ſecond défaut* du trait des auteurs des livres de la coupe des pierres eſt moindre que celui-ci, peut-être pourra-t-il même être conteſté que c'en ſoit un; c'eſt qu'ils font les joints montans en ligne droite à la projection tendant au centre C, au lieu

qu'ils doivent être courbes, si l'on veut observer une parfaite symétrie dans les divisons des lits, où les joints de doële doivent couper des parties proportionnelles de chacune des ellipses de ces lits, depuis l'imposte jusqu'à la clef, dont le milieu est représenté dans la projection horisontale par le centre commun C. Or les lignes droites tirées par des divisions des parties égales à l'imposte, coupant les ellipses des lits supérieurs en parties inégales entr'elles ; donc les joints de doële dont les projections sont des lignes droites, alterent & gâtent la symétrie des voussoirs, donc ils doivent être faits courbes en projection ; d'où il suit qu'ils doivent être en œuvre des courbes à double courbure, puisqu'ils ne peuvent être représentés en projection par des lignes droites. Pour prouver la mineure, il faut tirer du point K, pris au milieu de l'arc D B de la fig. 200, une ligne droite au centre C, & l'on montrera que cette ligne coupera l'ellipse concentrique I p^3 i plus près du point 6, qui est le correspondant du point 6i, que du point 7, c'est-à-dire, que l'arc p^3 k est plus petit que ki, auquel il devroit être égal.

Fig. 200.

Il est clair que les arcs elliptiques des ellipses concentriques ne sont pas coupés par un diametre en même raison que leurs cordes, parce que leurs cordes sont paralleles entr'elles, & les arcs ne sont pas équidistans, comme nous l'avons démontré au I[r] livre ; par conséquent ils ne peuvent être coupés proportionnellement par une ligne droite comme le seroient des arcs de cercles concentriques par leurs rayons. Ainsi dans l'ovale de la fig. 205 qui imite l'ellipse, on voit que les cordes semblables gG, de, AD, ne parviennent pas jusqu'au diametre DC, & qu'au contraire si l'on en tire d'autres BD, Ee, QG, elles passeront au-delà de la ligne DC tirée au centre ; donc elles ne couperont pas les ovales concentriques proportionnellement, mais dans un rapport toujours inégal, que l'on peut facilement reconnoître dans cette ovale, en ce que la différence des sections des arcs concentriques coupés par des lignes droites DC, tirées au centre de l'ovale, & DYc^y, au centre de l'arc DN, est l'arc YL ; car puisque les lignes Dc^y, Nc^y sont des rayons d'un même cercle, tous les arcs DN, eP, Gp^2, Yp^3 sont semblables, étant concentriques & entre les mêmes rayons. Or la ligne DL retranche de ces arcs les parties GO & YL, qui sont d'autant plus grandes qu'elles approchent du centre ; par conséquent si l'on divise l'arc ILp^3 en deux également en m, sup-

posant AN divisée également en D, il n'y aura qu'une ligne courbe qui puisse passer par les points D m & C, puisque le point m est hors de la droite DC, *ce qu'il falloit démontrer.* *Fig.* 200.

Quoique cette démonstration dans l'ovale composée d'arcs de cercles ne conclue pas exactement pour l'ellipse, elle donne du moins un grand indice de la même propriété, puisque cette composition d'arcs de cercles est une bonne imitation de la figure de l'ellipse; je la mets ici parce qu'elle est à la portée de tous ceux qui n'ont qu'une simple notion des élémens de géométrie. Pour en faire l'application à l'ellipse, il faut savoir que hors des axes les diametres ne coupent pas les cordes & les arcs également comme dans le cercle, ce que nous avons démontré au lemme du livre II, page 227, parce qu'ils sont inclinés aux cordes plus qu'aux arcs qu'elles soustendent, par conséquent le demi-diametre CK de la fig. 200 coupera la corde DB plus près de D que de B, quoique les parties DK & KB de l'ellipse soient égales. Or les cordes DB & $p^3 i$, étant paralleles entr'elles, sont coupées proportionnellement par le demi-diametre CK, donc le point x est plus près de p^3 que de i; mais il n'en est pas de même des ellipses, puisqu'elles ne sont pas équidistantes entr'elles, l'arc $p^3 k$ est plus près du point x que l'arc DK ne l'est du point X, parce que les diametres ne sont pas en même raison; donc la droite KC coupera le premier en k, plus près de p^3 que le point K ne l'est de D, *ce qu'il falloit démontrer*

REMARQUE.

Il suit de ce que nous venons de dire qu'on ne peut éviter toute sorte d'irrégularité; si l'on fait les divisions des voussoirs égales entr'elles, leurs joints montans seront des courbes à double courbure, & si l'on fait les joints à simple courbure elliptique, les divisions seront inégales. On remarque ordinairement ces défauts dans les édifices où les voûtes sont ornées d'arcs doubleaux élevés sur des pilastres espacés dans une tour elliptique à distances égales, comme à un salon des plus modernes & des plus beaux hôtels de Paris. La raison des architectes est sans doute afin que les arêtes des arcs doubleaux se bornoyent en ligne droite. Je n'oserois me déclarer en faveur des joints à double courbure, contre un principe de décoration si bien établi par l'usage; je ne voudrois pas même faire de tels arcs doubleaux en petit nombre & fort éloignés, ou qui ne

feroient pas continués en croifées à la clef, ou diametralement oppofés, s'ils font coupés par un plafond de milieu; mais je penfe que s'il y en a plufieurs dans une voûte fymétrifée, cette ondulation des arcs doubleaux ne fauroit être que très-agréable à la vue, en voici felon moi une preuve convainquante. Si l'on ornoit une voûte fphéroïde de compartimens horifontalement égaux, je veux dire d'égale largeur à chaque rang,, comme font ceux de la voûte fphérique du panthéon, on ne pourroit conferver l'égalité des parties horifontales fans incliner les côtés montans des quadres qui fe plieroient en façon de S par leur inflexion; or cette figure, qui n'eft point défagréable à la vue, paroîtroit au jugement une fuite néceffaire de l'égalité des quadres renfoncés, par conféquent un effet de l'art que la fymétrie rendroit agréable. On peut avoir remarqué pareille décoration dans plufieurs ornemens d'ouvrages d'architecture & de meubles, comme en des tabatieres de ces figures qu'on appelle *de goût*.

Quoique les joints montans à double courbure foient attribués à une plus grande perfection d'ouvrage que les joints à fimple courbure dirigés dans des plans verticaux, je ne condamnerai pas ceux-ci lorfqu'ils feront interrompus par des liaifons & non pas continués jufqu'au pole ou près du pole, comme les arcs doubleaux & les compartimens des quadres refferrés. Je ferai feulement remarquer que cette conftruction ôte la facilité de l'appareil, en ce qu'elle fait que les doëles des vouffoirs deviennent gauches, c'eft-à-dire qu'elles n'ont pas leurs quatre angles dans un plan; ainfi on ne peut les faire, comme nous avons enfeigné au chapitre VII, par la voie du demi-équarriffement, fans une correction un peu difficile, mais feulement par l'infcription des cylindres elliptiques dans le fphéroïde, ce que le Pere *Derand* appelle par équarriffement. Je conviendrai auffi que fi on les fait courbes, & que les vouffoirs foient en affez petit nombre en hauteur pour que la courbure devienne fenfible, c'eft encore une autre petite difficulté, ou pultôt une fujétion; mais fi le nombre en eft grand, ils pourront être pris fans erreur fenfible pour droits, chacun en particulier, parce qu'ils comprendroient une très-petite partie d'une courbe dont les inflexions ne feront pas confidérables.

De toutes ces obfervations il fuit que M. *de la Rue* a eu raifon de dire que *cette voûte, à caufe de fa figure elliptique, eft affez difficile à bien exécuter; c'eft pourquoi on doit apporter autant de foin à*

tracer les voussoirs qu'à les bien poser. Mais comme il se contente d'indiquer les difficultés sans en lever aucune, & sans éviter les fautes du Pere *Derand* qu'il a suivi, je vais tâcher d'y suppléer. Je remarquerai auparavant une correction dans son errata qu'il n'auroit pas dû faire. *Les foyers* (dit il) *de l'ovale du plan serviront pour tracer les ellipses qui représentent les plans des assises.* Cela est impossible ; car s'il entend par le mot d'*ellipse* la courbe qui est une des sections coniques, il est démontré que les concentriques semblables ne peuvent avoir les mêmes foyers ; & s'il entend par ce mot *l'ovale* composée d'arcs de cercles, nous en avons fait voir l'inconvénient qu'on ne peut lever. Pour donner ce trait avec toute la justesse convenable, & pour distinguer par des noms des choses différentes, nous diviserons les voûtes sphéroïdes en *regulieres* & *irrégulieres*. Les *régulieres* sont celles qui sont formées par la révolution d'une ellipse sur son grand axe. Les *irrégulieres* sont celles qui ne sont pas formées par cette révolution, mais dont les sections des joints horisontaux sont des ellipses semblables & concentriques dans la projection, rangées dans la hauteur les unes sur les autres suivant le contour d'une demi-ellipse verticale, & perpendiculairement à son petit ou à son grand axe. On peut encore la considérer suivant une autre génération, en supposant une demi-ellipse verticale qui se meut autour de son demi-axe vertical, laquelle s'ouvre & se resserre en tournant suivant le contour d'une ellipse horisontale dont le centre est dans l'axe de la verticale ; nous appellerons cette derniere espece de corps un *ellipsoide*, pour le distinguer du sphéroïde.

PROBLEME XIX.

Faire une voûte en sphéroïde oblong.

En termes de l'art,

Voûte en cul-de-four, sur un plan ovale.

Premier Cas.

Du sphéroïde régulier.

Soit (fig. 200.) l'ellipse A H B D, le plan horisontal de la voûte, ou si l'on veut seulement sa moitié A D B, pour faire *Fig. 200.*

servir l'autre moitié A H B de profil suivant son grand axe, où est sa longueur. Sur D H, petit axe, comme diametre, on fera le demi-cercle D h H pour servir de profil suivant sa largeur, & on divisera la moitié D h en ses voussoirs, par exemple ici en trois & demi aux points 1, 2, 3, h, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur D C aux points P, p^2, p^3. On tirera la corde D B du petit au grand axe, & par les points P, p^2, p^3, on lui menera des paralleles qui couperont le demi-grand axe C B aux points e, g, i, qui seront les extrêmités des ellipses concentriques qu'il faut tracer pour faire les projections des joints de lit de chaque assise ou rang de voussoirs ; ainsi on portera les moitiés de leurs grands axes de l'autre côté de C, savoir Ce en C E, Cg en C G, Ci en C I, & par le problême VII du IIe livre, on tracera les ellipses E P e, G p^2 g, I p^3 i, qui seront semblables & concentriques, mais non pas *équidistantes*, comme les demandent mal à propos le Pere *Derand* & ses sectateurs.

Fig. 200. Pour le démontrer, on n'a qu'à examiner les triangles semblables C D B, C P e, où l'on a C D . C P : : C B . C e, ou en divisant C D — C P = P D . C D : : C B — C e = eB . C B, & en alternant P D . eB : : C D . C B. Or C D est plus petit que C B, donc l'intervalle P D d'une ellipse à l'autre au petit axe, est plus petit que C B, distance des deux ellipses au grand axe; *ce qu'il falloit démontrer* pour condamner les pratiques des auteurs de la coupe des pierres. Mais, diront leurs partisans, il suit de-là que les doëles seront de largeurs inégales, puisque la corde B 10 du profil B H sur le grand axe est plus grande que la corde h 1 f du profil h H sur le petit axe, quoique la hauteur horisontale de ces points soit égale, parce qu'entre les paralleles 1 f 10 & C B, la corde h 1 f est moins inclinée que la corde B 10, ce qui n'arrive pas dans la construction du Pere *Derand*. J'en conviens, mais cette inégalité, outre qu'elle est imperceptible à la vue, n'est pas un défaut, c'est une propriété inséparable & nécessaire à l'uniformité des divisions de la figure coupée par des plans horisontaux ; telle est celle du retrécissement des degrés de longitude sur la sphere armillaire, & des quadres de compartimens des voûtes sphériques, qui ne sont en rien désagréables à la vue.

Les projections horisontales des joints de lit étant tracées par des ellipses concentriques & semblables, on pourra tracer les joints montans par des lignes droites, au lieu des courbes tirées de

de la circonférence au centre, si l'on veut tailler les voussoirs par équarrissement, & ne pas se piquer d'une trop grande régularité. Mais si on est plus curieux d'exactitude, ou qu'on ait des compartimens suivis à faire depuis la naissance jusqu'à la clef, on les tracera en lignes courbes par plusieurs points que l'on trouve très-facilement. Ayant divisé l'arc de naissance D K B en un nombre arbitraire de parties égales, comme ici en cinq, aux points 5, 6^1, 7^1, 8^i, B, on divisera les autres quarts d'ellipses, qui sont les projections des joints de lit, en un même nombre de parties égales, comme P*e*, aux points 5^2, 6^2, 7^2, 8^1, *e*, & ainsi des autres, & par les points trouvés on tirera à la main ou avec une regle pliante les courbes C 7 7^3 7^2 7^1; C 6 6 6^2 6^1; C 5 5 5^3 5^1, qui auront deux inflexions opposées comme des S. *Fig.* 200.

On peut aussi les trouver autrement, par des lignes droites, en déterminant la longueur des doëles des voussoirs par des cordes paralleles entr'elles qui coupent les ellipses concentriques. Ainsi ayant déterminé, par exemple, dans un second rang de voussoirs la longueur *ab* sur l'ellipse E L P pour une pierre, on tirera les cordes E*a* & *ab*, & par le point G du lit de dessus, leurs paralleles G*d*, *dc*, qui donneront sur la troisieme ellipse Gp^2 les points *d* & *c*, aux intersections de ces cordes avec l'ellipse; la figure *adcb* sera la projection horisontale du voussoir qu'on se propose de faire, par le moyen de laquelle on pourra tailler ce voussoir de deux manieres, comme il a été dit pour les voûtes sphériques. 1°. Ou par équarrissement, en faisant une portion de cylindre elliptique qui ait pour panneau du lit de dessus l'arc *dlc*, & pour celui de dessous l'arc *a*L*b*. 2°. Ou par panneau de doële plate, comme nous l'avons expliqué à la méthode de la réduction de la sphere en polyëdre, dont nous allons faire l'application au sphéroïde.

Ayant divisé les cordes *ab*, *dc* en deux également en M & *m*, on menera par ces points la ligne Q*q*, qui coupera l'axe AB en *c*, ou la ligne D H auprès du point C; on la divisera en deux également au point *x*, d'où l'on tirera une parallele à CB ou à CD qui coupera l'arc de cercle R*r* au point R; la ligne *x*R sera le demi-axe d'une ellipse dont Q*q* sera le grand axe, par le moyen duquel on décrira le quart d'ellipse R*y* Q. Ensuite des points L, *l*, on élevera des perpendiculaires au diametre Q*q*, qui couperont l'arc Q*y* R aux points *a*, *y*, par lesquels on tirera des lignes *ak*, *yx*, paralleles & égales aux fleches L M,

Fig. 200 & 201. lm; par les points k & x on menera la ligne kx, l'angle rectiligne akx donnera le *biveau* de l'horison avec la doële plate, & la ligne kx donnera la vraie longueur du milieu de cette doële. Pour former le panneau de cette doële, dont on a la projection en $abcd$, on tirera une diagonale dont on cherchera la vraie longueur par le profil, en faisant à part un triangle rectangle qui aura pour une de ses jambes cette ligne am, portée

Fig. 204. en aT (fig. 204.) & pour l'autre la hauteur de la retombée T 2^f, du ceintre primitif DhH; l'hypotenuse am^x sera la vraie longueur cherchée, avec laquelle on fera le panneau de doële plate. On prendra 1°. sur le plan horisontal la longueur aM; 2°. sur le profil de l'arc QR la longueur kx; & 3°. sur le profil séparé (fig. 204.) la longueur am^x dont on fera le triangle ikm^x (fig. 201.); ensuite on prolongera la ligne ik d'une longueur kb, égale à Mb du plan; par le point m^x on menera une parallele dc à ib, sur laquelle on prendra les parties $m^x d$, $m^x c$ égales à celles du plan horisontal md, mc, & l'on tirera les lignes id, cb; le trapeze $idcb$ sera le panneau de doële plate que l'on cherche; ainsi on aura tout ce qui est nécessaire pour tailler la pierre.

Application du trait sur la pierre.

Fig. 202. Ayant dressé un parement pour servir de lit supposé de niveau, on y tirera une ligne ab (fig. 202.) avec laquelle on fera par le moyen de la fausse équerre les angles baN, & abO égaux à ceux du plan de l'épure; ensuite ayant divisé cette ligne en deux également en M, on prendra avec la fausse équerre l'angle aML de la fig. 200, pour tracer sur ce lit la ligne LM. On abattra la pierre avec le biveau Nkx du profil, en tenant une de ses branches sur la ligne LM & l'autre en ligne droite, en bornoyant par le plan de cette branche en sorte que l'angle M ne soit ni à droite ni à gauche des points L & m, ce qui donnera sur la pierre un point m, par lequel & par la ligne ab, ayant fait une surface plane, on y appliquera le panneau $idcb$ de la fig. 201, pour y tracer la doële plate qui donne la position des quatre angles du voussoir. Il reste à présent à creuser la doële entre ces angles.

Premiere méthode, par panneaux de doële plate.

1°. Sur le plan horisontal on tracera l'arc aLb par le moyen d'un

panneau levé sur le plan de l'épure. 2°. Au lit de dessus, on creusera avec une cerche l'arc *dc*, en faisant une plumée par le moyen de cette cerche, dont on tiendra le plan parallele au lit horisontal du dessous, puis avec une autre cerche formée sur l'arc *ay* du profil Q*y*R, on fera une autre plumée pour le milieu de la doële; enfin les deux joints montans se creuseront suivant deux autres arcs elliptiques pris sur des ellipses qui auront pour grand axe les lignes *ad*, *bc* prolongées, comme on a fait pour le milieu L*l*; mais comme cette opération seroit un peu trop longue, il suffira dans la pratique de prendre la fleche de l'arc 1, 2 du ceintre primitif D*h*, ou du secondaire AH, de la porter sur le milieu de la corde du panneau en *fl*, & de mener par les points *c*, *f*, *b* une courbe avec une regle pliante. La doële étant creusée, on abattra la pierre pour former les joints montans, faisant passer une surface plane par les trois points donnés N, *a*, *d* d'un côté, & O, *b*, *c* de l'autre, après quoi il ne restera plus qu'à faire les lits de dessus & de dessous, qu'on doit faire avec le biveau de doële & de lit du ceintre primitif circulaire, pris seulement avec la fausse équerre sur la corde & la coupe *h* 1*f* 5, en la faisant courir quarrément sur les arêtes des lits de dessus & de dessous. Mais cette méthode, toute bonne qu'elle est & suffisante pour la pratique, n'est pas tout-à-fait exacte, en ce qu'elle fait les lits coniques gauches, comme il est visible par le profil; car si l'on fait la ligne de coupe naturelle à l'ellipse 10, 5° égale à celle de la coupe du cercle 1*f* 5, la ligne 5, 5° ne sera plus parallele à l'horisontale 1*f* 10, & comme les cordes 1*f h*, 10 B sont inégalement inclinées, il suit que les coupes 1*f* 5; 10, 5°, qui doivent faire à peu près les mêmes angles avec ces cordes, ne sont pas aussi également inclinées, ni paralleles entr'elles. Il semble que pour la commodité de l'appareil il convient mieux de faire ces sortes de voûtes par la voie de l'inscription des cylindres, qui fournit un moyen de faire les coniques en portions de cônes droits, en sorte qu'à même épaisseur de voûte ils sont toujours de niveau.

Seconde méthode, par l'inscription des cylindres.

Nous avons assez expliqué cette méthode, en parlant des voûtes sphériques, pour qu'il ne soit pas nécessaire d'en répéter ici la pratique; à la perte de pierre près, elle est préférable à celle des panneaux de doële plate, dans ces sortes de voûtes, à

cause de la facilité de l'exécution, particuliérement si l'on vouloit faire les joints montans courbes, comme ils sont tracés à l'épure, parce qu'on peut en appliquer le panneau au lit de niveau du dessus & du dessous, & le tailler comme une portion cylindrique très-peu creuse; cependant elle n'empêche pas qu'on ne soit obligé de faire des cerches différentes pour chaque joint montant, & même pour le milieu des doëles, si le voussoir occupe une assez grande partie pour que les arcs elliptiques deviennent sensiblement différens en contour. On a mis au bas
Fig. 207 & 208. de la planche 59, à la fig. 207; un quartier de pierre ébauché, pour y poser les hauteurs des retombées, les retombées, & les panneaux de tête, & le même voussoir achevé à côté, (fig 208.) ce que l'on peut comparer à la figure 160 de la planche 53, & au discours du chapitre précédent, pages 353 & 354.

SECOND CAS.

Des voûtes sphéroïdes irrégulieres, ou des voûtes ellipsoïdes.

En termes de l'art,

Voûtes en cul-de-four surhaussées ou surbaissées, ou sur un plan ovale.

Cette sorte de voûte differe de la précédente en ce que les sections perpendiculaires à son axe ne sont pas des cercles, mais des ellipses dont le demi-axe vertical est plus grand ou plus petit que le demi-axe horisontal, c'est-à-dire, dont le ceintre est surhaussé ou surbaissé, mais qui sont cependant semblables
Fig. 206. entr'elles. Soit (fig. 206.) l'ellipse A D B E le plan horisontal de la voûte, son ceintre à-plomb ou sa coupe par le milieu en travers A H B, & son ceintre à plomb ou sa coupe par le milieu suivant sa longueur D *h* E, ou *e* H *d*; on prendra celui des deux qu'on voudra pour primitif. Soit, par exemple, la moitié du petit A H divisée en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, A, d'où ayant abaissé des à-plombs sur le demi-axe A C, qui le couperont aux points Q, q^2, q, on menera par ces points des lignes $p\ q$, $p^2\ p$, Q P, paralleles à la corde A E, qui détermineront les longueurs des demi-grands axes des ellipses qui doivent être les projections des joints de lit & les perpendiculaires sur C E, comme P 3°, p^2 2°, P 1°, étant faites égales à celles du ceintre

primitif A H, donneront les points h 1° 2° 3° E de l'ellipse du ceintre sur le grand axe. Si l'on vouloit trouver un ceintre sur la ligne F C, ayant tiré la corde A F, on en useroit de même qu'au cas précédent, dont celui-ci ne differe que par un peu plus de variété, & par conséquent de difficulté pour l'exécution.

Cette trop grande variété de courbures & de sections elliptiques fait, 1°. qu'on ne peut exécuter ces voûtes par l'inscription des cônes tronqués, comme les voûtes parfaitement sphériques, parce que n'ayant pas pour base des cercles, mais des ellipses, les développemens n'en seroient plus des couronnes de cercles, mais des courbes ondées, telles qu'on les voit à la planche 22 du troisieme livre, ce qui rendroit l'opération trop composée. 2°. On ne peut les faire par le moyen des segmens de sphéroïde, qu'il seroit long & difficile de tracer pour chaque voussoir en particulier, comme on en peut juger par ce que nous avons dit au chapitre premier de ce livre. 3. On ne peut les faire par la voie des panneaux de doële plate, lorsqu'on voudra faire les joints montans par des plans verticaux menés sur les lignes droites tirées du centre à la circonférence, parce qu'en ce cas les doëles sont gauches, c'est-à-dire, que les quatre angles des voussoirs, excepté ceux qui sont à distances égales des axes, ne sont pas dans un même plan, à moins qu'on ne commençât par les faire plans pour les recouper ensuite, ce qui employeroit du tems inutilement & demanderoit encore une attention particuliere. Ainsi on est en quelque façon obligé de les exécuter par la voie appellée improprement par les auteurs de la coupe des pierres, *par équarrissement*, qui est celle de l'inscription des cylindres dans l'ellipsoïde.

Remarque sur l'usage.

Ces sortes de voûtes sont très-communes dans les églises modernes, il y en a six égales entr'elles dans celle de Saint Pierre de Rome, trois à chacun des *bas côtés*, dont l'ellipse de l'imposte a 45 pieds de longueur de grand axe, 34 de petit, & 21 de hauteur sous clef, supposant qu'il y en eût une, au lieu de la lanterne de la couronne. Il y en a une à peu près de même grandeur à Saint Sulpice à Paris, à la chapelle de la Vierge, dont le grand axe a 48 pieds de long, le petit 35, & la hauteur sous clef 19. Les églises de Saint André du Quirinal, ou de *Monte Cavallo*, & de Saint Charles du Cours, à Rome, sont voûtées

de cette espece de voûte, avec des lunettes & lanternes; la chapelle du Saint Sacrement des Peres de l'Oratoire, rue Saint Honoré, à Paris, & quantité d'autres qu'il est inutile de citer; ainsi on peut dire que, quoique la plus irréguliere des voûtes en cul-de-four, ce n'est pas la moins usitée. On me dira peut-être que les grandes voûtes se font souvent de briques, comme une partie de celles que je cite, & qu'ainsi on n'y trouve pas les mêmes difficultés qu'aux voûtes de pierre de taille; j'en conviens, mais le trait devient alors nécessaire aux charpentiers pour la formation des ceintres sur lesquels on construit la voûte, & il sert de plus pour la charpente extérieure du comble dont nous allons parler.

Observations sur les figures des dômes.

Lorsque les voûtes sphériques ou sphéroïdes sont apparentes au dehors, on est ordinairement obligé de les recouvrir d'une seconde voûte *d'entrecoupe*, ou d'un comble de charpente de figure différente, qui se présente agréablement à la vue, parce qu'une surface sphérique ou sphéroïde surbaissée n'a pas la même grace étant vue par-dehors que par-dedans; elle paroît trop basse, en termes de l'art, trop *écrasée*, comme l'expérience le montre en quelques-uns des dômes des églises modernes de Paris; de sorte qu'on est obligé de les surhausser par-dehors, comme l'on a fait à Saint Pierre de Rome, & à Paris à la Sorbonne, au Val-de-Grace & aux Invalides, afin qu'étant vus d'en bas ils soient d'un agréable contour; en voici la raison.

Il est certain qu'une sphere entiere, de quelque côté qu'elle soit vue, paroît toujours comme un cercle; c'est ainsi que le soleil, la lune, & les planetes lorsqu'elles sont dans leur *plein* paroissent, en quelque endroit qu'ils soient, sur l'horison ou au zenith, faisant ici abstraction d'un changement insensible que la réfraction peut y causer. Il n'en est pas de même d'une hémisphere dont la section n'est pas dans un plan qui passe par l'œil du spectateur, ni perpendiculaire au rayon visuel passant par le centre de l'objet; car hors de ces cas l'hémisphere paroîtra plus grande que le demi-cercle, si l'œil est du côté de la convexité, & plus petit si il est du côté de la section plane, ce qui est visible par les différentes phases de la lune, où il n'y a jamais qu'une hémisphere de lumiere, & un peu plus, laquelle change cependant toujours à notre égard par ses différentes exposi-

tions. C'eſt pourquoi, les dômes en hémiſphere, qui ſont ſujets à être vus de différens endroits, & de bas en haut, ne ſont apperçus que ſuivant l'apparence du plan paſſant par leurs impoſtes, laquelle ſera toujours une ellipſe par dehors, parce que le rayon viſuel ne peut être perpendiculaire à ce plan que lorſqu'on eſt préciſément ſous le milieu de la clef, ou préciſément en l'air au-deſſus, dans l'à-plomb de la même clef; c'eſt pourquoi il faut que l'art corrige les apparences qui diminuent la grace du contour du dôme en le rendant plus bas que l'hémiſphere apparent, ce que l'on fera par le trait ſuivant tiré d'une des leçons données par feu M. de la Hire dans l'Académie d'architecture, que j'ai énoncé différemment, précédé & augmenté des raiſons qu'il laiſſoit à trouver à ſes auditeurs, & qu'un habile profeſſeur en mathématique, qui l'a publié depuis peu, a de même omiſes & laiſſées à la méditation du lecteur.

PROBLEME XX.

Trouver les axes conjugués de la portion d'ellipſe génératrice d'un ſphéroïde, lequel étant vu d'une diſtance & d'une hauteur donnée, préſente à l'œil l'apparence d'un corps ſphérique.

Ou, pour l'architecture,

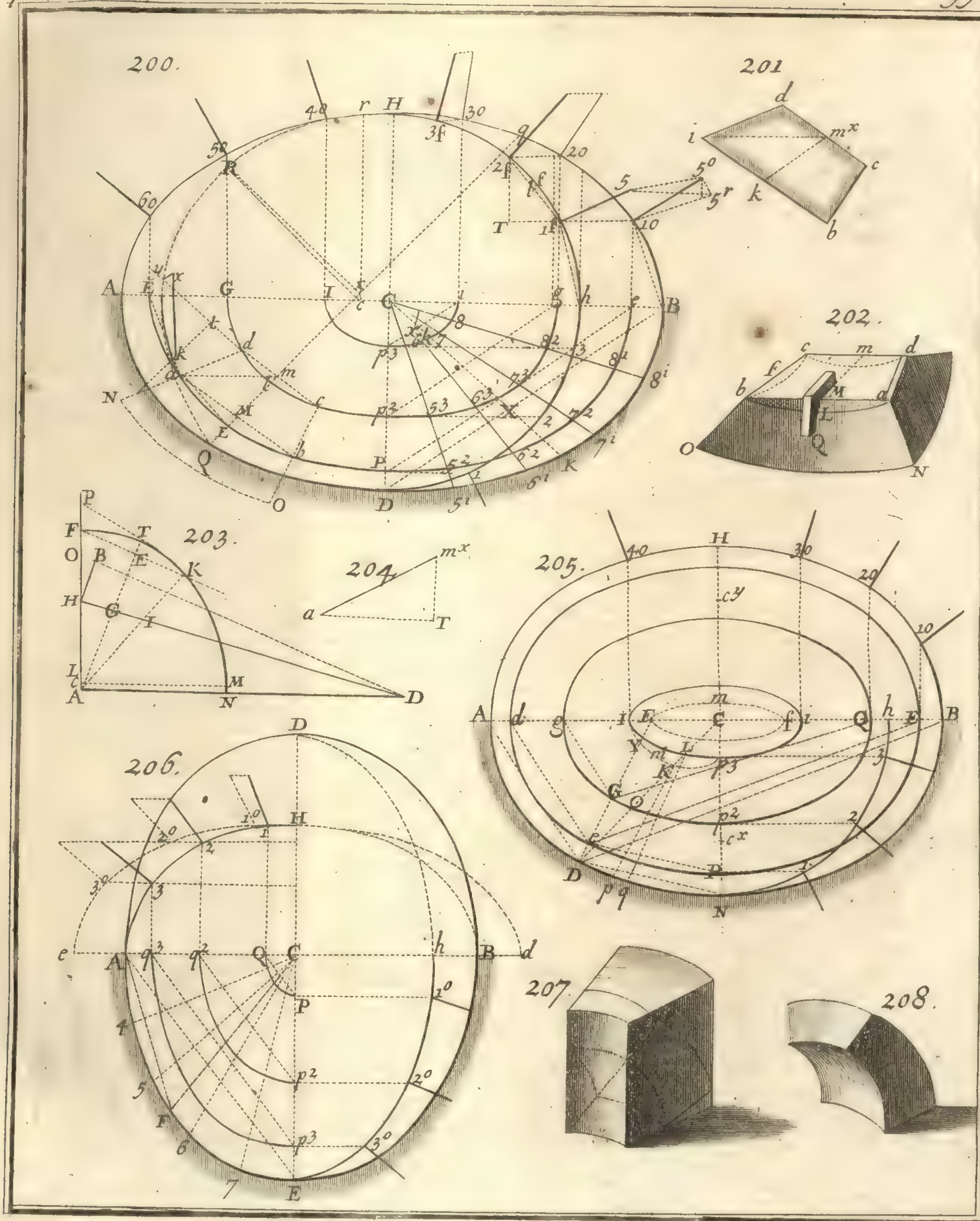
Faire l'épure d'un dôme ſurhauſſé, de maniere qu'étant vu d'une diſtance & d'un niveau donné à la ronde, il paroiſſe à peu près ſphérique en plein ceintre.

Soit (fig. 203.) A H la hauteur de la naiſſance du dôme qu'on doit faire, priſe à-plomb ſur le niveau du point de diſtance donné D; on réduira cette hauteur A H & la diſtance A D en petit, comme l'on fait tous les deſſeins, par le moyen d'une échelle, par exemple, au douzieme, prenant des demi-pieds pour des toiſes, pour en faire un triangle rectangle A H D, qui eſt une préparation néceſſaire au trait de l'épure de la grandeur naturelle du dôme. Ayant fait A H verticale, A D horiſontale, dans les meſures proportionnelles aux vraies longueurs & hauteurs, & ayant tiré H D, on lui menera du point H une perpendiculaire H B, qu'on fera égale à la meſure du demi-diametre du dôme, ſuivant ſa réduction en petit, comme on vient de faire pour le triangle A H D, & l'on tirera la ligne D B. Enſuite, *Fig. 203.*

ſans faire aucune réduction de meſure en petit par l'échelle, on
Fig. 205. menera par le point A une ligne A E perpendiculaire à H D, & égale à la vraie meſure du demi-diametre du dôme; par exemple, ſi la tour qui le porte avoit douze toiſes de diametre, comme celle des Invalides, on porteroit ſur A E la longueur de ſix toiſes, & par le point E, on menera la ligne E F parallele à D B, laquelle coupera A H prolongée au point F. On fera enſuite G I = G H, & l'on tirera A I K, qui rencontrera F E prolongée au point K; on portera la longueur A K de F en L, & l'on diviſera le reſte L A en deux également en c, par où on menera c M parallele à A D & égale à A E, demi-diametre du dôme. Les lignes F c & c M ſont les deux demi-axes conjugués que l'on cherche, & le point c le centre du ſphéroïde, par le moyen deſquels on tracera une portion d'ellipſe plus grande que le quart, d'un arc M N, dont la révolution ſur ſon grand demi-axe c F, formera le ſphéroïde d'un dôme dont l'apparence ſera ſphérique, lorſqu'on le regardera du point donné D, & de tous les équidiſtans à la ronde qui ſeront dans le même niveau.

Explication démonſtrative.

Si on prolonge D B juſqu'à ſon interſection O avec la verticale A F, & qu'on ſuppoſe une ſphere dont le rayon vertical H O eſt élevé au-deſſus de D ou A D de la hauteur A H, on reconnoîtra que ce rayon étant vu du point D doit paroître raccourci ſuivant la perpendiculaire H B, à laquelle il paroîtra égal, l'un & l'autre étant compris dans le même angle de la viſion H D O formé par les rayons viſuels D H & D O; donc par l'inverſe ſuppoſant un rayon de ſphere incliné en H B, il paroîtra égal à un plus long H O. Or par la conſtruction, à cauſe des paralleles E F & B O, partie de D O, on aura H B . A E : : O B . F E : : H O . A F; donc le dôme doit être alongé, c'eſt-à-dire ſurhauſſé, dans le rapport des lignes A E & A F. Cependant parce que la ligne A K, qui fait au deſſous de A E un angle égal à E A F, paroîtroit auſſi égale à A F, quoiqu'elle ſoit plus courte, puiſque la ligne F K eſt inclinée à la ligne H I autant que ſa parallele O D; il paroît convenable de ne prendre ni l'une ni l'autre de ces lignes A F, A K pour demi-axe, mais de placer le centre c au milieu de leur différence L A. Préſentement ſi l'on demande le lieu où l'on doit placer la naiſſance de la lanterne, ou de l'ornement qui doit ſervir d'amortiſſement au dôme, il ſemble


200.
201
202.
203.
204.
205.
206.
207.
208.

ſemble qu'on ne peut mieux la mettre qu'au point d'attouchement T d'une tangente PT menée parallelement à FE, parce que la partie ſupérieure TF ne peut être vue du point D, conſidéré dans le vrai hors de la réduction, ainſi cette partie étant totalement inutile à la décoration, on ne peut ſe diſpenſer d'y ſubſtituer quelque lanterne, piedouche, ou autre ornement plus élevé, dont la baſe doit paſſer au point T. Mais comme ce dôme n'eſt pas toujours vu d'une même diſtance, pluſieurs architectes veulent que cette lanterne ait le tiers du diametre du dôme; c'eſt une affaire de goût dont on trouve différens exemples dans les ouvrages des plus fameux architectes. Il ne s'agit pas ici d'en faire l'examen. *Fig. 203.*

Des voutes spheroides tronquées.

En termes de l'art,

Voûtes en cul-de-four en pandantif ſur un quarré long, ou ſur un lozange, dans laquelle les clefs des formerets ſont de niveau.

Soit (fig. 213.) le quarré long ADBE le plan horiſontal de la voûte en cul-de-four. Ayant tiré les diagonales AB, DE, qui ſe croiſent en C, on décrira ſur un des petits côtés AD, comme diametre, le demi-cercle A*h*D pour ceintre du petit formeret, qu'on diviſera en ſes vouſſoirs en nombre pair, comme aux traits précédens des voûtes ſphériques de cette eſpece, aux points 1, 2, 3, *h*, 5, 6, 7, deſquels ayant abaiſſé des perpendiculaires ſur AD, qui la couperont aux points *p*, *p*, on menera par ces points de chaque côté du milieu F, des lignes FG, *pq*, *pq*, paralleles aux diagonales AB, DE, qui couperont le côté DB aux points G, *q*, *q*; on en fera de même aux quatre coins du quarré long, comme on le voit à la figure, pour avoir les plans ou projections horiſontales des panaches. On portera enſuite la moitié AF de I en *hf* ſur le côté AE, & du centre C, par le point *hf*, on fera un quart de cercle CSK qui coupera GI prolongée en K, par où on menera KL parallele à IF, qui coupera HF prolongée au point L; les lignes CK & CL ſeront les moitiés des axes conjugués de l'ellipſe ALDNBO, &c. circonſcrite au quarré long ADBE, laquelle eſt le plan horiſontal de la voûte ſphéroïde tronquée par les murs élevés ſur les côtés AD, DB, BE, EA. Or parce que *Plan. 60. Fig. 213.*

nous ſuppoſons le ſphéroïde régulier formé par la révolution de cette ellipſe ſur ſon axe LO, on peut conſidérer ſa moitié LDNBO, comme le profil ou la ſection verticale de cette voûte par ſon axe, dans lequel on voit que CG étant égal à F*h*, hauteur du ceintre A*h*D, par la conſtruction, le point G peut repréſenter le point H du formeret DH B, au-deſſus duquel la voûte s'éleve d'un ſegment dont DNB eſt le profil qui comprend la partie repréſentée à la projection par le rhombe FGHI & ſes paralleles, leſquels ſont les projections des joints de lit, comme à la voûte précédente. La formation du ceintre DH B du formeret eſt très-aiſée, puiſque l'on a les points de la projection de ſes diviſions en G, *q*, *q*, & les hauteurs des perpendiculaires qu'on y doit élever, ſavoir *p* 1, p^2 2, p^3 3, F*h*.

Fig. 213

Il nous reſte à trouver les hauteurs du milieu des arcs du panache, qui ſont les demi-axes des ellipſes dont les arcs *f*M*g*, 3^p *m* 3^q, &c. ſont des parties. On menera par les points *p*, p^6 & p^7, des paralleles à FI, qui couperont la diagonale AC aux points *n*, *n*, par leſquels on menera des paralleles à AK qui couperont le rayon CK aux points O, I, O, O^7, deſquels on élevera des perpendiculaires à CK qui couperont le quart de cercle SK aux points *z*, *hf*, 16, 17, où ſeront les hauteurs demandées. Ainſi la ligne O*z* ſera le demi-axe de l'ellipſe dont *f*M*g* eſt une partie, de laquelle FG eſt la projection horiſontale, & en même tems une partie de ſon grand axe, dont on trouvera la longueur entiere en la prolongeant de part & d'autre, juſqu'à ce qu'elle rencontre l'ellipſe ALDBO circonſcrite au rectangle ADBE, qu'elle coupera aux points f^e, g^e; la ligne $f^e g^e$ ſera ſon grand axe, par le moyen duquel & du petit axe trouvé O*z*, on décrira une portion d'ellipſe *f*M*g*, qui eſt le dernier joint de lit du ceintre du panache. On trouvera de même le grand axe LN de l'ellipſe dont 3^p *m* 3^q eſt l'arc vertical de l'élevation du troiſieme joint de lit du panache, par le moyen duquel & de la moitié de ſon petit axe I*hf*, on décrira un arc elliptique qui paſſera par les points 3^p, *m*, 3^q. On aura de même le grand axe *ik* & la moitié du petit o^6 16, pour tracer l'arc 2^p *m* 2^q, &c. & le reſte de la projection verticale de tous les joints de lit du panache compris dans la figure D*f*M*g*D.

Il reſte encore à tracer les projections des joints de lit compris entre les quatre panaches dans le rhombe FCHI. Pour cela on

divifera l'arc S *hf* qui eft coupé en *hf* par la ligne AE, en deux parties & demie pour comprendre deux rangs de vouffoirs & la moitié de la clef aux points *y*, *x*, defquels on abaiffera des perpendiculaires fur le rayon CK, qui le couperont aux points V & *u*. On menera par ces points de part & d'autre des lignes *ut* & VT paralleles à IH, qui couperont CH aux points *t* & T, par lefquels on menera d'autres lignes égales aux précédentes & paralleles à HG. Ainfi en continuant autour de C, ces lignes *ux*, & V*y* feront les hauteurs des naiffances *ut* & VT des arcs elliptiques des joints de lit des rangs de vouffoirs verticaux compris dans le cul-de-four dont les projections horifontales font les droites *ut*, VT, qui font auffi des parties de leurs grands axes, qu'on trouvera en prolongeant ces lignes jufqu'à l'ellipse circonfcrite, comme VT en *a*; la ligne *ba* fera la moitié de cet axe, dont il faut encore trouver la moitié de fon conjugué, qui eft repréfentée en projection horifontale par le feul point *b*. On tirera la droite EO, à laquelle on fera *be* parallele, qui coupera CO en *e*, d'où l'on élevera fur la même CO une perpendiculaire *ed* qui coupera l'arc elliptique DNB du cul-de-four au point *d*, la ligne *ed* fera le demi-axe conjugué au demi axe *ba*, par le moyen defquels on décrira l'arc elliptique dont V*b*T eft la projection horifontale, comme nous l'avons dit pour ceux du panache. On trouvera de même celui dont *ut* eft la projection. Ces arcs étant tracés à part, (ce que nous n'avons pas fait dans ce trait faute de place dans la planche) on aura tout ce qui fera néceffaire pour tailler les vouffoirs par la voie de l'équarriffement, qui eft la plus convenable & la plus expéditive pour ces fortes de voûtes. On pourroit cependant fort bien fe fervir de la formation des fegmens de fphéroïde pour y infcrire les vouffoirs à branches des angles F, G, H, I; T, V, *u*, *t*, &c. de la même maniere que nous l'avons expliqué pour les vouffoirs du fphéroïde oblong de la voûte en cul-de-four, fur un plan ovale; car celle-ci eft de même un cul-de-four fur un plan ovale, mais tronqué de fes parties ALD, DNB, & des deux autres oppofées & égales, par les murs BE, EA, avec cette feule différence que les rangs de vouffoirs font verticaux. *Fig.* 213.

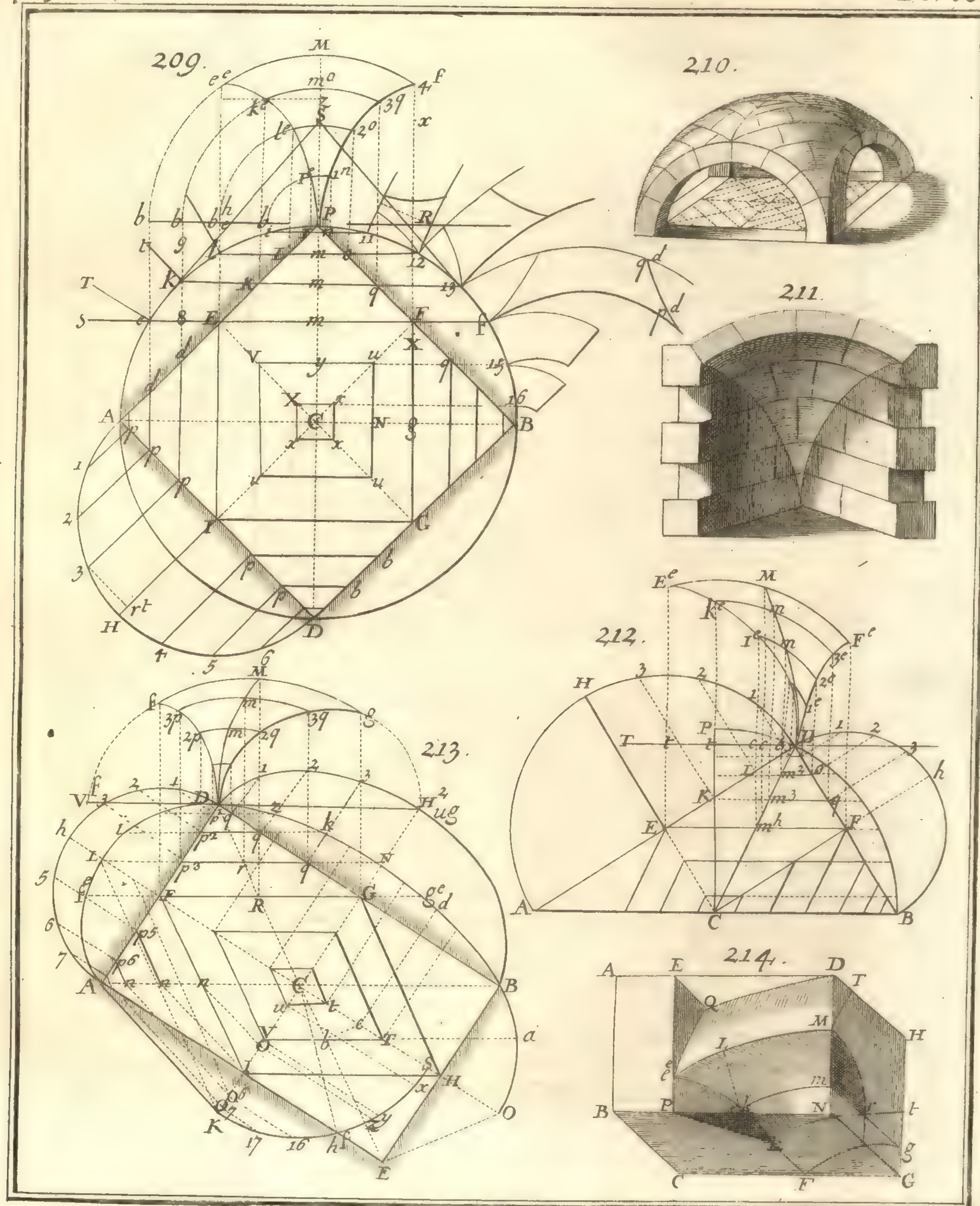
Nous ne propoferons pas ici la voie des doëles plates, parce que les furfaces paffant par les quatre angles des vouffoirs ne font pas ordinairement planes mais gauches, il n'y a que le vouffoir triangulaire de la naiffance de chaque panache qu'il

Fig. 213. convient fort de tailler par le moyen d'une doële plate, comme nous l'avons expliqué au chapitre précédent, pour les panaches des voûtes ſphériques, parce qu'il n'a que trois angles dans ſon tronc ; c'eſt en effet le moyen le plus ſimple & où il y a le moins de perte de pierre. La meilleure méthode pour les autres vouſſoirs qui ont quatre côtés, eſt de les tracer & tailler par équarriſſement, comme il a été dit pour les voûtes ſphéroïdes, il n'y a de différence que dans la figure de l'élevation & point dans l'application. Il faut ſeulement changer les biveaux mixtes de lit & de doële, ſuivant l'exigence des coupes des ellipſes, aux points où elles ſont coupées par les lits, ce qui demande un peu de ſoin & d'attention, parce que ces lits ſont des ſurfaces coniques gauches, en ce qu'elles ſont parties de cônes ſcalenes & non pas droits, comme aux voûtes ſphériques.

Explication démonſtrative.

Il faut ſe repréſenter une moitié entiere de voûte ſphéroïde dont l'ellipſe A L D N B O, &c. eſt le plan horiſontal de l'impoſte, enſuite que cette moitié eſt coupée par des plans verticaux paralleles entr'eux D B, A E, & A D, B E, qui retranchent des ſegmens elliptiques A L D, D N B, &c. dont les ſections verticales ſont repréſentées, l'une par le demi-cercle A h D, conſidéré comme perpendiculaire à l'axe L O de la demi-ellipſe L N O, qui eſt la génératrice du ſphéroïde par ſa révolution autour de cet axe L O. L'autre ſection eſt repréſentée par l'ellipſe D H^2 B, qui doit être ſemblable à l'ellipſe génératrice L N O (par le théorême V. du premier livre), parce que le ſphéroïde eſt coupé en D B parallelement à l'axe L O, & que la moitié de ſon petit axe G H^2 doit être égale au demi-diametre F h de la ſection circulaire, c'eſt-à-dire, que les hauteurs des deux ſections doivent être égales. En voici la raiſon.

Si l'on ſuppoſe un troiſieme plan vertical coupant le ſphéroïde par les points F & G du plan horiſontal, qui ſont les projections des points h & hf, il coupera les plans verticaux par A D & D B, à diſtances égales du point R de la diagonale D E, où eſt le centre de la ſection elliptique faite par ce troiſieme plan; donc les ordonnées de l'ellipſe tirée des points F & G à ſon diametre $f^e g^e$, ſeront égales entr'elles (par l'article 37 du premier livre). Mais ces ordonnées ſont auſſi communes aux ſections des plans A D & D B coupés par leurs milieux



209.
210.
211.
212.
213.
214.

F & G; donc les verticales représentées par les lignes Fh & GH sont égales entr'elles, *ce qu'il falloit démontrer.*

Présentement, si l'on examine le reste de la construction, pour trouver les diametres & les hauteurs des sections elliptiques des plans passans par les joints de lit, on remarquera facilement que nous avons trouvé ces diametres en prolongeant les projections des joints de lit jusqu'à la circonférence de l'ellipse ALDNBO, &c. où elles doivent se terminer, supposant le demi-sphéroïde entier, & que nous avons trouvé les hauteurs en divisant ces diametres proportionnellement à ceux des autres sections, qui ne leur sont ni égales ni paralleles; & qu'enfin nous avons quelquefois supposé des sections imaginaires, par exemple par le milieu de la clef en KN, pour avoir les hauteurs du quart de cercle SK, qu'il faut se représenter comme perpendiculaire au plan ADBE, quoiqu'il soit couché sur ce plan, par la nécessité du dessein qui ne peut exprimer des surfaces en l'air; ainsi pour peu qu'on y fasse attention, on reconnoîtra que tout y a été fait dans l'exactitude géométrique.

DES VOUTES CONOIDES.

Ce seroit ici le lieu de parler des voûtes *conoïdes*, si elles étoient en usage dans l'architecture; mais comme il est rare qu'on se serve de paraboles ou d'hyperboles pour faire des ceintres, parce que leur naissance feroit un jarret à l'imposte avec les piédroits, nous n'en dirons rien; cependant si le cas arrivoit, il ne seroit pas plus difficile à résoudre que par les sphéroïdes, lorsque les lits seront de niveau à chaque rang de voussoir, parce que leurs projections seroient des cercles, & les joints montans des portions de paraboles ou d'hyperboles égales entr'elles dans chaque rang; enfin les coupes des lits se trouveroient par la méthode qui en a été donnée au problême 16; page 194 du deuxieme livre. Mais si ces voûtes étoient fermées en poligone, comme certaines voûtes sphériques dont nous avons parlé, pour trouver les joints de lit, il faudroit chercher les sections des plans qui les couperoient, lesquelles, suivant les directions données, seroient ordinairement des ellipses, comme il a été démontré au théorême VI du premier livre.

CHAPITRE IX.

DES VOUTES ANNULAIRES.

En termes de l'art,

Des voûtes sur le noyau.

NOUS rangerons les voûtes sur le noyau à la suite des sphériques, parce qu'elles y ont beaucoup de rapport dans leur partie concave, & qu'elles peuvent être construites par les mêmes moyens. Le nom d'*annulaires* que je donne aux berceaux tournans, quoiqu'inusité en architecture, exprime parfaitement la figure de ces sortes de voûtes; car si l'on coupe un anneau à verge ronde sans chaton par la moitié de son épaisseur, on aura une figure semblable à une voûte sur le noyau, en prenant le plein de l'anneau pour le vuide de la voûte.

Pour donner une idée plus juste de cette figure & en exprimer géométriquement la génération, il faut la considérer comme la trace d'un demi-cercle ou d'une demi-ellipse verticale AHB

Fig. 215. (fig. 215.) qui se meut par son centre sur une courbe quelconque horisontale CIK, circulaire elliptique, ou de telle autre courbure qu'on voudra, en telle situation que son rayon CH soit toujours vertical, & que son diametre AB soit non-seulement toujours horisontal, mais aussi toujours dirigé au centre C^n du noyau BDEC^n, dont on ne met ici que le quart, supposant la courbe de révolution CIK circulaire; car si elle étoit elliptique, comme il arrive quelquefois, le diametre AB ne doit pas être dirigé au centre, mais en un point *u* (fig. 216.) déterminé par une perpendiculaire V*u* menée à la tangente T*t*, sur un point R de la courbe elliptique de révolution KR*c*; cette connoissance présupposée, venons à la pratique.

PROBLEME XXI.

Faire une voûte sur le noyau, circulaire ou elliptique, tournant sur une courbe quelconque.

PREMIER CAS,

Où la courbure de révolution est circulaire.

Soit (fig 215.) un quart de couronne de cercle ABDEQLA le plan horisontal de la voûte dont le quart du noyau est BDEC^n;

fur AB, comme diametre du ceintre, on décrira un demi-cercle AHB, ou si l'on veut une demi-ellipse surhaussée ou surbaissée, dont on divisera le contour en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires qui en donneront les projections aux points p^1, p^2, p^3, p^4, par lesquels on tracera autant de cercles concentriques au noyau du point C^n; enfin par les divisions 1, 2, 3, 4, & par le centre C^n, on tirera les joints de tête 1, 5; 2, 6; &c. & la préparation générale sera faite. Il n'y a plus qu'à se déterminer au moyen de faire le trait soit par panneaux ou par équarrissement, c'est-à-dire, par l'inscription des cylindres. *Fig. 215.*

Premiere méthode.

Par l'inscription des cylindres, appellée équarrissement.

L'application de ce systême est ici la même que pour les voûtes sphériques ou sphéroïdes. Ayant déterminé la longueur du voussoir qu'on se propose de faire, par exemple un du second rang 1° 1^i dans la partie concave près du grand piédroit sur la projection p M s 1e, on tirera par ses extrêmités & par son milieu M, des lignes droites au centre C^n du noyau, qui donneront pour la projection horisontale du voussoir le quadriligne mixte 1° M 1^i 2^i s 2°, dont on levera le panneau suivant lequel on abattra la pierre, pour en former une portion de cylindre telle qu'on le voit en perspective à la fig. 221; puis ayant pris à l'élevation (fig. 215.) la différence des hauteurs de retombée 2 *g*, on la traînera sur la surface concave *g* S *g* de la figure 221, pour y tracer la courbe 2 *e* 2 parallele à l'arête *gg*. On prendra aussi la retombée 1 *g* de la fig. 215, pour la traîner sur le lit de dessous perpendiculairement à la même arête *g* S *g*; ensuite appliquant le panneau de tête 5, 1, 2, 6 sur chacune des têtes *a g* & son opposée, (fig. 221.) on en tracera le contour, suivant lequel on peut abattre la pierre de différentes manieres. *Premierement*, pour former les lits, on peut se servir du biveau *g*, 2, 6 pour former celui de dessus 6, 6; 2, 2; appuyant une de ses branches sur le parement creux *g* 2, 2, *g* quarrément sur la ligne 2 *e* 2, de la fig. 221.

Secondement, on peut creuser la doële par la même maniere avec un biveau mixte formé sur l'angle mixte du lit & de la doële 6, 2 *e* 1, (fig. 215.) ou, si le lit n'est pas encore fait,

Fig. 215. avec le biveau de l'à-plomb & de la même doële V 2, e 1, & ensuite former de même le lit de dessous avec son biveau. Ce que nous avons fait pour la partie concave se fera de même pour la partie convexe, par exemple, pour le quatrieme voussoir dont la projection est le trapeze mixte $3^o\ 4^o\ n4\ 3\ m$, ainsi qu'il est représenté à la figure 222 en perspective, laquelle produira un voussoir dont la figure est dessinée de même au chiffre 220 avec les lettres & chiffres relatifs à la fig. 215.

Seconde méthode, par panneaux flexibles.

L'application de ce systême de supposition de cônes tronqués inscrits dans l'anneau est encore la même qu'aux voûtes sphériques; car si l'on fait QS perpendiculaire au rayon A C^n du cercle de révolution A L Q, cette ligne pourra être considérée comme l'axe commun à tous les cônes tronqués des rangs de voussoirs, dont une partie en dessus est l'axe de ceux de la partie concave, depuis la naissance du grand piédroit en A jusqu'à la clef en H, & la partie en dessous sera l'axe commun de tous les cônes tronqués de la partie convexe autour du noyau, depuis la naissance B sur ce noyau jusqu'à la clef en H. Cela supposé, il n'y a qu'à prolonger les cordes des arcs A 1; 1, 2 en dessus jusqu'à la rencontre de l'axe QC, que la premiere corde A 1 ne rencontre que bien loin hors de la planche, & que la corde 1, 2 rencontre au point C, duquel comme centre, & pour rayons les intervalles, C^2 1, C^2 2, on décrira des arcs 1, 1^d; 2, 2^d qu'on terminera à telle grandeur que l'on voudra par une ligne $1^d\ 2^d$, tendante aussi au centre C^2; la portion de couronne de cercle 1, $1^d\ 2^d$ 2 sera le développement de la doële conique tronquée inscrite à la partie concave de la seconde assise de la voûte sur le noyau.

On en usera de même pour la partie convexe du côté du noyau, avec cette différence qu'au lieu de prolonger les cordes en haut, on les prolongera en bas jusqu'à l'axe C^nQ, comme la corde 3, 4, qui rencontrera cet axe au point x^4, où sera le centre de la portion de couronne 3, 3^d 8, 4, & la corde 4 B le rencontrera au point *s*, où sera le centre de celle B 4^d; ainsi il n'y a qu'à se rappeller ce qui a été dit de la construction des voûtes sphériques suivant ce systême, pour l'appliquer à celles des voûtes sur le noyau, où il n'y aura d'autre différence que des cônes renversés dont les panneaux de développement s'appliqueront

queront ſur des ſurfaces convexes, au lieu que dans les voûtes ſphériques il n'y en a que de concaves. A l'égard de la clef, il n'y a aucune façon qu'à lever le panneau de doële plate ſur le plan horiſontal où il eſt dans ſa juſte étendue & figuré ſans altération, & en faire les coupes ſuivant les angles 6, 2, 3 ou 7, 3, 2.

Troiſieme méthode,

Par le moyen des doëles plates.

Lorſqu'il s'agit de ménager la pierre, on doit préférer la méthode des doëles plates aux précédentes; la conſtruction en eſt tout-à-fait la même, dans la partie concave de puisla clef juſqu'à la naiſſance au piédroit de la tour, que pour les voûtes ſphériques, auxquelles on renvoie le lecteur pour ne pas répéter ce qui a été dit ci-devant, page 334 & ſuivantes. Nous nous arrêterons ſeulement à ce qu'il y a de particulier dans la partie convexe depuis la clef juſqu'au noyau. Ayant déterminé au plan horiſontal la longueur du vouſſoir qu'on veut faire, par exemple (fig. 215.) au quatrieme rang marqué 3, 4 à l'élevation, & $3^o 4^o 4^1 3^1$ au plan horiſontal, comme il a été dit ci-devant à la premiere méthode, page 439 on portera dans une figure 218 à part la longueur de la corde 3, 4 en *mn* à laquelle on fera deux perpendiculaires *qr*, *t*T, qu'on terminera en portant de part & d'autre de *m*, la longueur *qm* du plan horiſontal en *q* & *r*, & la longueur *n*T en *nt* & *n*T, & l'on aura le trapeze *qr*T*t*, qui ſera le panneau de doële plate tangente à la doële convexe du vouſſoir demandé. Enfin on tirera par le point 4 l'horiſontale 4O, & la préparation ſera faite. *Fig.* 215.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate (fig. 219.) & en ayant tracé le contour, on prendra avec la fauſſe équerre l'angle de la doële & de l'horiſon 3, 4O, ſuivant lequel on abattra la pierre pour former un parement de ſuppoſition, ſur lequel on appliquera le panneau levé ſur le plan horiſontal en $n^o t$Tn^i, qui donnera la poſition des lignes $n^o t$ d'un côté, & n^iT de l'autre, par leſquelles & par les lignes *tq* & T*r*, on fera paſſer des ſurfaces planes qui ſeront les joints montans des vouſſoirs, ſur chacun deſquels on appliquera le *Fig.* 219.

Fig. 219. panneau de tête pris à l'élevation de la figure 215 en 7, 3, 4, 8 observant de l'éloigner au point 3 de l'arête de la doële plate au lit de dessus de l'intervalle marqué au plan $q\,3^o$, & au lit de dessous de l'intervalle $t\,4^o$, pris horisontalement, c'est-à-dire, parallelement au lit de supposition horisontale. On abattra ensuite la pierre en surface conique convexe, par le moyen des cerches concaves formées sur les arcs $3^o\,m\,3^i$ au lit de dessus, & $4^o\,n\,4^i$ à celui de dessous, tenues horisontalement, c'est-à dire parallelement au lit de supposition, laquelle position est déterminée par les trois points donnés. Enfin avec la cerche convexe de l'arc 3, 4, on creusera la véritable doële en tenant cette cerche appuyée sur les deux arêtes de lits de dessus & de dessous qu'on veut tracer, observant de tenir le plan de cette cerche dirigé perpendiculairement à la tangente de la surface convexe, & qu'elle soit posée à distance proportionnelle des deux têtes, c'est-à-dire que si elle est sur le milieu du lit de dessus, elle soit aussi sur le milieu de l'arête du lit de dessous; si elle est posée au tiers de l'un, qu'elle soit aussi au tiers de l'autre; par ce moyen on aura la doële exactement formée, suivant laquelle on abattra la pierre avec les bivaux mixtes 4, 3, 7 & 3, 4, 8, pour guides, posés de la même maniere que la cerche de la doële pour former les lits convexes au-dessus & concaves au-dessous en surfaces coniques.

Si les arêtes des lits sont bien faites, on peut s'épargner la peine de faire des biveaux mixtes, en se servant de la fausse équerre ouverte sur les angles de coupe 4, 3, 7 & 7, 3, 8, tenant ses branches perpendiculaires aux arêtes courbes des lits, c'est-à-dire, à leurs tangentes. La différence de ces voussoirs convexes avec ceux de toutes les autres voûtes, est qu'ils se retrécissent en dehors de la doële, & que dans toutes les autres voûtes à doëles concaves ils s'élargissent. Il faut remarquer que la méthode des doëles plates peut servir généralement pour toutes sortes de voûtes sur le noyau, de quelque courbe que soient leurs ceintres de doële, surhaussés ou surbaissés, & de quelque courbe que soit le contour de leur révolution horisontale; mais comme le trait devient alors un peu plus difficile, il est à propos d'ajouter ici quelque chose touchant celles qui ne sont pas circulaires.

Seconde eſpece.

Des voûtes ſur le noyau elliptique.

La conſtruction des voûtes en berceau qui tournent autour d'un noyau elliptique, peut être facilement déduite de celle des deux autres dont nous avons parlé; ſavoir pour la partie concave depuis la grande circonférence de la tour juſqu'à la clef, elle doit être ſemblable à celle d'une voûte ſphéroïde; & pour la partie convexe depuis le noyau juſqu'à la clef, elle doit être tirée de celle de la voûte ſur le noyau circulaire, avec quelques petits changemens de direction des têtes & des lits, qui ne doivent pas tendre au centre de l'ellipſe du noyau, mais être perpendiculaires à la tangente du noyau, aux points où ils le rencontrent. Il n'y a donc pas de difficulté pour l'exécution, mais il y en a un peu pour en tracer le plan horiſontal ſur des termes donnés.

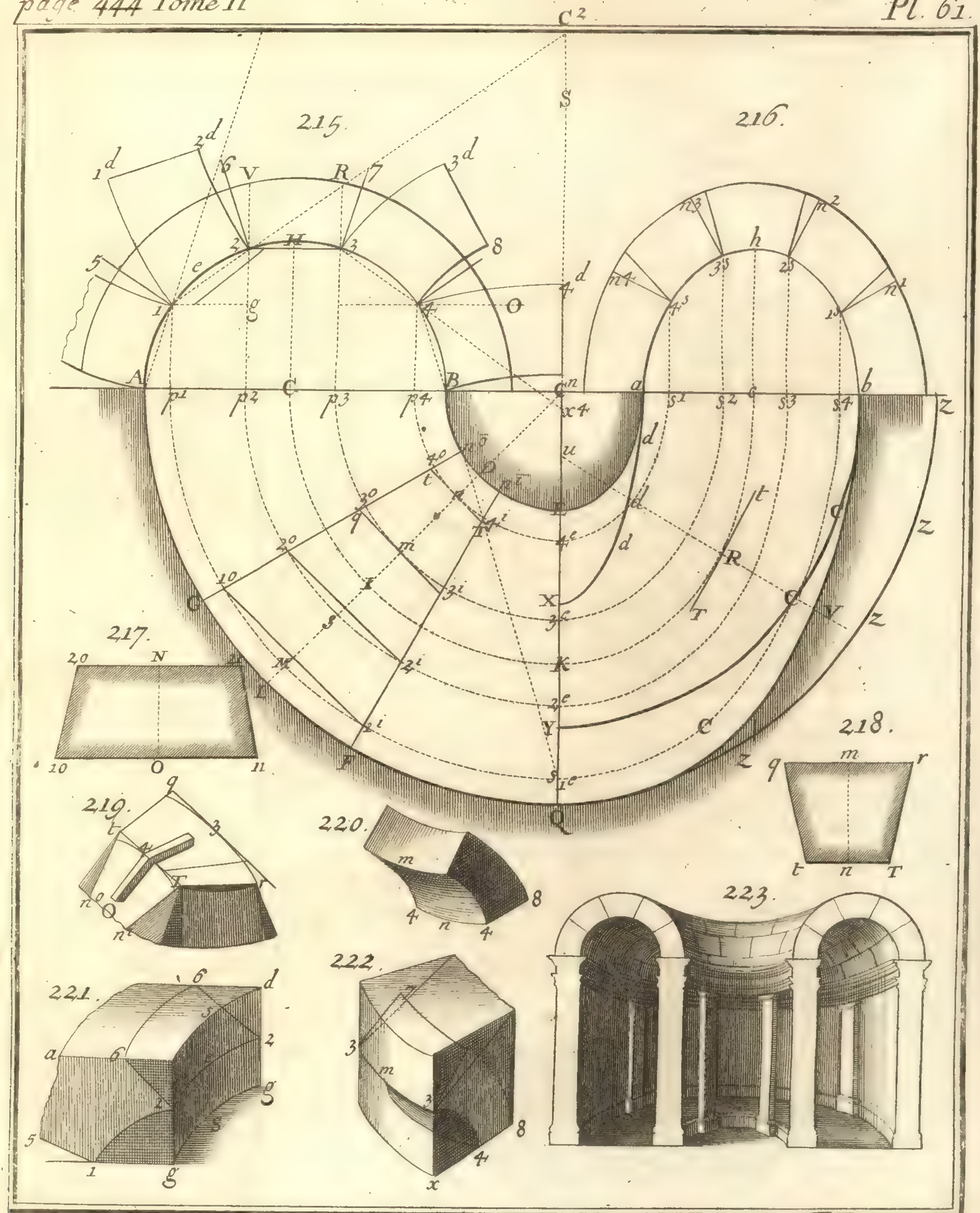
Premierement, ſi le noyau eſt ovale d'une compoſition d'arcs de cercles dont les deux centres des petits arcs ſoient dans la maſſe du noyau, il n'y aura point de difficulté à continuer toutes les ovales concentriques qui doivent marquer les projections des joints de lit & le contour du mur de la tour en ovale. Mais ſi le contour concave de ce grand piédroit de la tour étoit donné de même compoſition d'arcs de cerles, & que les centres de ces arcs donnés ſur le grand axe fuſſent hors de la maſſe du noyau, c'eſt-à-dire, dans le vuide de la voûte, on ne pourroit plus lui tracer un noyau parallele, je veux dire équidiſtant du contour creux de la tour qui porte la voûte; ce qui eſt clair par ce que nous avons dit du trait des *voûtes ſur un plan ovale. Secondement*, ſi la révolution de la voûte eſt elliptique réguliere, je veux dire, que le contour du noyau & celui du mur de la tour ſoient deux ellipſes géométriques concentriques au centre du noyau C^n & ſemblables, qu'on appelle aſymptotiques, comme ſont les quarts E*a*, Q*b* de la figure 216, il eſt évident (par les théorêmes 1, 4 & 5 du premier livre, & par ce que nous avons dit des voûtes ſphéroïdes) que l'intervalle du vuide de la voûte ſera toujours inégal dans chaque quart d'ellipſe, depuis le grand axe C^n Q au petit C^n *b*; ainſi tous les rangs de vouſſoirs ſeront de largeurs inégales & gauches; c'eſt cependant la figure la plus réguliere. *Fig. 216.*

Troisiemement, si l'on donne pour le contour creux de la tour une ellipse QCC*b*, & qu'on veuille que la voûte ne soit pas plus large dans un endroit que dans l'autre, il faut prendre sur cette ellipse autant de points que l'on voudra à volonté en C, C, C, desquels comme centres, & d'un intervalle donné pour rayon, qui sera la largeur de la voûte, par exemple *a b*, on tracera autant d'arcs de cercles vers *d d*X, auxquels on menera à la main ou avec une regle pliante, une ligne courbe *a d d*X qui les touche tous sans les couper; cette ligne sera le contour du noyau demandé, laquelle courbe ne sera plus une ellipse semblable, mais une *épicicloïde* ou *roulette*. D'où il suit, comme dans le premier cas, que ce noyau deviendra angulaire au eu point X.

Fig. 216.

Quatriemement, si au contraire on donne le quart d'ellipse convexe E *a* pour contour du noyau, on cherchera par la même pratique le contour concave correspondant vis-à-vis, qui doit terminer celui du creux de la tour sur un rayon donné pour la largeur de la voûte, par exemple *a b* ou EQ, par le moyen duquel on tracera autant d'arcs que l'on voudra avoir de points de l'épicicloïde, laquelle sera la courbe menée par l'attouchement de tous ces arcs en Q*z z z*. Cette construction est la plus réguliere & la plus convenable à la beauté intérieure de la voûte & de son noyau, dont le contour peut être tel qu'on le souhaite. Les projections des joints de lit se traceront aussi de la même maniere, & seront équidistantes du piédroit, comme l'on voit en YC*b*.

Le plan horisontal de la voûte étant tracé, il sera facile de faire les ceintres tels qu'on voudra, surhaussés ou surbaissés, avec leurs divisions & à-plombs de retombée à l'ordinaire: un seul suffira si la voûte est par-tout également large; mais si elle est faite en anneau réguliérement elliptique, ce ceintre & ses divisions changeront continuellement dans le quart d'ellipse. Si le ceintre sur la plus grande largeur EQ est circulaire, comme son égal AHB, celui de la petite distance *a h b* sera surhaussé, afin que la clef & tous les joints de lit soient de niveau. Il n'y a pour en faire le trait qu'à suivre ce qui a été dit pour les divisions proportionnelles des diametres des ellipses d'inégales largeurs & de même hauteur. Par les points 1e, 2e, 3e, 4e, provenant des points 1, 2, 3, 4 du ceintre primitif AHB, on tirera des lignes paralleles à la corde Q*b*, qui couperont le


215.
216.
217.
218.
219.
220.
221.
222.
223.

diametre ab aux points s^1, s^2, s^3, s^4, par lesquels on élevera des perpendiculaires égales aux hauteurs des retombées du ceintre primitif $1p^1$, $2p^2$, &c. lesquelles donneront les points 1^s, 2^s, 3^s, 4^s, au contour de l'ellipse surhaussée ahb. Il suit de cette construction, qu'à faire les joints montans suivant la regle, ils ne seroient pas en ligne droite par-tout ailleurs qu'aux axes, ainsi qu'il a été dit de ceux des voûtes sphéroïdes.

Des voûtes sur le noyau incompletes.

Puisque la partie concave d'une voûte sur le noyau, depuis son grand piédroit jusqu'à la clef, n'est autre chose qu'une voûte de four surbaissée, il est visible que chaque rang de voussoir complet *fait clef*, c'est à dire, qu'il se soutient par lui-même; par conséquent qu'on peut ne faire que cette seule partie, laissant le milieu vuide, ou y substituant un plafond. Telles sont les voussures des salons ovales & des tours rondes; ce que j'ai exécuté à une petite chapelle elliptique que j'ai fait bâtir dans un fort. Il n'en seroit pas de même de la partie convexe autour du noyau; il est évident qu'elle ne peut se soutenir sans être appuyée par la concave opposée. Il ne paroît pas nécessaire d'ajouter ici une explication démonstrative de tous les traits de la voûte sur le noyau, parce qu'ils ont tant de ressemblance à ceux des voûtes sphériques & sphéroïdes, qu'il est très-aisé d'en faire une application de soi-même; faisant seulement attention à la différence de la génération des voûtes sur le noyau, dont le ceintre décrit par sa révolution autour du noyau autant de courbes horisontales qu'il y a de divisions de voussoirs, lesquelles sont ordinairement équidistantes dans leur projection de l'intervalle des retombées, à moins que l'anneau ne soit réguliérement elliptique. D'où il résulte, hors de ce dernier cas, que ces courbes de projection des lits peuvent n'être pas de même espece que celle du noyau ou de la tour, comme nous l'avons fait remarquer, mais des épicicloïdes, si le noyau est donné de contour elliptique & le vuide de la voûte de largeur uniforme.

DES VOUTES HÉLICOIDES.

En termes de l'art,

Des berceaux tournans & rampans.

Si l'on suppose qu'une voûte sur le noyau, au lieu de tourner

horiſontalement, s'éleve à meſure qu'elle tourne, il ſe formera une autre eſpece de voûte qu'on doit appeller *vis ſur le noyau*, cependant on lui donne ordinairement deux differens noms. Si le noyau eſt d'un diametre aſſez grand pour pouvoir être vuide dans le milieu, on l'appelle *berceau tournant & rampant*, tel eſt celui qui eſt repréſenté en perſpective à la figure 225 ; mais ſi le noyau eſt ſi petit qu'il ſoit plein, en façon de colonne, on appelle la voûte *vis S. Giles*, parce que la plus conſidérable, ou peut-être la premiere, a été faite au prieuré de *S. Giles*, en Languedoc.

Fig. 224. De ce que nous venons de dire, il ſuit 1°. que la génération des *vis ſur le noyau* ne differe de celle des *voûtes ſur le noyau*, qu'en ce que le demi cercle générateur A H B, qui faiſoit ſa révolution ſur une courbe horiſontale, la fait en s'élevant ſur une helice ſans incliner ſon plan & ſon diametre, & ſans en changer la direction du côté de l'axe de cette helice. 2°. Que chaque point du demi-cercle générateur pris à ſon diametre, ou à ſa circonférence, décrit par ce mouvement une helice de même nature que celle de la révolution centrale, c'eſt-à-dire dont la projection ſera une courbe de même eſpece, circulaire ou elliptique, mais que chacune de ces helices ſera non-ſeulement différente de la centrale, mais encore qu'elles ſeront toutes différentes entr'elles, en ſorte qu'il ne s'en trouvera pas deux égales ; celles qui ſeront les plus près de l'axe, ſeront les moins courbes, & moins inclinées que celles qui en ſeront plus éloignées. 3°. Que cependant celles qui ſeront produites par les mouvemens des points qui ſont de niveau entr'eux, comme 1 & 4, 2 & 3, de la fig. 224, & tous ceux du diametre A B marcheront à pas égal en hauteur, & parviendront en même tems à la ligne perpendiculaire à l'axe de la vis & au plan tangent de l'helice de révolution centrale. J'appellerai celles-ci des *helices compagnes*. 4°. Que les lignes dont l'inclinaiſon eſt donnée avec le diametre A B, ou un arc du ceintre générateur, comme ſont les coupes des joints de tête, conſerveront auſſi toujours leur même inclinaiſon à l'égard de l'horiſon, ou d'une ligne à-plomb parallele à l'axe de la vis. 5°. Que non-ſeulement chaque point du demi-cercle générateur, ou d'un autre ceintre elliptique, ne change pas de hauteur relative à ſon diametre horiſontal, mais encore qu'il ne change pas de diſtance à l'égard de l'axe de la vis, lorſque la projection de l'helice eſt circulaire. Il n'en eſt pas

de même si la projection de l'helice est elliptique; car alors il est visible que le ceintre générateur & ses parties s'en approchent & s'en éloignent deux fois à chaque révolution complete. J'appellerai cette distance de l'helice à son axe *le demi-diametre de l'helice*. 6°. Enfin il suit de cette génération que la surface d'une voûte *en vis* est un composé d'une infinité d'helices inégales quoique de même espece, qui forment une doële & des lits intrinsequement *gauches*, de sorte qu'on ne peut y adapter une surface plane quadrilatere qui puisse la toucher par ses quatre angles; par conséquent qu'on ne peut faire une telle voûte par la voie des panneaux de doële plate simple, sans y ajouter un second panneau en joint, qui atteigne au quatrieme angle, comme nous avons fait à la *trompe en niche sur le coin*, ce qui jetteroit une confusion dans le trait. Ainsi l'on peut dire avec M. *de la Rue* que la voie des panneaux ne convient pas à ces voûtes; mais non pas qu'elle soit impossible comme il le dit, puisqu'il est toujours possible de faire passer un plan quadrilatere par trois points, & de trouver la distance d'un quatrieme point donné à ce plan, par un second panneau en retour.

PROBLEME XXII.

Faire une voûte en vis d'un ceintre quelconque.

En termes de l'art,

Faire la vis S. Giles, en plein ceintre, surhaussée, ou surbaissée.

Soit (fig. 224.) le quart de cercle BDEC^n, le noyau de la vis, c'est-à-dire le quart de noyau auquel les trois autres sont égaux, & le quart de cercle ALQ, le plan horisontal de la tour ronde dans laquelle est la voûte en vis, tournante & rampante autour du noyau. On commencera par faire les divisions du ceintre AHB & les projections des joints de la même maniere que pour la voûte sur le noyau dont nous venons de parler. Ensuite on divisera le grand arc ALQ, en autant de parties égales qu'on voudra, pour assigner à chacune une hauteur arbitraire, par exemple, celle d'une marche de l'escalier, qu'on suppose dans la tour, voûtée, comme ici, en six aux points 1^r FLG, 5^r Q, dont les intervalles rampent chacun de six pouces en hauteur. Par tous ces points on tirera les lignes droites au centre C^n du noyau, *Fig. 224.*

Fig. 224. qui couperont sa circonférence aux points n^1, n^2, D, &c. Ou bien, sans avoir égard aux marches, on assignera au quart de révolution une hauteur comme *f*B; premierement il faut développer les deux helices qui se forment aux impostes de la voûte, l'une au noyau BDE, l'autre au mur de la tour ALQ; ce que l'on fera par le moyen des divisions que nous venons de trouver sur la projection de l'une & de l'autre par les hauteurs qui leur sont assignées; ou bien, en rectifiant tout d'un coup chacun de ces arcs ALQ & BDE, & prenant la hauteur totale, qui seroit dans cet exemple de trois pieds, supposant chaque hauteur de six pouces.

Dévelop-pement.

Fig. 230. On fera donc à part (fig. 230.) un angle droit *saQ*, on portera sur *sa* la hauteur donnée pour un quart de révolution, & sur *a*Q la longueur de l'arc ALQ (fig. 224.) rectifiée, en portant successivement autant de petites parties qu'on jugera à propos, par exemple ici seulement les six de la premiere division 1^r, F, L, G, 5^r, Q; plus il y en aura, plus l'opération sera exacte; & l'on tirera l'hypotenuse *s*Q, laquelle sera le développement de la premiere helice de la naissance de la voûte sur le côté de la tour creuse. On rectifiera de même tous les arcs des projections des joints de lit, $p^1 q^1$, $p^2 q^2$, &c. & celui du contour du noyau BDE, où est l'autre naissance de la voute, pour avoir au développement (fig. 230.) les points *e*, q^4, q^3, q^2, q^1, Q, par lesquels & le sommet *s*, on tirera des lignes droites *se*, sq^4, sq^3, sq^2, *sq*, qui seront les deux développemens de chacune des helices des joints de lit. On déterminera ensuite la longueur du voussoir qu'on se propose de faire, par des lignes tirées sur le plan horisontal, par exemple, pour un coussinet de la tour creuse, la longueur FG; par les extrêmités F, G, & le milieu L, on tirera des lignes au centre C^n du noyau, qui couperont la projection du premier lit aux points 1° 1^i, & ayant prolongé ces lignes dans l'épaisseur du mur à volonté pour la queue de la pierre qui doit y entrer en *r* & *s*, la figure quadrilatere mixte $r 1^o 1^i s$ sera la projection du voussoir qu'on se propose de faire, dont les côtés n'étant pas dans leurs mesures, à cause de l'inclinaison de la voûte, il faut en chercher la valeur comme on va le dire.

Fig. 229. Premierement, on tirera les cordes 1° 1^i, FG & la parallele *rs*, qui couperont la ligne du milieu aux points M, *m*, m^u; puis on fera à part (comme à la fig. 229.) une verticale XL, & une

une horisontale *rs*, sur laquelle on portera de part & d'autre du point L, les longueurs des moitiés des cordes $m^u r$ en L*r*, & L*s*; *m*F de la fig. 224 en LF & LG, de la fig. 229; & M 1° en LI° & LI ; puis par tous les points *r*, *s*, F, G, I°, I^i, on tirera des paralleles à XL indéfinies, qui seront les bornes des trois différentes helices des arêtes du voussoir, 1°. au lit de dessus, 2°. à celui de dessous, à la naissance, & 3°. au même lit de dessous, dans l'épaisseur du mur prise en *rs* de la fig. 224. Il faut présentement chercher la hauteur dont chacune de ces helices s'éleve en rampant sur la longueur horisontale donnée; & parce qu'elles doivent toutes s'élever au même niveau, il suffit d'avoir la hauteur de l'une pour les avoir toutes. Fig. 224 & 229.

On portera la rectification de l'arc FLG de la fig. 224 en QF de la fig. 230; la hauteur 2F sera celle que l'on cherche, qu'on portera à la fig. 229 en F*f* par où l'on tirera l'horisontale *i*R qui coupera les verticales sur *r*R & 1° *i* en R & *i*. On tirera par ces points & par les opposés de l'autre les lignes R*s*, *f*G & *i*I^i qui marqueront les inclinaisons différentes de chacune des helices des arêtes du voussoir proposé, au lit de dessous, où elles se croiseront toutes en M. Pour tracer les helices du lit de dessus, il faut premierement porter sur la ligne du milieu XL, la hauteur de la retombée 1p^1, de la fig. 224 en M*m* de la fig. 229 & au-dessus de la hauteur N1 de la fig. 224, prise de niveau à un point *a*, ou à un autre point 5 pris à volonté sur la coupe 1, 5 : & par les points *m* & N on tirera des paralleles à la ligne du dessous *i*I^i, comme V*u*, & *cd*, terminées aux verticales I°C, I^i*y*. Par le point N (fig. 229.) on tirera aussi *kl* parallele à *f*G, si le point N a été pris de niveau au point *a* de la fig. 224: mais si ce point est pris ailleurs, comme à la hauteur d'un autre point à volonté, comme 5, qui réponde par exemple au point *u* de la projection sur la ligne F*u*, on tirera par le point C une horisontale *a*X sur laquelle on portera la longueur I*u* de la fig. 224 en *k*X, & par les points *k* & N on tirera la ligne *kl*, faisant N*l* égal à N*k*; on aura alors une projection verticale du voussoir R*a*C*dbs*I^iR, qui donnera toutes les mesures de la hauteur & de la longueur de la pierre, comprises par des lignes droites qui n'expriment pas les arêtes du voussoir, qui sont des helices, mais seulement leurs cordes passant par trois de leurs points chacune, savoir, leurs extrêmités & la projection verticale du milieu. Or comme ces helices ont pour

Fig. 224 & 229. projection horisontale un arc de cercle, si la vis est circulaire, il suit que ces courbes sont à la surface d'une portion de cylindre dont les bases sont les arcs FG, 1° 1^i, uV de la fig. 224; il faut commencer par former un segment de cylindre assez grand pour pouvoir les y tracer. C'est pourquoi il faut tirer des lignes droites par les points les plus avancés C & b au lit de dessus, & R & I^i à celui de dessous, des lignes tb & RT; la tranche du cylindre RtbT, qui sera circonscrite aux angles du voussoir, sera capable de le contenir dans toute son étendue.

Il faut présentement chercher la valeur de l'arc dont la projection est l'arc du centre I°$n$$I^i$ (fig. 224.) de la partie du voussoir la plus avancée en dedans, qui a pour corde la ligne inclinée $x I^i$ de la fig 229, au lit de dessous, ou Cy au lit de dessus, lequel arc est une portion d'ellipse, & non pas une portion de cercle, comme le font tous les auteurs de la coupe des pierres, par l'opération des *trois points perdus*; il faut en chercher les points comme il suit. On divisera la moitié de la projection 1° M de la fig. 224, en deux également en o, pour tirer op parallele à la fleche mn, puis ayant divisé la ligne $i\,I^i$, ou Cy (fig. 229.) en quatre parties égales aux points o, M, O, & tiré par ces points des perpendiculaires, on y portera les longueurs Mn & op, (fig. 224.) en Mn, op, & Op de la fig. 229, & par les points C, p, n, P, y, on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe sur laquelle on doit former la cerche pour creuser la surface cylindrique de préparation à la taille du voussoir. Les auteurs en décrivent autant qu'il y a d'autres helices, mais dans notre méthode on verra qu'une seule nous suffit; on pourroit même se contenter de l'arc de cercle 1° n 1^i, si l'on vouloit faire un premier voussoir qui portât son coussinet de niveau à la naissance de la voûte.

Application du trait sur la pierre pour la formation des voussoirs concaves.

Fig. 224 & 229. Ayant dressé un parement de supposition verticale, on y appliquera le panneau en rhomboïde de la section plane faite par une corde, par exemple 1° 1^i du premier voussoir du côté de la tour où il forme la naissance de la vis, lequel est le parallelograme xC$y$$I^i$ de la fig. 229. Le contour de ce panneau étant tracé sur le parement, on abattra la pierre à l'équerre sur les deux côtés Cy & $x\,I^i$, pour former deux lits plans inclinés,

ſur leſquels on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc elliptique ralongé $xpnpI^1$, poſant ſa corde en haut ſur le côté Cy, & en bas ſur le côté xI^i; par le moyen de ces deux arcs on creuſera à la regle une ſurface concave cylindrique, comme elle eſt repréſentée à la fig. 228. On portera enſuite la hauteur de la retombée $1p$ de la fig. 224, en $I^i u$ de la fig. 229, ſur le côté de l'arête yI^i, & la même hauteur ſur le côté oppoſé Cx en iV, de ſorte que l'intervalle xV de ce côté eſt plus grand que $I^i u$ de l'autre, de la hauteur xi, compriſe entre la ligne de niveau Ri & l'inclinée RT, paſſant par les points les plus avancés R & I^i; entre les points de repaires ſur les arêtes en u & V, on tracera une helice avec le panneau de développement, de celle qui paſſe par les points p^1q^1 de la fig. 224, qui eſt à la fig. 230 le triangle rectangle V^1gq^1, lequel panneau ſera fait de carton, ou d'une lame de plomb, pour être appliqué dans le creux du parement concave formé pour la préparation de la fig. 228, en poſant le côté V^1g ſur l'arête Cx de la fig. 229, le point V^1 ſur V, la pointe q^1 tombera de l'autre côté en u. *Fig.* 228.

On peut auſſi tracer la même helice ſans panneau flexible, ſeulement avec une regle pliante; ſur laquelle appuyant d'une main pour la faire toucher au fond du creux, on tracera avec l'autre l'helice Vmu, (fig. 229.) qui ſera l'arête de la doële avec le lit de deſſus du vouſſoir, par le moyen de laquelle on trouvera celle de l'arête du lit de deſſous. Il faut auparavant former les têtes oppoſées du vouſſoir par le moyen d'un biveau mixte $F1^opn$ pris ſur le plan horiſontal de la fig. 224, dont les branches ſeront poſées d'équerre aux arêtes xC & yI^i, comme il eſt marqué aux fig. 228 en Fp, & 229 en do. Sur chacune de ces têtes on tracera, par le moyen d'un panneau ou d'une cerche, l'arc A 1 de l'élevation (fig. 224.), & ſa coupe 5, 1 comme on le voit en raccourci à la fig. 229, en bas en luG, & à celle d'en haut en kVf. On formera enſuite un biveau mixte N 1 A, à la même élevation, (fig. 224.) qui eſt compris par l'à-plomb N 1 & l'arc de la doële 1 A. On poſera la branche droite N 1 parallelement aux arêtes Cx & yI^i (fig. 229.), & on abattra la pierre ſuivant l'exigence de l'autre branche courbe convexe, pour creuſer la doële, obſervant que le plan de ce biveau ſoit toujours bien perpendiculaire à la ſurface concave, & que ſon angle 1 coule toujours ſur l'helice qui a été tracée en Vmu; l'extrêmité de la branche *Fig.* 224 & 229.

Fig. 224 & 229. courbe tracera par ce mouvement l'arête du lit inférieur avec la doële. Enfin on formera un second biveau de lit & de doële sur l'élevation de la fig. 224, en 5, 1 A, abattant la pierre suivant l'exigence de la branche droite, la courbe servant ici de guide, comme la droite servoit au premier biveau d'à plomb & de doële. Si le ceintre est circulaire, le même biveau renversé servira pour les lits de dessus & de dessous, observant de tenir ce second précisément dans la même situation verticale, & son plan perpendiculaire au creux cylindrique, en sorte que s'il étoit prolongé il passât par l'axe de la vis supposé au point C^n.

Formation des voussoirs convexes.

Il faut se ressouvenir que j'appelle voussoirs convexes ceux qui sont du côté du noyau, depuis la clef jusqu'à la naissance sur le noyau, parce qu'ils sont en effet convexes dans le contour horisontal, quoiqu'ils soient encore concaves dans le contour vertical, de sorte qu'on pourroit les appeller *concavo-convexes*.

Lorsque le noyau est assez gros pour être composé de plusieurs pieces dans son circuit horisontal, il est clair que la construction des voussoirs convexes n'est qu'un renversement de celle des concaves, en ce qu'il faut commencer par former une *Fig.* 227. surface cylindrique convexe (fig. 227.) pour tracer l'arête du lit supérieur & de doële, au lieu de la cylindrique concave que nous avons formé aux fig. 228 & 229, & que le voussoir doit être plus large à la doële qu'à la queue, comme le représente la fig. $c f^n g^n d$ de la fig. 227, au lieu que le contraire est observé aux voussoirs concaves. Cette différence au reste ne change en rien le fond de la construction, de sorte qu'en jettant les yeux sur la fig. 227, on peut y reconnoître celle de la fig. 229, observant que celle-ci étoit pour un des premiers rangs des voussoirs concaves, à la naissance, & que la figure 227 est celle d'un voussoir du second rang concave convexe, dont l'helice ab a sa projection au quart de cercle $p^3 q^3$ (fig. 224.), & que son développement à la fig. 230 est le triangle rectangle $V^3 q^4 q^3$; il sera facile d'en faire usage comme du premier $V^i g q^1$, ainsi je crois pouvoir me dispenser de détailler la construction de la fig. 227, où il ne peut y avoir aucune nouvelle difficulté

Il n'en seroit pas de même pour la formation du premier rang des voussoirs convexes, à leur naissance sur le noyau, si le noyau est d'un si petit diametre qu'on soit obligé de le faire

d'une piece à chaque assise, comme l'on fait les colonnes par *tambours*, & même s'il n'étoit fait que d'un petit nombre de pierres à chaque assise, comme de trois ou quatre, parce qu'alors il faut que les voussoirs en tambours portent la rampe du coussinet pour que les lits soient de niveau, ce qui nous oblige à chercher deux courbes de sections de la vis par un plan horisontal. La premiere est la section d'un corps helicoïde convexe, coupé par un plan perpendiculaire à l'axe de ce corps cylindrique tournant & rampant autour de son axe, laquelle courbe donne le contour des arêtes de la doële avec des lits de niveau, ou plutôt les arêtes des doëles de deux voussoirs portant coussinet. La seconde courbe qu'il faut trouver, est la section d'un corps helicoïde en vis dont la surface est toute convexe dans son contour, mais droite dans sa direction à l'axe de la vis, à la différence de la doële qui étoit courbe en tout sens.

Première courbe de section horisontale.

Pour la facilité de l'instruction, nous ne supposerons ici que le quart de l'helice & du noyau BDEC^n. On commencera par diviser sa circonférence BDE en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points en la courbe, comme ici en six aux points n^1, n^2, D, n^4, n^5, E, par lesquels on tirera autant de droites indéfinies paralleles à l'axe QR^n, sur lesquelles on portera successivement les hauteurs de la ligne *se* de la fig. 230, qui est le développement de l'helice du contour du noyau au-dessus de l'horisontale AC^n; par exemple 5, 1^n de la fig. 230, en 5*a* de la fig. 224: 4V^n en 4*b*; *d*3^n en 3*c*; 2^n 4^n en 2*d*, ainsi du reste, & par tous les points C^n, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, on tirera une ligne courbe C^n*f*, qui sera la projection verticale de l'helice de la naissance de la voûte en vis sur le noyau. Comme cette naissance doit être coupée par le lit horisontal du tambour à la hauteur de la premiere retombée de la division 4 du ceintre AHB, il faut chercher les différentes saillies de la voussure de cette naissance, à la hauteur du lit du niveau du tambour. C'est pourquoi on menera par chacun des points donnés à la projection de l'helice *a b c d e f*, des horisontales paralleles au diametre AB, comme *a*C^1, *b c*^{2}, *c c*^{3}, &c. & une autre horisontale 4*d*R^n par le point 4 de l'arc HB qui représentera le lit de dessus du tambour. Enfin avec le rayon AC, transporté successivement sur toutes les horisontales en *a c*^{1}, *b c*^{2}, &c. on trouvera

Fig. 224 & 230.

Fig. 224 & 230. tous les points c^1, c^2, c^3, c^4, desquels on décrira des arcs $C^n g$, ag, bg, cg, qui couperont l'horisontale 4 R^n aux points W, x, y, z, où seront les avances que l'on cherche.

Ainsi prenant à volonté un point P sur l'arc de la projection du joint de lit $p^4 q^4$ sur un rayon de la révolution n^5 5^r pour la plus grande saillie, qui est celle de la retombée p^4B, on portera sur le rayon suivant n^4G, l'intervalle xW de la ligne verticale $n^5 h$ à l'arc ag coupé par l'horisontale 4 R^n en x; cette longueur xW portée sur n^4G, donnera le point X, qui est un de ceux que l'on cherche; on continuera de même à porter l'intervalle yn sur D L, pour avoir le point Y, & l'intervalle zn sur n^2F, pour avoir le point z, & comme l'helice af est coupée par l'horisontale 4 R^n au point d, il n'y aura point de saillie en ce point, qui répond au point n^1 du contour horisontal du noyau; ainsi on tirera à la main, ou avec une regle pliante, la ligne courbe n^1 Y P, par les points trouvés n^1 z Y X P, qui sera celle que l'on cherche, pour section horisontale de la doële à hauteur du point 4 de la premiere retombée du côté du noyau.

Seconde courbe de section horisontale au lit de la vis.

Fig. 224. Le même plan horisontal qui a coupé la doële depuis le point d jusqu'au point R^n à l'élevation suivant la courbe n Y P du plan horisontal, coupe ensuite le lit de la vis suivant une courbe différente P x E, depuis le point P, qui est commun aux deux sections, jusqu'au point E qu'il faut trouver. On prendra la hauteur ro du point r, où le joint de tête 4, 8 coupe l'à-plomb du noyau fB, sur l'horisontale 4 R^n, & on la portera à la fig. 230 du point a en R, par où l'on tirera une parallele à la base ae qui coupera la ligne se au point 1^n, d'où l'on abaissera sur ae la perpendiculaire 1^n 5. On portera ensuite la longueur rectifiée 5 e sur l'arc B E de la fig. 224, du point n^5, qui répond au point P, sur la ligne C^n P de n^5 en E en la cinglant, c'est-à-dire, en appliquant & pliant cette longueur sur la ligne courbe; ce qui se fait de deux manieres, ou en prenant successivement des petites parties de la longueur 5 e de la fig. 230 & les portant de même sur l'arc B E, ou en prenant sur une regle la longueur 5 e, & en la tournant comme une tangente mobile, depuis le point n^5 jusqu'à ce que le point e de la regle devienne celui de l'attouchement de la regle au point E.

Cela fait, on a déja deux points de la courbe en P & E, il

faut en chercher d'autres ; ayant divisé l'intervalle du point 4e en autant de parties égales qu'on voudra avoir de ces points, par exemple seulement en deux en m ; on divisera aussi en même nombre l'arc n E au point v, par où on tirera du centre C^n une ligne indéfinie vx, sur laquelle on portera la distance mV du point m, au nud du noyau fB, de v en x ; la ligne menée à la main ou avec une regle pliante par les points P x E, sera celle que l'on cherche pour la section horisontale du lit de la vis. L'espace que les deux courbes n Y P & E x P comprennent, est la section horisontale de la vis coupée par le lit horisontal d'un tambour du noyau, tant à la doële qu'au lit, dont on fera usage comme il suit. *Fig. 224 & 230.*

Formation d'un tambour d'une portion d'assise du noyau, portant la naissance de la vis.

Si le noyau de la vis est d'un assez petit diametre pour être fait d'un seul tambour, il faudra ajouter à chaque extrêmité de son diametre l'alongement de la premiere retombée p^4 B, & sur ce nouveau diametre former un tambour en tranche de cylindre, pour qu'il puisse comprendre le tambour du nud du noyau & la saillie de la naissance. Pour la facilité de l'instruction nous supposerons le noyau assez grand pour être fait de quatre pieces à chaque assise, ainsi nous ne formerons qu'un quart de tambour, comme on voit à la fig. 226. On commencera par former un quart de tambour dont la hauteur sera celle de la retombée $4p^4$, & les lits de dessus & de dessous, jaugés & en retour d'équerre sur les joints montans, seront égaux au quart de cercle $C^n p^4 q^4$ de la fig. 224. On levera ensuite le panneau B n^1 Y P E, qu'on appliquera sur le lit de dessous en $ep n^i$ de la fig. 226 ; puis ayant tracé un quart de cercle E D B au lit de dessus avec le rayon C^n B (fig. 224.), on portera sur son contour l'intervalle E n^2, de quatre divisions, parce que le point n^2 répond à-plomb sous le point d, où l'horisontale $4d$ coupe l'helice de la naissance $C^n df$, & l'on aura pour reculement du lit sur le tambour le point D (fig. 226.) par lequel on tirera du centre C^n la ligne C^n L qui coupera l'arête supérieure du grand tambour p^4 P q^4 au point L, par lequel & par le point q^4 on tracera l'helice L q^4 sur la surface du plus gros cylindre, avec une regle pliante. On portera ensuite l'intervalle $q^4 p$ du lit de dessous en L P au lit de dessus, & par les points p & P on tracera avec une regle *Fig. 226.*

Fig. 224 & 226. pliante appuyée sur ces deux points une seconde helice semblable à la premiere. Enfin ayant tiré à la fig. 224 une ligne du centre C^n par l'origine n^1 de la section de la doële n Y P, qui coupera l'arc p^4 P q^4 au point K, on portera la distance en q^4 K en $q^4 p$ K de la fig. 226, pour avoir le point K qui répond au point n de l'origine de la section horisontale de la doële; & au lit de dessus, en reculant le panneau, on aura le point de la même naissance qui tombe au-delà du quart de cercle, par le moyen duquel on trouvera une troisieme helice parallele & égale aux deux précédentes.

La pierre étant ainsi tracée, on abattra quarrément 1°. le prisme mixte D L $p\, q^4$ E e D, pour avoir l'angle rentrant en helice D e. Secondement le prisme triangulaire mixte D L P $p\, q^4$ e D par le moyen d'une petite cerche concave formée sur la ligne convexe P x E de la fig. 224, qu'on tiendra toujours de niveau, c'est-à-dire parallele au lit. Troisiemement on abattra le prisme mixte p^4 B $b\, a$ K n^1 B, pour avoir l'angle rentrant du tambour & de la naissance ébauchée avec le nud du noyau. Enfin on abattra un quatrieme prisme mixte B p P p K n^1 B, par le moyen d'une cerche convexe formée sur l'arc concave A 1 ou 4 B de la fig. 224, qu'on tiendra toujours dirigée au centre du noyau, & son plan par l'axe du noyau, & la pierre sera achevée.

Du berceau tournant & rampant incomplet,

En termes de l'art,

De la vis à jour suspendue.

Si l'on supprime toute la partie convexe de la vis S. Giles, le noyau qui lui servoit d'appui devient inutile, par conséquent on peut le supprimer aussi; il semble du premier abord que cela ne se peut sans détruire le reste de la voûte, cependant l'expérience nous fait voir le contraire dans ces escaliers fort communs qu'on appelle *vis à jour suspendue en voussure*, qui subsistent parfaitement par une raison semblable à celle que nous avons donné des voûtes sphériques & sur le noyau incompletes, qui est que les rangs des voussoirs depuis l'imposte concave de la tour jusqu'à celui qui forme la clef se soutiennent mutuellement, & pour me servir des termes de l'art, *font clef* chacun en particulier; la différence qu'il y a dans la vis consiste en ce que le dernier

dernier vouſſoir, qui eſt le plus haut de chaque rang, n'étant pas buté contre un autre vouſſoir, comme aux voûtes ſur le noyau, ne ſe ſoutiendroit pas ſans un appui de quelque arcade, ou d'une piece de bois de palier, mais auſſi ce dernier vouſſoir n'eſt pas ſi difficile à contenir qu'aux voûtes ſur le noyau, parce qu'il pouſſe très-peu, particulierement ſi la vis eſt un peu roide, l'inclinaiſon de ſa poſition en rejettant le fardeau ſur les vouſſoirs inférieurs qui lui ſervent d'appui.

Il ne paroît pas néceſſaire d'entrer dans le détail de la conſtruction de cette vis incomplete, puiſqu'elle eſt exactement la même que celle de la vis S. Giles juſqu'à la clef, le reſte demeurant vuide & ſupprimé, il ne s'agit que d'une petite différence au rang de vouſſoir le plus élevé qui doit porter le limon de l'eſcalier, ſur lequel on met la baluſtrade, ou un appui de fer. Cette différence du dernier rang qui fait clef conſiſte à faire le parement qui eſt à-plomb du côté du vuide en portion de cylindre, de la hauteur que donne l'épaiſſeur de la vouſſure en cet endroit, préciſément de la même maniere qu'il a été dit pour l'ébauche d'un vouſſoir concave deſſiné à la fig. 228, dans laquelle portion cylindrique ayant décrit les helices égales du haut & du bas *cd* & *i* I, on fera l'appui de la baluſtrade avec l'équerre, au lieu du biveau d'à-plomb & de coupe dont nous nous ſommes ſervis pour former les lits de la vis, tenant toujours une des branches de l'équerre à-plomb parallele à l'axe du cylindre, en ſorte qu'étant appliquée ſur la ſurface concave, il ne paroiſſe pas de jour entre deux; l'autre branche, qui eſt ſuppoſée de niveau, ſera toujours dirigée à cet axe, comme nous l'avons dit au commencement de ce livre, pour la formation des ſurfaces en helices, page 41. Nous parlerons plus au long de la vis à la fin du troiſieme tome. *Fig.* 228.

Des berceaux en vis ſur le noyau elliptique.

Ce que nous avons dit des voûtes ſur le noyau elliptique fournit déja la maniere de faire les projections des vis ſans aucune différence, ce qui eſt clair. Or cette projection étant faite, il ne ſe préſente aucune nouvelle difficulté pour l'élevation, il n'y a qu'à ſe ſervir des mêmes biveaux d'à-plomb, de doële & de coupe, que dans les exemples précédens; ainſi cette différence ne mérite pas qu'on s'y arrête. Il n'eſt pas néceſſaire non plus de parler du cas où le ceintre primitif de la vis, au lieu

d'être circulaire, comme nous l'avons ſuppoſé, eſt elliptique, ſurhauſſé ou ſurbaiſſé, parce qu'il eſt viſible que la différence ne tombant que ſur les coupes, il faut ſe ſervir des biveaux de la même maniere qu'il a été dit pour les berceaux horiſontaux de cette eſpece; pour les biveaux d'à-plomb & de doële, il en faut changer à chaque aſſiſe, que le ceintre ſoit circulaire ou non, ainſi il ne s'agit que de changer la courbe ſuivant l'exigence de la partie elliptique que comprend le rang de vouſſoir que l'on fait.

Explication démonſtrative.

Ce que nous avons dit au commencement de ce chapitre touchant la génération des berceaux tournans & rampans en vis ſur le noyau, eſt déja une bonne préparation pour rendre raiſon de leur conſtruction. Premierement on connoît que les ſurfaces de ces voûtes étant compoſées d'une infinités d'helices, qui ſont des courbes à double courbure, elles ſont intrinſéquement gauches, de ſorte qu'il eſt impoſſible d'y appliquer des panneaux de doële plate qui les touchent en plus de trois angles; ainſi les appareilleurs, qui du tems de Philibert de Lorme cherchoient à faire le trait par panneaux, faute d'entendre le fond de la queſtion, cherchoient l'impoſſible, ſuivant la méthode des doëles plates ou flexibles pour être appliqués à une ſurface conique, comme aux voûtes ſphériques. Ils pouvoient ſeulement ſe ſervir de panneaux flexibles de développement, pour en tracer les arêtes ſur une ſurface cylindrique dont l'interſection commune à la doële forme une helice, qui eſt l'arête de lit & de doële. Secondement, puiſque la vis n'eſt en quelque façon qu'une répétition continuelle du ceintre primitif A H B qui s'éleve ſur une helice, en changeant la direction de ſon plan ſans changer la ſituation horiſontale de ſon diametre, il ſuit que tout ce qui convient aux berceaux touchant les coupes, les retombées & les biveaux d'à-plomb & de doële, convient auſſi à nos vis dans une ligne d'interſection ſeulement qui eſt commune au berceau de niveau & à la vis qu'il peut pénétrer.

Fig. 224.

De la premiere obſervation, que l'helice eſt une courbe à double courbure qui peut être commune à un cylindre & à une vis, il ſuit que pour trouver pluſieurs arêtes de lit & de doële, il faut auſſi ſuppoſer pluſieurs ſurfaces cylindriques, pour pouvoir y tracer par le moyen des panneaux flexibles, les helices

des arêtes ſuivant les principes qui en ont été donnés au troiſieme livre, page 400 & fig. 281. La raiſon eſt que la ſurface helicoïde étant intrinſéquement gauche, il eſt impoſſible de parvenir immédiatement à ſa formation; ainſi on eſt obligé de conſidérer chaque rang de vouſſoir comme enfermé entre deux cylindres, paſſant l'un par l'arêtre du lit de deſſous avec la doële, l'autre par celle du lit de deſſus, les uns concaves du côté de la tour, les autres convexes du côté du noyau.

Préſentement, ſi l'on conſidere les différentes helices qui ſe forment aux arêtes de chaque vouſſoir, on reconnoîtra qu'il y en a quatre, ſavoir deux aux arêtes de lit & de doële, & deux aux arêtes d'extrados & de lit; car quand même la voûte ne ſeroit pas extradoſſée, on eſt obligé de ſuppoſer des largeurs égales à chaque lit, qui déterminent une arête d'extrados. C'eſt pourquoi en faiſant l'élevation d'un vouſſoir ébauché en portion de cylindre, il faut faire la projection de ſix helices, qui ſont totalement inégales dans leur contour & dans leur inclinaiſon à l'horiſon; ſavoir, de trois helices à la ſurface cylindrique paſſant par les points C, V, *i*; (fig. 229.) & quatre aux arêtes du vouſſoir en *k*, V, f, R, deſquelles il y en a une en V *u*, qui eſt commune à la ſurface du cylindre. De ces ſix helices, il en a deux *k l*, C *d* au deſſus, & deux autres R *s*, *f* I^i au bas de la portion du cylindre, qui doivent marcher à pas égal, quoique par de plus longs & de plus courts circuits, c'eſt-à-dire qui ne doivent pas plus s'élever ni avancer en nombre de degrés dans le circuit l'une que l'autre, en ſorte que la ligne droite *a* C X, perpendiculaire à l'axe de la vis qui paſſe par une de ces helices C *d*, qui eſt ſur le cylindre, rencontre auſſi la compagne *k l* qui eſt ſur la vis. D'où il ſuit, que ſi l'on conſidere le point N comme la projection d'une horiſontale perpendiculaire au plan du papier, les deux helices compagnes *k l*, C *d* doivent paſſer par le point N, par conſéquent les deux lignes droites *k l* & C *d*, de même que leurs égales R *s* & *f* I^i, qui ſe croiſent en M, paſſent cependant chacune par trois points des deux helices paralleles & compagnes, qui ſont toujours à diſtances égales l'une de l'autre; ainſi les points N, M ſont équivalemment doubles. Si au lieu des deux lignes droites R *s*, *f* I^i on ſuppoſe deux courbes qui ſoient les projections verticales des helices compagnes, ces deux courbes, qui ſe croiſent au même point M, repréſenteront deux helices paralleles entr'elles, que j'appelle par cette raiſon Fig. 229.

compagnes; ce qui ne peut arriver en aucun cas des lignes droites, parce que les projections de deux paralleles, en quelque situation qu'elles puissent être, sont aussi toujours paralleles entre elles, quoique plus ou moins éloignées que les objectives qu'elles représentent; elles peuvent bien dans un cas se confondre en une dans la projection, mais jamais elles ne peuvent se croiser.

Cette projection verticale des arêtes du voussoir étant supposée, il est visible que pour en comprendre tout l'intervalle dans une portion de cylindre, il a fallu supposer des plans *tb* & RT, passant par les points les plus élevés C & *b*, & les plus bas R & I^i; de sorte que la surface du cylindre excede les helices qui doivent être tracées sur le cylindre, de deux triangles mixtes ponctués à la fig. 228, en *cyd*, & *xi* I, lesquels doivent être retranchés par une coupe à l'équerre sur la surface cylindrique, pour que les lignes qu'on doit supposer tirées à l'axe par les points de l'helice du cylindre, rencontrent à même hauteur celle de l'arête du voussoir à la doële ou à l'extrados.

Il reste à démontrer que les points des courbes de la situation horisontale de la doële & celle du lit ont été bien trouvés. Premierement, pour la section de la doële, puisque nous voulons que cette section soit faite par un plan horisontal, ce plan & la courbe de son contour sera représenté dans une projection verticale par une seule ligne horisontale 4 R^n, (fig. 224.) passant par le point 4 de la division du premier voussoir du côté du noyau; c'est un effet de la projection expliquée au deuxieme livre, page 243, parce qu'il est perpendiculaire au plan de description. Il sera encore vrai, par la même raison, que si l'on suppose plusieurs plans verticaux passant par l'axe en C^n & par les points pris à volonté F, L, G, 5^r, Q, ils couperont le noyau suivant des lignes droites, dont les points *n*, n^2, D, n^4, n^5, E, sont les projections horisontales, par lesquelles si l'on tire des perpendiculaires au-dessus de l'horisontale A C^n, on aura la représentation des intersections de ces plans avec le noyau, aux lignes C^n R^n, 5 *h*, 4 *h*, 3 *h*, &c. qui couperont l'horisontale 4 R^n aux points *d*, *n*, *n*, *n*, R^n, de l'à-plomb du nud du noyau; mais parce que ce noyau est débordé par une partie de la doële au-dessus de la naissance de la voûte exprimée en projection verticale par la courbe C^n *abcdef*, il faut trouver la saillie de la partie de la doële qui déborde le noyau sur chacune des sections des plans verticaux passant par l'axe C^n & les points F, L, G,

Fig. 224.

5^r, Q. Puisque les sections de tous ces plans sont des demi-cercles égaux au générateur A H B, il est visible que toutes ces saillies $R^n n$, nx, ny, nz, seront égales au sinus verse de l'arc de cercle compris entre la naissance sur le noyau & la ligne horisontale 4 R passant par le point 4, où est la hauteur du lit de dessus du tambour ; puisque les hauteurs an, bn, cn, sont égales à leurs sinus droits, qui sont déterminés par les restes des hauteurs a, b, c, d au-dessus de l'horisontale B C, jusqu'à sa parallele 4 R^n ; ce qui paroît évidemment à la plus grande hauteur 4 p, laquelle est le sinus droit de l'arc 4 B & p B, son sinus verse, lequel arc est égal à l arc C^n W, la hauteur C^n R^n étant égale à 4 p^4, & par conséquent W R^n, égal à p B

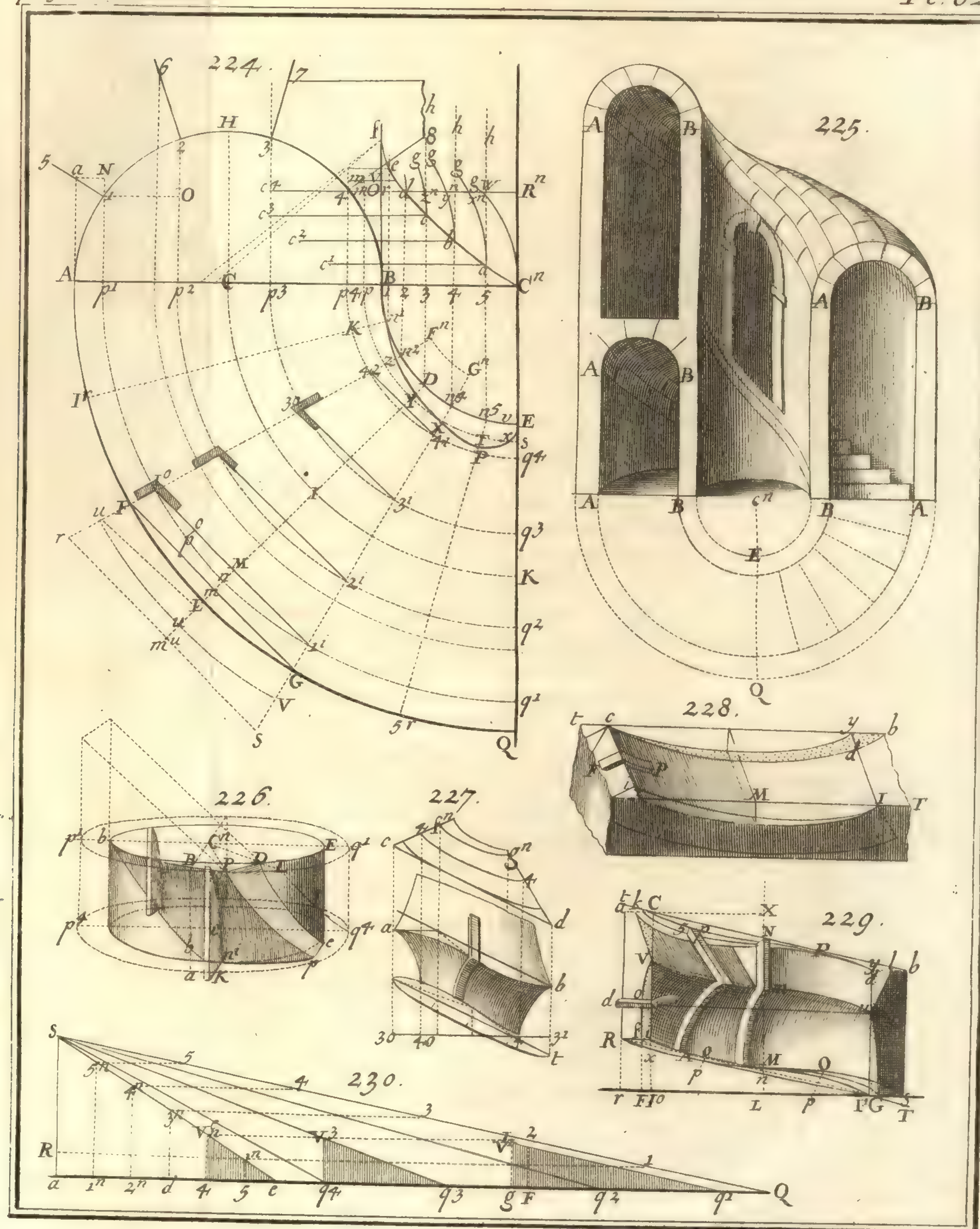
Il ne reste donc plus à prouver que les hauteurs de ces points a, b, c, d, ont été bien trouvées, ce qui ne souffre aucune difficulté, puisqu'elles ont été prises sur les perpendiculaires comprises entre le développement du noyau B D E, représenté à la fig. 230 par la ligne ae, & le développement de l'helice se; la hauteur 5 a de la fig. 224 ayant été faite égale à 5 1^n de la fig. 230; la hauteur 4 b de la fig. 224 égale à 4 V^e de la même fig. 230, ainsi de suite; par conséquent la courbe $C^n f$ est la projection verticale de la ligne de la naissance de la voûte sur le noyau de la vis ; enfin il est clair que toutes ces saillies étant posées sur les projections des plans verticaux coupant la vis n 1^r, Fn, L D, Gn, en $n^2 z$, D Y; n^4 X, seront dans la situation où elles doivent être, puisqu'elles sont des parties de ces plans, dont la courbe n z Y X P est celle de la section horisontale de la doële qui doit être ajoutée au nud du noyau, pour former le premier tambour qu'on se propose de faire. L'explication de la construction de la seconde courbe de la section horisontale de ce lit dont le profil est la ligne 4, 8, est peu différente de celle de la doële, en ce que la section du plan vertical A H B qui donne la plus grande saillie en n P, égale à la retombée qui est le sinus verse p B de l'arc B 4, donne aussi la plus grande saillie du lit 4 O $=$ p B, qui est la projection de la ligne 4 e, qui excede le nud du noyau f B; c'est pourquoi le point P est commun aux deux courbes de section de doële P Y n, & de la section de lit P x E. Or la hauteur re à la partie de l'helice dont la projection verticale est ed, & son développement à la figure 230 en se sera la ligne $1^n e$, dont la projection est la droite 5 e qui doit par conséquent être aussi le développement de l'arc horisontal *Fig. 224 & 230.*

Fig. 224. O d à la projection verticale, & de l'arc n^5 E à l'horisontale, parce que le point n^5 répond à la plus grande saillie P; ainsi le point E sera la naissance de la saillie.

Présentement il est clair que puisque la ligne e 4 est divisée en deux également, en m, la hauteur eO sera aussi divisée également par la ligne m V au point V; par conséquent le point V répondra à la moitié de l'arc d'helice ed, & de même à la moitié de sa projection; d'où il suit que le point v doit être au milieu de l'arc n^5 E, & puisque la ligne m V doit tendre à l'axe v, & que la ligne x doit avoir la même direction, la saillie V m sera bien portée en vx, par conséquent le point x est la section du lit; donc la courbe PxE passe par trois points de la section horisontale du lit, *ce qu'il falloit faire.* Il sera aisé de trouver autant de points qu'on voudra entre x & P, x & E, en sousdivisant 4 m & me du joint 4, 8, si l'on veut avoir la courbe avec plus d'exactitude.

Remarque sur l'usage.

La partie du trait qui concerne la maniere de faire porter la naissance de la vis aux tambours du noyau, n'est nécessaire que dans la construction de la vis S. Giles proprement dite, où l'inclinaison de l'helice du coussinet donneroit des angles trop aigus. Dans les berceaux tournans & rampans autour d'un grand noyau, où cet inconvénient ne se trouve pas, il convient mieux de faire les voussoirs des premieres retombées de la même maniere que les autres au-dessus. Au reste un bon architecte qui n'a pas lieu de craindre la bombe, ne s'avise guère de voûter en vis S. Giles un escalier qui est assez petit pour que son noyau puisse être fait de tambours d'une seule piece à chaque assise; car alors il est censé que les marches ne sont pas trop longues pour être aussi faites d'une seule piece, de sorte qu'en les délardant par dessous, on fait à peu de frais une voûte en coquille qui est fort propre. Si l'escalier est trop spacieux pour qu'on puisse faire solidement les marches d'une seule piece, alors il ne convient pas de faire un noyau si petit, parce que les marches deviennent ou trop étroites au collet, ou trop larges à la queue; dans ce cas on peut faire un noyau assez épais pour y loger les coussinets de la vis qui en forment la naissance de ce côté, comme on le pratique à son opposé dans le creux de la tour, alors le trait des sections horisontales n'est d'aucune utilité.


224.
225.
226.
227.
228.
229.
230.

Nous avons parlé au premier & au deuxieme livre du trait des ſections verticales des mêmes voûtes, dont nous faiſons auſſi peu d'uſage dans cette conſtruction; il n'eſt en effet néceſſaire qu'au cas qu'on voulût faire une *vis S. Giles ronde dans une tour quarrée, ou à pluſieurs pans*; ce que perſonne que je ſache n'a propoſé de mettre en pratique, quoique la choſe ſoit auſſi faiſable qu'une voûte ſphérique ſur un quarré; la ſeule obſervation qu'il y auroit à faire, c'eſt que les ceintres rampans des formerets ſur les murs des pans de la tour ſeroient d'un contour peu agréable à la vue dans le quarré; mais ils le deviendroient davantage à meſure que le poligone augmenteroit en nombre de côtés. Cette partie de la conſtruction ne rendroit pas le trait plus difficile, parce qu'il ne s'agiroit que de ſubſtituer au développement de l'helice de la naiſſance de la voûte la courbe du quatrieme ordre dont nous avons parlé, formé ſur la ſection du mur vertical de chaque pan de la tour, laquelle ſera dans un angle rentrant, ſi l'on veut que le vouſſoir comprenne une partie de ce pan; ou en angle ſaillant formant une arête avec la doële de la vis & un lit taillé horiſontalement, comme ſi l'on formoit une arcade d'arc rampant, laiſſant dans les angles du poligone un pandantif auſſi rampant.

CHAPITRE X.

Des voûtes de ſurfaces irrégulieres.

Toutes les voûtes dont nous avons parlé juſqu'à préſent ſont des portions des corps réguliers primitifs, de cylindre, de cône, ou de ſphere; ou des corps régulierement irréguliers, comme les conoïdes, les ſphéroïdes, & les cylindres ſur d'autres baſes que les circulaires. Ici nous traitons de celles qui n'ont qu'un rapport très-imparfait avec ces corps, deſquelles nous faiſons deux claſſes, l'une de celles qui ne ſont courbes que dans leurs ſections tranſverſales, & qui ſont droites dans les longitudinales, comme les cylindriques & les coniques; telles ſont quelques arriere-vouſſures, & autres voûtes qui participent & de l'une & de l'autre eſpece en ce qu'elles ont dans une de leurs ſections la propriété du cylindre, lorſque les côtés ſont paralleles à l'axe; & dans une autre la propriété du cône, lorſque les côtés ſont convergens & tendent à un axe; c'eſt pourquoi je les appelle *conico-*

cylindriques. La seconde classe est de celles dont la surface est *à double courbure*, l'une transversale l'autre longitudinale, & comme cette propriété est commune à la sphere, nous les comparons toutes à ce corps primitif; mais aussi parce qu'outre cette propriété il s'en trouve d'autres communes au cône, au cylindre & aux prismes, nous les appellerons des noms composés de *conico-sphérique*, *de sphérico-cylindrique*, & de *sphérico-prismatique*, comme nous l'expliquerons ci après.

Premiere classe, des voûtes conico-cylindriques.

Fig. 231 *&* 232. On peut rapporter au cône & au cylindre quelques figures de voûtes simples dont les suites des sections paralleles entr'elles & perpendiculaires au plan horisontal & au vertical par où passe leur axe, sont des courbes différentes, ou de différens diametres; on peut réduire ces sortes de voûtes à trois especes, qui ne sont proprement que des différens cas de la même figure de surface. La premiere est celle qu'on appelle *passage ébrasé* entre deux portes, qui paroît du premier abord une voûte en canoniere, ou un cône tronqué, mais cependant qui n'en est pas un; car supposant les impostes & la clef de niveau, chacune à part, il est clair que les directions des impostes étant prolongées, se rencontreront hors de la voûte, puisqu'elles sont convergentes dans un même plan, horisontal ou incliné, mais l'axe ou ligne du milieu entre ces impostes, qui est dans ce même plan à l'intersection du vertical, passant par la clef qu'on suppose toujours également haute au-dessus des impostes, ne rencontrera jamais la ligne de direction de la clef, puisqu'elle lui est parallele; donc le ceintre de face surmontée se retrécira tellement qu'il se réduira à la ligne droite verticale au point de la jonction du concours des impostes; ainsi la demi-ellipse de ce ceintre se réduit à la moitié de son grand axe, où elle est infiniment étroite, son petit axe étant devenu à rien, c'est-à dire, suivant le langage de l'algebre, égal à zero. La seconde espece est celle des *voûtes en berceau, en plein ceintre par une face & surhaussé ou surbaissé à l'autre*, c'est-à-dire, dont les demi-diametres verticaux sont inégaux, en sorte que la voûte est rampante ou par ses impostes ou par sa clef, supposant l'un des deux de niveau, ou la clef ou l'imposte. Cette espece n'est réellement qu'une position différente du passage ébrasé tourné sur son axe, en transportant la clef à l'imposte: car alors cette voûte, qui avoit de l'ébrasement

Fig. 233.

ment horisontalement, n'en a plus à l'égard de l'horison, mais bien verticalement à la clef, ce qui est facile à concevoir. La troisieme espece, qui est l'arriere-voussure réglée & bombée, peut être considérée comme le supplément de la précédente, je veux dire son extrêmité, si on la suppose prolongée jusqu'à ce que la clef, qui concourt avec l'axe, s'abaisse tellement sur le plan des impostes que le ceintre surbaissé n'ait plus de hauteur, en sorte qu'il se réduise à une ligne droite qui étoit son grand axe, le petit étant devenu à rien, en langage de calcul, égal à zero. Pour donner une idée plus simple de la formation de cette arriere-voussure, il n'y a qu'à se représenter une ligne droite AB qui parcourt en tems égaux par une de ses extrêmités un arc quelconque DHE, & par l'autre une ligne droite FG; le flux de cette ligne décrira une surface que nous avons appellé *mixtilime* au commencement de ce livre, laquelle est celle de la voûte dont nous parlons, où les piédroits peuvent être convergens ou paralleles entre eux sans aucun changement de figure.

Fig. 237.

Fig. 238.

On pourroit ajouter ici une quatrieme espece de surface de voûtes dont la génération peut être expliquée par le mouvement d'une ligne droite sur des courbes de différente espece; telle est celle de l'arriere-voussure de Marseille ordinaire, considérée dans certaines circonstances de sujettion, comme si (fig. 234.) l'on donnoit l'inclinaison AK de la clef, le point T pour la hauteur du sommet d'un des venteaux, l'arc KI pour moitié du ceintre extérieur, & un angle d'ébrasement imaginaire à l'imposte I*g*, qui n'est aussi que supposée, puisque le véritable ceintre est l'arc TI dans le plan vertical TI*f*. Si l'on prolonge les différens ébrasemens *g*I de l'imposte en Y, & AK de la clef en ligne droite jusqu'à la ligne du milieu D*s* en B, on reconnoîtra que la ligne génératrice doit se mouvoir sur l'axe D*s*, de B en Y, pendant qu'elle se meut en tems égaux sur l'arc KLI, & que par ce mouvement la ligne génératrice coupera le plan de la face intérieure *g*AD, suivant une courbe *g*TA, qui sera variable selon les différentes ouvertures des ébrasemens donnés. Mais quoique cette surface ne soit pas tellement gauche qu'elle ne puisse être coupée suivant certaines positions des plans coupans en ligne droite comme à la clef, nous la renvoyons au rang des voûtes irrégulieres à double courbure, parce que les sections des lits dans l'appareil sont des lignes courbes excepté à l'imposte, & qu'au milieu de la clef il n'y a jamais de joint.

Fig. 234.

PROBLEME XXIII.

Faire une voûte conico-cylindrique.

Premiere espece.

Passage ébrasé entre deux faces droites, dans lequel les impostes sont de niveau aussi bien que le milieu de la clef.

Dans ce trait, comme dans les précédens, il faut commencer par se déterminer au choix du ceintre primitif; la hauteur qu'on se propose de lui donner à la clef, doit décider en quelque façon du lieu de ce ceintre, parce qu'il convient quelquefois de le prendre au milieu du passage, quelquefois à une des faces, ou d'entrée ou de sortie. Soit, (fig. 232.) le trapeze A B D E le plan horisontal de la baye qu'on veut voûter, qui est plus ouverte d'un côté A B que de l'autre D E, ce qui causeroit de la différence de hauteur à la clef si les ceintres étoient tous circulaires; mais parce qu'on veut qu'elle soit de niveau, il est évident qu'il faut les rendre elliptiques pour leur donner à tous un demi-axe vertical d'égale hauteur. Supposons que l'on veuille prendre le ceintre du milieu *a* H *b* pour primitif circulaire, celui de la petite face E D sera surmonté, & celui de la grande face A B sera surbaissé. On divisera donc le demi-cercle *a* H *b* en ses voussoirs à l'ordinaire, aux points 1, 2, 3, 4; ayant fait la projection de ses divisions en P & *p* sur le diametre *a b*, on prolongera les côtés A D, B E jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *s*, d'où par les points de projection P, *p*, on tirera les lignes *o p q*, O P Q, qui seront les projections horisontales des joints, sur lesquels on portera les hauteurs des divisions du ceintre primitif, savoir, P 1 en O 1e & en Q 1^u; *p* 2 en *o* 2e & en *q* 2^u; C H en H *h* & *m* C, ainsi du reste, & par les points de ces hauteurs, on menera la courbe elliptique qui sera le ceintre de chaque face, ou si l'on veut sur les diametres donnés A B, D E, & les demi-axes H *h*, & *m* C, on décrira les ellipses à l'ordinaire, par le problême VI du deuxieme livre. Si l'ébrasement donnoit le point *s* trop loin hors du plan de l'épure, ou aura recours au problême I du troisieme livre pour faire la projection des joints.

Fig. 232.

Les points de division des trois ceintres de face & du milieu étant donnés, les inclinaisons des joints de tête le seroient aussi,

ſuivant l'uſage des perpendiculaires aux tangentes; mais parce qu'elles ſont ſur des courbes inégales, il en réſulteroit que les lits ſeroient gauches, ce qu'on ne veut pas faire par les raiſons que j'en ai donné au livre troiſieme: il convient donc qu'on les aſſujettiſſe aux plans paſſans par les joints de coupe 1, 5; 2, 6 du ceintre primitif. D'où il réſulte que les joints de tête $1^u x$, $2^u x$ du ceintre ACB ſont trop couchés, & ceux du ceintre D hE ſont trop roides; à cela près cette eſpece de voûte n'enferme aucune difficulté. On pourra la faire par panneaux ou par équarriſſement: cette derniere méthode ſera la plus aiſée, parce que à l'exception de la clef toutes les doëles ſont gauches, ce qui rendroit la voie des panneaux trop compoſée. *Fig.* 232.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal en ſuppoſition, on y appliquera le panneau de la projection horiſontale, par exemple AQOD pour le premier, QOoq pour le ſecond, &c. on fera les deux paremens de tête, ſur leſquels on portera les hauteurs des retombées 1P, 2p, &c. pour y appliquer les panneaux des arcs de face, qui donneront les joints de tête qu'on taillera à l'ordinaire, ce qui ne ſouffre aucune difficulté, parce que toutes les ſurfaces pourront être dreſſées à la regle, obſervant ce que nous avons dit touchant ſa poſition dans la formation des ſurfaces gauches doliolimes, à la page 39 de ce livre. Si le paſſage eſt aſſez long pour qu'on ait beſoin de former des têtes de vouſſoirs entre le ceintre primitif & une des faces de devant ou de derriere, on menera par le point donné, par exemple L, une ligne LN qui ſera le grand axe d'une ellipſe dont la moitié du petit axe ſera la hauteur conſtante CH. Au contraire ſi le point étoit donné entre a & D, par exemple en I, alors la ligne IK ſeroit le petit axe, & CH la moitié du grand.

Sur quoi il y a une obſervation curieuſe à faire, c'eſt que la ſuite des foyers des ellipſes depuis le ceintre primitif ab vers A, forme une hyperbole FyCYF, dont les lignes des impoſtes ADs, BEs, ſont les aſymptotes qui s'en approcheront continuellement ſi on les prolonge, & ne la rencontreront jamais, comme il eſt aiſé de le démontrer. Car ſi l'on nomme Am, moitié du grand axe, a; FC, qui lui eſt égal par la conſtruction, b; la hauteur conſtante mC, c; & la diſtance variable mF, x; on aura $bb = aa = cc + xx$, donc $aa - cc = xx$, par con-

ſéquent x ſera toujours plus petit que a, c'eſt-à-dire que m F ne pourra jamais devenir égal à m B ou à m A, *ce qu'il falloit démontrer.* Il n'en ſera pas de même de la courbe que formera la ſuite des foyers depuis le diametre $a\ b$ vers D E, juſqu'au point s; celle-ci formera une demi-ellipſe g G C, dont la moitié du grand axe ſera C s, & celle du petit g G, égal à la ligne $a\,b$, diametre du ceintre primitif tourné dans un plan vertical. La raiſon eſt que les foyers ne feront plus dans le même plan horiſontal que les précédens, mais dans un plan vertical qui lui eſt perpendiculaire, dans lequel ſont tous les grands axes de la ſuite des ellipſes. Or ici le petit axe diminue continuellement juſqu'à zero en s, de ſorte qu'alors $x\,x$ devient $= a\,a$; par conſéquent la ligne du milieu de la clef eſt une tangente de la courbe, laquelle étant parallele à l'horiſontale C s, il ſuit que la courbe rentreroit en elle-même, ſi elle étoit prolongée au-delà de s.

COROLLAIRE I.

Fig. 233. De-là on tire la conſtruction d'une autre voûte que j'appelle berceau irrégulier en deſcente, *dont les ceintres de face ſont d'inégale hauteur ſur leurs diametres* : car il eſt facile à concevoir que cette voûte n'eſt autre choſe que la partie C H E b, de la moitié du paſſage ébraſé tournée différemment, mettant l'impoſte b E pour la clef, & la clef C H pour une des impoſtes, répétant la même choſe pour l'autre moitié, comme on le voit à la fig. 233. Ainſi la doële de cette voûte eſt auſſi gauche que celle du paſſage ébraſé, par conſéquent on ne peut la faire commodément par panneaux qu'à la clef, où les cordes des arcs des têtes ſont paralleles entr'elles; ailleurs elles ne le ſont pas, c'eſt pourquoi il convient de la faire par équarriſſement, comme le paſſage ébraſé, prenant ſeulement la hauteur de ſa retombée au lieu de la retombée.

Il ſe trouve auſſi dans ce trait la même difficulté concernant les coupes des lits, qu'on ne peut faire plans ſans fauſſer les coupes des différens ceintres, & même qu'il convient de faire gauches lorſque les faces ſont apparentes, ce qui embarraſſe fort un appareilleur, comme je l'ai expérimenté au premier aggrandiſſement de S. Malo, à la place du Fiel, dont j'avois la conduite en ſecond. Nous faiſions une voûte ſur l'eſcalier qui monte au rempart, laquelle devoit ſe raccorder par le bas avec celle d'un palier en plein ceintre, & être ſurbaiſſée par le haut, pour

pouvoir passer sous la plate-forme où étoit la sortie apparente, *Fig.* 233.
de sorte qu'en cette circonstance la doële & les lits devoient être gauches; l'appareilleur embarrassé traçoit ses pierres sur le tas, & malgré cette précaution les voussoirs se trouvoient *coupés*, c'est-à-dire gâtés, perdant ainsi le tems & la pierre; m'étant apperçu qu'il rejettoit mal-à-propos la faute sur l'exécution du travail des tailleurs de pierres, il m'avoua qu'il se conduisoit à tâton, parce que ce trait ne se trouvoit pas dans le livre du Pere Derand. Alors je sentis de quelle utilité étoit la connoissance de la coupe des pierres dans la conduite des fortifications, d'autant plus que parmi les cinquante voûtes que nous avions à faire sous le rempart il s'en trouvoit encore deux de figure irréguliere. Quelques années après il se présenta un cas *d'arrondissement d'angle singulier*, dont j'ai parlé au commencement de ce livre; je me trouvai ensuite obligé à l'Isle de S. Domingue, en Amérique, de faire moi-même l'appareilleur pour exécuter des voûtes en arcs de cloître. Toutes ces circonstances, les fautes que j'avois remarqué en plusieurs ouvrages, & celles des auteurs qui ont écrit sur cette matiere, m'ont fait sentir la nécessité du traité que j'ai entrepris, principalement à l'usage des Ingénieurs.

On voit à la figure 233 que si les coupes 1, 5; 2, 6 du ceintre antérieur aFH, sont tirées du centre C, & que celles du ceintre bDh, $1^n s$, $2^n t$ soient perpendiculaires au contour de l'ellipse, ces coupes n'étant pas paralleles, les lits sont des quadrilignes gauches, $5\,s\,1^n\,1$, que j'ai appellé *planolimes* au commencement de ce livre. Si on veut les faire plans, il faut coucher la coupe $1^n s$ parallelement à la coupe 1, 5, mais alors l'angle de tête $s\,1^n\,b$ deviendra extrêmement aigu & foible, & l'inclinaison apparente sera difforme, en ce qu'elle fait de part & d'autre deux angles inégaux, l'un aigu & l'autre trop obtus; c'est pourquoi je fis les lits de la voûte dont je parle gauches, contre l'usage ordinaire.

Corollaire II.

De l'arriere-voussure de Marseille ordinaire.

Si l'on suppose que le passage ébrasé représenté en perspective *Fig.* 231.
à la figure 231, soit coupé de chaque côté par un plan vertical passant par une imposte e ou d de l'arc $c\,h\,d$, & par un point P ou z pris à volonté sur l'arc b H a, ces deux plans verticaux retrancheront

de ce passage une partie de surface courbe comprise par quatre lignes courbes, savoir par-tout le demi-cercle ou la demi-ellipse *e h d*, par l'arc P H *i*, qui est une partie arbitraire du ceintre *b* H *a*, & par deux autres courbes P *e* & *d i*. Laquelle portion de surface forme celle d'une sorte d'arriere-voussure qu'on appelle du nom de *Marseille*, parce qu'on dit que la premiere qui ait été exécutée l'a été à une des portes de cette ville. Nous avons parlé d'une pareille arriere-voussure en traitant des voûtes coniques, où nous avons donné la nouvelle maniere de la faire régulierement en portion de cône scalene; présentement nous la considérons, suivant l'usage ordinaire, comme une portion de surface irréguliere qui ne peut être exactement conique, parce que l'on veut que les courbes *e* P, & *d i*, qui devroient être des portions d'hyperboles, soient des arcs de cercles, ou du moins des portions de l'arc *e h d*, de quelque courbe qu'il soit, en voici la raison. La fermeture de menuiserie qui doit s'appliquer en deux venteaux à l'arc *e h d*, lorsque la porte est fermée, doit trouver un pareil espace entre les points *h* & P pour pouvoir s'ouvrir, en sorte que chaque venteau, lorsqu'elle est ouverte, puisse s'appliquer sur son piédroit représenté par le plan vertical *f e* P *g* & par celui *d i* L, ce que l'on voit plus distinctement à la figure 236, dessiné en perspective en A B *b a*, E D *de*.

Fig. 235. Soit, (fig. 235.) le trapeze A B D E le plan horisontal de la baye qu'on veut voûter en arriere-voussure de Marseille, dont la feuillure est B L & *l* D, & le tableau T L & *t l*. Du point C, milieu de *b d* = B D, pour centre, on décrira un demi-cercle ou une demi-ellipse *b* H *d*, qu'on divisera en ses voussoirs, par exemple ici en 5 aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera les joints du centre C indéfinis comme aux voûtes cylindriques; puis ayant porté la base du piédroit B A sur *b d* en *b* F, on élevera à ce point une perpendiculaire F G, qui coupera l'arc *b* H *d* au point G, par lequel on menera *a* G *e* parallele à E A, qui rencontrera A *a*, perpendiculaire sur A E, au point *a*, & sa parallele E *e* au point *e*; puis ayant pris sur la ligne du milieu C H prolongée, un point *m* à volonté, on tirera l'arc du cercle *a m e* par les trois points donnés. Tous les joints de lit à la doële qui couperont cet arc, comme 2, 6; 3, 7, feront des lignes droites, & tous ceux qui couperont l'arête du piédroit *a* K ou *e k* feront un pli en angle rentrant, parce que le plan du lit coupe deux surfaces différentes, l'une courbe de l'arriere-voussure, l'autre plane du piédroit.

Premierement il faut chercher la projection verticale de l'arc *b* 1 2G ſur l'ébraſement du piédroit en *a* Y *b*, ou ſeulement le point Y de cette projection, où paſſe le plan du lit *o* 5. On tirera par le point *b* ou B une parallele à la verticale C H, qui coupera le joint 1, 5 au point *x*; par le point 5 on menera la ligne 5 I parallele à B D ou *ae*, qui coupera la verticale G F au point I, par lequel & par le point *x*, on tirera la ligne inclinée *x* I, qui coupera l'arc *b* 1 2 G au point *y*, par où on menera l'horiſontale indéfinie *y* Y, & l'à-plomb *y n* qui donnera ſur *bd* la retombée *b n*, qu'on portera ſur le piédroit A B en B N; par le point N on menera une parallele à la verticale A *a*, qui coupera l'horiſontale *y* Y au point Y que l'on cherche, lequel eſt ſur l'arc elliptique *a* Y *b*, où eſt le pli du joint 1, 5 ou *o*, 5. On pourra trouver pluſieurs autres points de cet arc elliptique *a* Y *b*, ſi on veut le décrire exactement, par la même pratique; par exemple les correſpondans aux points 1 & 2, en portant leurs retombées *bp*, *bp* ſur B A, en B *r*, B R, & tirant par les points *r* & R, des verticales R Z, *r* V, qui couperont les horiſontales Z 2, V 1 aux points Z & V, la courbe *a* Z Y V *b* ſera la projection verticale de l'arc *b* G ſur l'ébraſement du piédroit, qui peut avoir ſon uſage pour l'application du trait ſur la pierre. Fig. 235.

Il nous reſte préſentement à tracer les panneaux de lit 1, 5; 2, 6: pour le premier qui fait un pli, on tirera par un point C, pris à volonté ſur *b d*, une perpendiculaire C M, qui coupera B D en O, & A E en M; on prendra O 1*f* égale à la feuillure B L, puis ayant mené par le point Y une verticale Y N qui rencontrera la baſe du piédroit B A en N, on tirera l'horiſontale N Y*f* indéfinie qui coupera C M au point 9, ſur laquelle on portera la longueur de la partie *o* Y du joint 1, 5 ou *o* 5 en 9 Y*f*, & l'on tirera la ligne 1*f* Y*f*; enſuite portant toute la longueur du joint 5 *o* en M 5*f* ſur A E, on tirera la ligne Y*f* 5*f*; le contour *t* C O 1*f* Y*f* 5*f* E ſera celui du panneau du premier lit *o* 5, & de ſon égal 4, 8. Les autres panneaux de lit qui ſe terminent à l'arc *ame* ſont plus ſimples; ſuppoſant la même baſe de profil pour le tableau, & la feuillure en C O 1*f*, on portera la longueur 2, 6, ſur M E en M 6*f*, puis on tirera la ligne inclinée 1*f* 6*f*; le contour *t* C O 1*f* 6*f* E ſera celui du ſecond panneau de lit 2, 6, & de ſon égal de l'autre côté de la clef 3, 7. Ces panneaux étant tracés, l'application du trait ſur

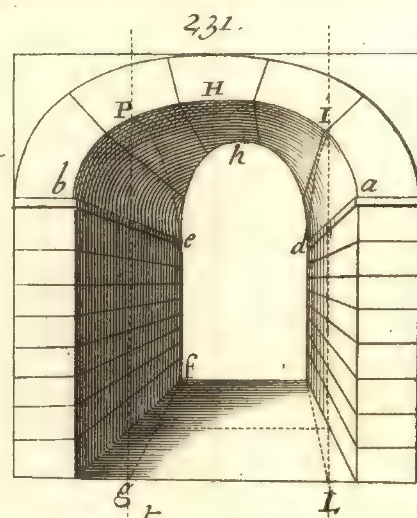
la pierre ſe fera de la même maniere qu'il a été dit page 304 pour celle de la même arriere-vouſſure plus régulierement conique.

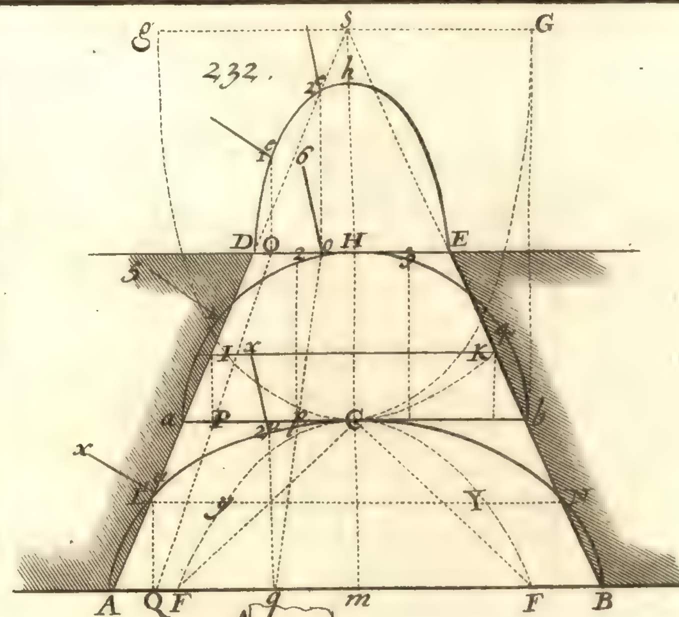
Corollaire. III.

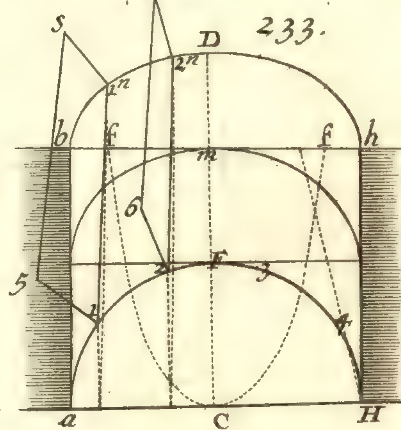
Arriere-vouſſure réglée & bombée.

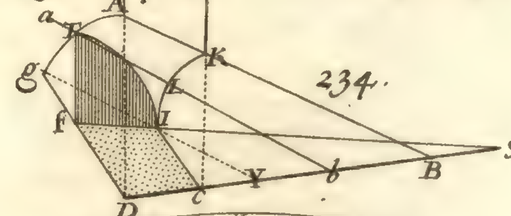
De la conſtruction du *paſſage ébraſé* on tire encore celle de *l'arriere-vouſſure reglée & bombée*, laquelle n'eſt autre choſe que le complément de la prolongation d'une des deux voûtes précédentes. Car ſi les piédroits ſont donnés paralleles entr'eux, l'arriere-vouſſure réglée & bombée n'eſt autre choſe que la prolongation de la voûte de la figure 233, dont les ceintres ſont d'inégale hauteur ſur leurs diametres, juſqu'à ce que la ligne du milieu de la clef F D rencontre le plan qui paſſe par les impoſtes *a b* H *h*. Si les piédroits ſont ébraſés, comme ceux de la fig. 239, (planche 64.) qui concourent au-delà de *t* T, ce peut être encore le complément de prolongation de la figure 232, avec cette différence que l'on ne ſuppoſeroit plus les hauteurs des ceintres égales, mais diminuées depuis H juſqu'à rien à un diametre
Plan. 64, Fig. 259. donné, par exemple BD (fig. 239.) La différence qu'il y a ordinairement dans le ceintre de l'arriere-vouſſure réglée, conſiſte en ce que, au lieu d'une demi-ellipſe, ce ceintre n'eſt qu'un arc de cercle A H E, figure 239, ce qui ne fait que rendre la conſtruction plus facile.

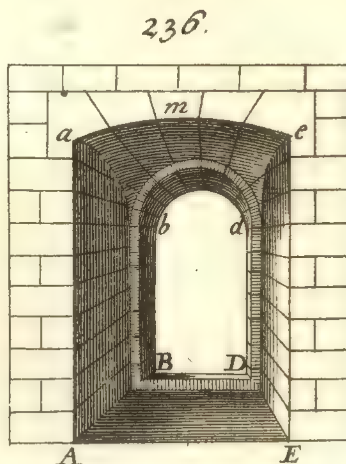
Soit, (fig. 239.) le trapeze A B D E, le plan horiſontal de la baye qu'on veut voûter pour ſoutenir le mur, derriere celle d'une porte ou fenêtre fermée au dehors en plate-bande, & en dedans en demi-ellipſe ſurbaiſſée, ou ſeulement en arc de cercle de 30 ou moins de degrés. On tirera par le milieu *m* de la plate-bande B D, une perpendiculaire indéfinie H C, ſur laquelle on prendra à volonté un point C pour centre de l'arc de face intérieure A H E, plus près ou plus loin, ſuivant la hauteur qu'on ſe fixera pour le milieu H ſur l'horiſontale A E des impoſtes. On diviſera enſuite l'arc tracé A H E en autant de parties égales qu'on voudra de vouſſoirs, par exemple ici en cinq, aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera au centre C les coupes des joints de tête 1 *e*, 2 *f*, 3 *g*, 4 *i*, leſquelles étant prolongées couperont la corde A E aux points Q, R, &c. Pour faire les projections des joints de lit ſuivant la maniere ordinaire,

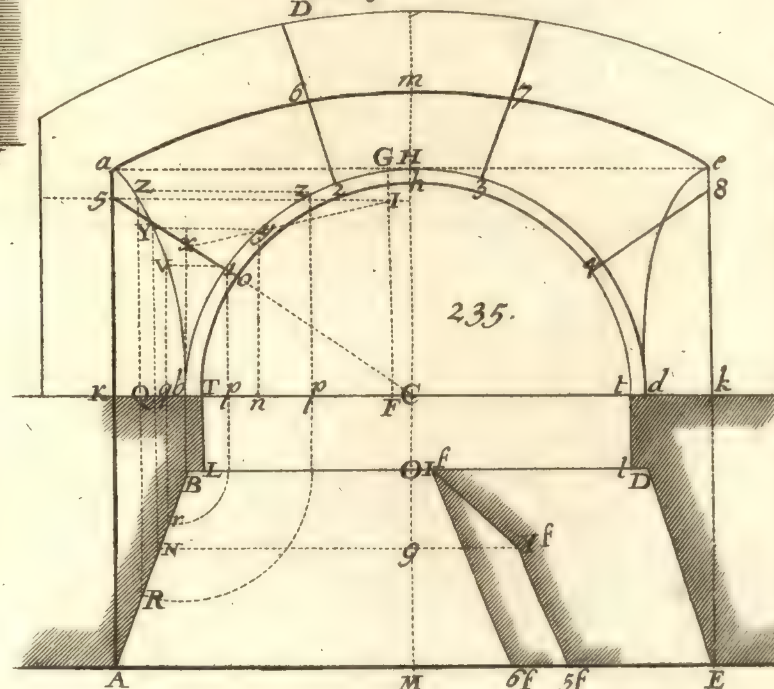

231.


232.


233.


234.


236.


235.

naire, il n'y a qu'à mener par les points des divisions 1, 2, 3, 4 des paralleles à H C qui couperont la ligne A E aux points P, *p*, &c. & la ligne B D aux points 5, 6, 7, 8, les lignes P 5, *p* 6, *p* 7, *p* 8 seront les projections des joints de lit. *Fig. 239.*

Il seroit plus convenable, pour la régularité de la division de la surface de la doële, de diviser la ligne BD proportionnellement à la ligne A E, dont les points P, *p*, &c. répondent à des arcs égaux entr'eux A 1; 1, 2; 2, 3, &c. en prolongeant A B jusqu'à ce que la direction de ce piédroit concoure avec l'autre E D en un point qui tomberoit ici hors de la planche, & que j'appellerai X; si l'on tire à ce point X des lignes droites par les points P & *p*, on aura sur B D les points *x*, *y*, où seront les divisions des voussoirs à la feuillure de la plate-bande au lieu des points 5, 6; ainsi la différence des largeurs A E de face intérieure & BD de la plate-bande sera répandue également sur tous les voussoirs, au lieu que suivant l'usage ordinaire elle tombe toute sur les deux premiers voussoirs des impostes, A B 5 B, & son égal opposé E D 8 1.

Il faut présentement faire un profil de tous ces joints de lit, pour avoir les biveaux des angles qu'ils font avec la face & avec la plate-bande. On tracera dans une figure à part (fig. 240.) deux verticales *e* P, *d* 5, éloignées entr'elles de l'épaisseur du piédroit, ou plutôt de la profondeur P 5 de la voûte prise à la fig. 239, que l'on traversera par une horisontale *p* 5 à la fig. 240 qui représentera la naissance de niveau, ou un plan passant par l'imposte de l'arriere-voussure au-dessus de la feuillure de la plate-bande. On portera sur P *e* (fig. 240.) les hauteurs des retombées P 1, *p* 2 & MH de l'arc A H E (fig. 239.) en *p* 1, *p* 2, *p h* du profil (fig. 240.), & on tirera par les points 1 & 2 & par le point 5 les lignes 1, 5; 2, 5 qui donneront l'inclinaison des arêtes des voussoirs, & *h* 5 pour celle du milieu de la clef. *Fig. 240.*

On peut trouver ces inclinaisons & leur longueur sur le plan horisontal sans faire de profil à part, en portant les hauteurs des retombées P 1, *p* 2, en P *l*, *pn* sur la ligne A E, si la direction des joints P 5, *p* 6, lui est perpendiculaire; mais si elle lui est oblique comme P *x*, *py*, il faut que ces retombées soient perpendiculaires à la projection du joint auquel elles répondent, les lignes *l* 5, *n* 6, seront les vraies longueurs des joints de lit; par le même moyen on aura *hm* pour le profil du milieu de la clef dans sa juste mesure; ce qui revient au même qu'à la fig.

240, mais qui convient moins à la pratique, parce que l'on doit mêler le moins que l on peut les repréſentations de différente eſpece, de crainte d'une confuſion de lignes qui embarraſſe & occaſionne des mépriſes. Pour achever la préparation, il faut tirer une horiſontale par chaque diviſion de la face, par exemple 4 V & 1 K, qui couperont les à-plombs des diviſions en V & K.

On tirera auſſi ſi l'on veut des lignes Q 5, R 6, qui donnent un élargiſſement à la projection de chaque vouſſoir d'un triangle P Q 5, *p* R 6, dont on pourra faire uſage, comme on va le dire ci-après. Enfin on portera les longueurs des profils 5 *l* en 5 L ſur la projection 5 prolongée, & 6 *n* en 6 N. On s'y prendra de même, pour tirer par les points L & N les lignes L *u*, N *o*; la ſurface 5 L *u* 6 ſera le panneau de doële plate du ſecond vouſſoir, & 6 N *o* 7, celui de la clef.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y appliquer le panneau de la doële plate, par exemple du premier vouſſoir, on pourra s'y prendre de deux manieres. La premiere & la plus ſimple eſt de former le panneau ſur le trapeze A Q 5 B, dont le contour étant tracé ſur la pierre, on formera en retour d'équerre ſur le côté A Q la tête du vouſſoir, ſur laquelle on tracera par le moyen de la fauſſe équerre l'angle A Q *e*, comme l'on voit en *a q e* à la fig. 241; puis portant ſur la ligne *q e* la longueur Q 1 de la fig. 239, en *q* 1, on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc *a* 1, égal à l'arc A 1 de la fig. 239. Par les trois points donnés *e*, *q*, 5, on fera paſſer une ſurface plane ſur laquelle on tirera une ligne droite du point 1 au point 5, & la pierre ſera tracée, faiſant abſtraction de la feuillure qui doit être formée en *b* 5 de la largeur & profondeur arbitraire 5 *f*. Enfin on abattra la pierre à la regle, comme il a été dit au commencement de ce livre, page 40, pour former la furface de la doële qui eſt de cette eſpece que nous appellons *mixtilime*. Si la pierre ne porte pas immédiatement ſur le piédroit, en ſorte qu'elle ait un premier joint de couſſinet en *a* S, il ne ſera pas difficile d'en former avec la regle le lit, comme le précédent, par les trois points donnés *a* S *b*. Si le vouſſoir porte un claveau de la plate-bande, on y ajoutera la partie V L I *t f*, tracée comme il a été dit en parlant des plates-bandes, page 71.

Fig. 239 & 241.

La ſeconde maniere eſt de ſe ſervir du panneau de la doële

plate A P 5 B, ſans y ajouter le triangle P Q 5 ; alors il faut faire au long de P 5 un parement de retour d'équerre, ſur l'arête duquel avec la tête on portera la hauteur de la retombée 1 P, puis ayant tracé ſur ce parement la ligne 1 5, on abattra la pierre pour former le lit de deſſus avec un biveau formé ſur l'angle obtus P 1 *e* ; ce qui demande comme l'on voit deux opérations au lieu d'une, mais qui épargne de la pierre. Le ſecond vouſſoir ſe fera de même que le premier, avec cette différence que la tête ſe formera à l'angle obtus avec la doële, ſuivant le biveau formé au profil ſur l'angle 5, 1 *e*, parce que la doële plate du premier étoit une ſuppoſition de ſurface horiſontale paſſant par l'impoſte exprimé au profil (fig. 240.) par la ligne P 5 ; mais celle du ſecond vouſſoir ſera inclinée comme la ligne 1, 5 du même profil ; enfin par cette raiſon l'angle de la tête de la clef ſera encore plus obtus, comme on le voit en *e* 2 5, & ce vouſſoir aura ſes côtés de joints de lit dans le même plan, c'eſt-à-dire que le panneau de doële plate paſſera par les quatre angles de la clef, ce qui n'arrive point aux autres vouſſoirs. Ainſi le plus grand gauche qui ſe trouve à la doële eſt au premier vouſſoir exprimé par la hauteur de la retombée 1 P, au ſecond il diminue comme l'on voit par la hauteur 3 V, qui eſt la différence des retombées 4 I & 3 *o* ; enfin à la clef il n'y a point de gauche à la doële plate, mais il en reſte toujours à la doële creuſe, parce qu'elle eſt en ligne droite à la feuillure & qu'elle ſe courbe vers la tête ſuivant l'arc 2 H 3. Il faut remarquer que le gauche de la doële plate ne s'évanouit à la clef que parce qu'on ſuppoſe les joints de lit équidiſtans de ſon milieu, ce qui fait un aſſemblage de deux ſurfaces gauches égales tournées en ſens contraire.

Il reſte à préſent à chercher les courbes des ſections de cette arriere-vouſſure entre les faces de devant & de derriere, lorſque les vouſſoirs ſont de pluſieurs pieces, parce que leurs têtes qui forment les joints de doële ſont bien des ſections paralleles aux faces, mais non pas ſemblables entr'elles, en ce qu'elles s'applatiſſent à meſure qu'elles approchent de la feuillure. Si le ceintre de face intérieure A H E (fig. 239.) eſt un arc de cercle, par exemple de 30 degrés, le ceintre de la ſection faite par la ligne G F, priſe à volonté entre les deux faces, ſera un arc de cercle d'un nombre de degrés beaucoup moindre, c'eſt à dire d'un plus petit nombre de degrés que A H E, il ne s'agit que

d'en trouver la fleche *hu*. On portera la longueur de la pierre destinée à faire un vouſſoir au profil 240. de 5 en *g*, & l'on fera *g* F parallele à *e* P, qui coupera *h* 5 au point *x*; la ligne *xg* ſera la fleche qu'on cherche, laquelle étant portée à la fig. 239 de *u* en *h*, donnera un troiſieme point *h* du ceintre en arc de cercle qui doit paſſer par les trois points donnés G *h* F.

COROLLAIRE.

Fig. 239. Il ſuit de cette conſtruction, qu'à meſure que la ſection approchera de la ligne droite BD, (fig. 239.) l'arc de cercle ſera toujours moins concave, c'eſt-à-dire d'un moindre nombre de degrés, & ſon rayon beaucoup plus grand, & qu'enfin la ligne droite AB pourra être conſidérée comme un arc de cercle dont le rayon eſt infini & la fleche eſt infiniment petite, auquel cas cette arriere-vouſſure peut être conſidérée comme une portion de ſurface de cône dont le ſommet n'eſt pas du côté BD, où l'arriere-vouſſure ſe retrécit, mais au contraire à ſon oppoſé en-de-là de AE, où elle s'élargit, parce que les rayons des ſections paralleles diminuent; ainſi on peut mettre cette voûte au rang des coniques ſcalenes. D'où il ſuit que les impoſtes AB, DE, conſidérées dans la rigueur mathématique, ne doivent pas être en ligne droite. Si le ceintre AHE n'eſt pas un arc de cercle, mais fort ſurbaiſſé en arc d'ellipſe, il ſera facile d'en trouver pluſieurs points, en portant au-devant de la ligne GF (fig. 239.) les hauteurs *yl*, Z*t*, que donnent les interſections de la ligne GF avec les profils *l* 5, *n* 6, comme *yl* en *l* Y, Z*t* en *t*z, &c. & l'on tirera par les points G, *y*, Z, *h*, &c. la courbe G*h*F, qui ſera l'arc elliptique que l'on cherche. La figure 242 fait voir en perſpective un ſecond vouſſoir de la gauche 5 6 N L renverſé, pour montrer comment il doit être ébauché; où la partie diſtinguée par les hachures, exprime ce qu'il faut enlever de la pierre pour former la doële.

Je n'ai point parlé dans ce trait de la plate-bande qui fait le linteau de la porte ou fenêtre où ſe fait l'arriere-vouſſure, parce qu'elle en peut être détachée; ſoit qu'on la faſſe de claveaux ou d'une ſeule pierre, quoique l'arriere-vouſſure ſoit de pluſieurs pierres, ſes vouſſoirs ſe termineront à la feuillure où ſe loge la fermeture de bois du chaſſis dormant ou des venteaux; ainſi on peut joindre ou ne pas joindre l'arriere-vouſſure à la plate-bande, ſans qu'il en réſulte aucune mauvaiſe conſtruction. Il faut ſeule-

ment remarquer que les coupes de l'arriere-voussure doivent être conformes à celles de la plate-bande, lorsque l'on joint l'un à l'autre, pour ne pas faire les lits gauches; & si on ne peut les faire de même inclinaison, il convient d'en faire une retraite à la feuillure à laquelle les lits changeront d'inclinaison, pour être faits chacun en surface plane. Il sera aisé d'assujettir les coupes de la plate-bande à celle de l'arriere-voussure, en faisant les unes paralleles aux autres; ainsi, (fig. 241.) ayant tracé l'arête *qe* à la tête de l'arriere-voussure, pour avoir la coupe 5 6 de la plate-bande, telle que le lit ne soit pas gauche, il faut dégauchir deux regles posées sur l'une & l'autre de ces coupes. On ne propose pas de faire cette arriere-voussure avec d'autres panneaux que ceux de doële plate & de tête, parce que ceux de lit deviennent inutiles, quoiqu'on puisse les faire lorsque les lits sont plans, ils ne pourroient tout au plus servir qu'à une vérification.

Explication démonstrative.

Si l'on releve par la pensée les triangles 5 *l*P, 6 *np* perpendiculairement au plan A D, les faisant mouvoir autour des lignes 5 P, 6*p*, comme autour d'un axe, & de même le segment de cercle A H E autour de sa corde A E; il est visible que le point *l* se joindra au point 1, & le point *n* au point 2, & par la même raison élevant le segment G *h* F, le point *y* se joindra au point Y & *ι* à Z, puisque par la construction les hauteurs P 1, *p l*; *ly*, *l*Y sont égales, par conséquent les lignes *l* 5, *n* 6 représentent les joints de lit dans leurs justes mesures. La même grandeur se trouve aussi exprimée par le profil (fig. 240.) où les lignes *p e*, *g*F, 5 *d* représentent les plans verticaux perpendiculaires à la direction de l'arriere-voussure exprimée au plan horisontal (fig. 239.) par les lignes A E, GF, BD, dont les élevations sont les arcs A H E, G *h* F, la troisieme B D restant sans hauteur en ligne droite, & ce même profil considéré dans sa longueur est équivalent à trois sections des plans verticaux passans par les projections des joints de lit 5 P, 6*p*, *m* M, & leurs égaux de l'autre côté; d'où il suit qu'on peut y prendre toutes les mesures des angles des têtes & des longueurs des arêtes des joints de lit, s'ils sont perpendiculaires à BD, suivant l'usage ordinaire, mais non pas s'ils lui sont inclinés comme P *x* & *p y*; alors il faut un profil pour chacun. *Fig.* 239.

COROLLAIRE. IV.

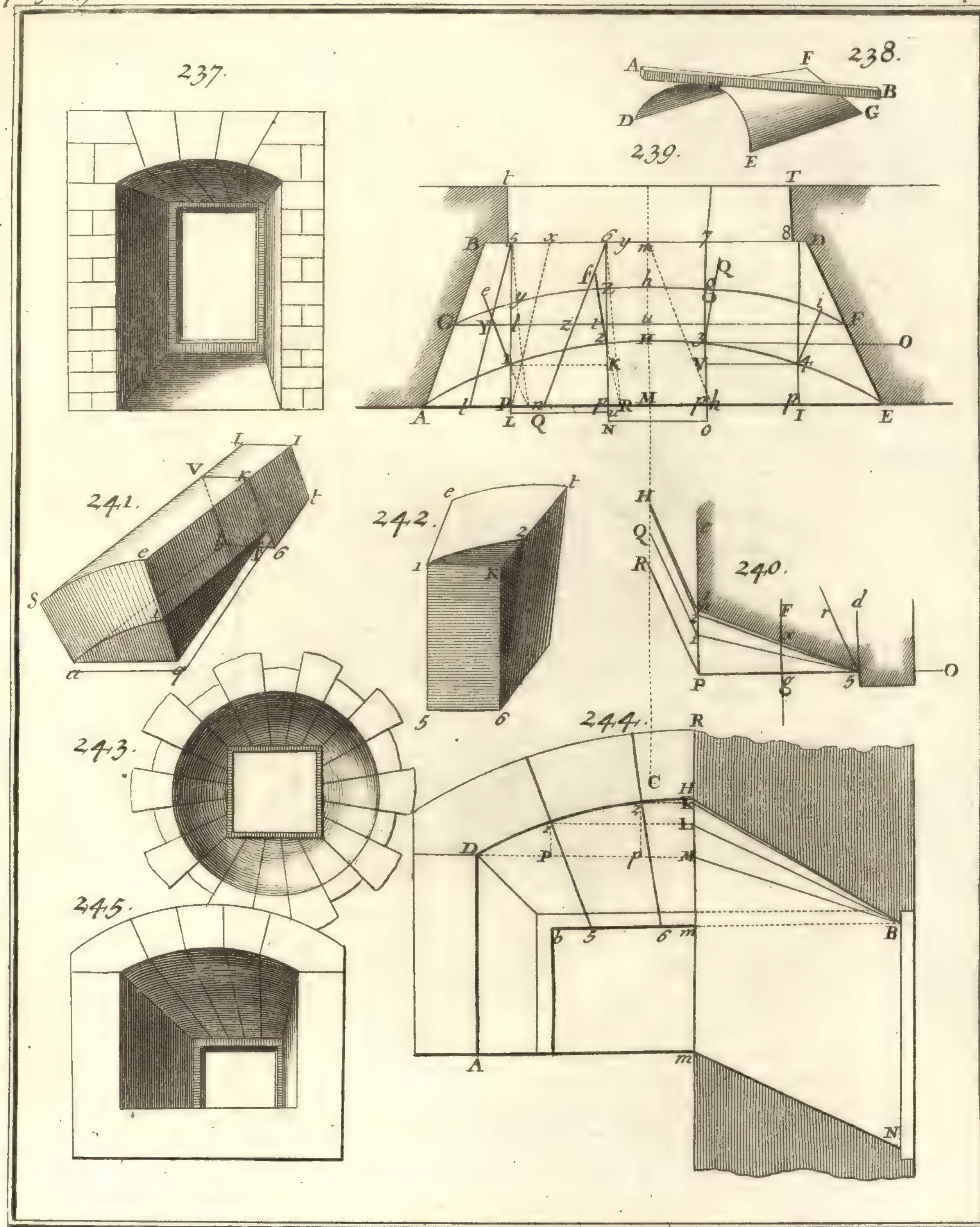
Du larmier réglé & bombé.

Lorſque la naiſſance de l'arriere-vouſſure précédente eſt en deſcente comme pour un *abajour*, cette voûte change de nom chez le P. *Derand*, qui l'appelle larmier réglé ; ce n'eſt cependant qu'une très-petite modification de la même figure, comme l'on voit ici (fig. 245.). La ſeule différence qu'il y a dans la conſtruction conſiſte en ce qu'au profil (fig. 240.), au lieu de faire celui de la face exprimée par la ligne *e* P perpendiculaire ſur la naiſſance P 5, il faut qu'il lui ſoit incliné, par exemple en R P, ſuivant le plus ou le moins de deſcente ; & alors ce profil mis dans ſa ſituation, eſt tel qu'on le voit à la figure 244, en R M B. D'où il ſuit que les biveaux des joints de lit à la doële plate avec la face, qui étoient déja obtus au-deſſus de la naiſſance, le deviennent encore plus. On a tracé la moitié de l'élevation de cet *abajour*, A D H *m*, à côté du profil R H B N *m*, pour montrer le rapport des diviſions des vouſſoirs 1, 2, avec les profils de leurs joints K B, L B, M B ; ce que la figure montre aſſez clairement ſans y ajouter une plus longue explication. Il faut ſeulement remarquer que ſi la naiſſance à l'impoſte eſt fort inclinée, elle forme en B un angle quelquefois ſi aigu qu'on ne peut ſe diſpenſer de joindre à la plate-bande une partie de l'arriere-vouſſure, pour éviter l'angle trop aigu, & quelquefois auſſi pour obvier à la pouſſée, qui pourrroit faire ſortir le linteau hors de l'alignement du mur.

COROLLAIRE V.

Du bonnet de prêtre.

Des deux précédentes conſtructions, on tire celle d'une ſorte de voûte peu uſitée que j'appelle, à cauſe de ſa figure, *bonnet de prêtre* ; telle eſt celle qu'on voit à la figure 243, laquelle peut être propre à raccorder une ouverture de fenêtre quarrée par dehors avec une ronde par dedans, ou au contraire d'un rond extérieur avec un quarré intérieur ; ce qui peut auſſi convenir aux vouſſures d'une chambre quarrée au milieu de laquelle on veut faire un plafond rond, ou au contraire d'une chambre ronde où l'on voudroit faire une ouverture quarrée. Il eſt clair qu'une telle voûte ſeroit un compoſé de quatre arriere-vouſſures


237.
238.
239.
240.
241.
242.
243.
244.
245.

bombées & réglées, dont les ceintres intérieurs, comme AHE, (fig. 239.) au lieu d'être d'un sixieme, seroient d'un quart de cercle, ainsi la construction n'offre aucune nouvelle difficulté; ce seroit faire quatre arriere-voussures continuées au lieu d'une.

Je remarquerai seulement en passant, pour égayer le discours, que cette figure de *bonnet* extraordinaire inventé depuis environ deux siecles à l'usage des prêtres, par un bonnetier nommé *Patrouillet*, (selon *Pasquier*), donna occasion à la plaisanterie d'un historien, qui dit que de son tems les prêtres avoient trouvé la *quadrature du cercle*.

On peut varier cette figure de voussure, pour la rendre plus agréable, en la faisant à double courbure, comme nous le dirons ci-après.

Deuxieme classe des voûtes irrégulieres dont les surfaces sont à double courbure.

Puisqu'il n'y a que la sphere, entre les corps réguliers primitifs, qui soit courbe en tout sens, il semble qu'on peut lui comparer les surfaces irrégulieres qui ont une double courbure, l'une longitudinale & l'autre transversale; c'est-à-dire suivant la longueur de leur direction & suivant leur largeur. Pour donner quelque ordre à leur figure, on peut aussi leur attribuer quelque conformité avec le cône & le cylindre; ainsi, I. lorsqu'une voûte aura deux côtés droits convergens, & le reste de la surface à double courbure, je l'appellerai *conico-sphérique*; telle est *la trompe droite sur les impostes & courbe sous la clef.* II. Lorsqu'une voûte aura un côté droit & trois côtés courbes, dont l'opposé au droit sera dans un plan à peu près parallele à ce droit, je l'appellerai *sphérico-cylindrique*; telles sont les voûtes ci-après, savoir. 1°. *Le berceau de niveau courbe aux impostes & droit à la clef.* 2°. *Le berceau ou demi-berceau rampant, droit sur un imposte & bombé vers la clef.* 3°. *La trompe à panache.* 4°. *L'arriere-voussure de Montpellier.* III. Lorsqu'une voûte aura trois côtés droits & une surface à double courbure, je l'appellerai *sphérico-prismatique*; telle est la seule *arriere-voussure de S. Antoine.* IV. Enfin lorsqu'une voûte simple sera terminée par trois ou quatre courbes, sans que la surface courbe qu'ils comprennent soit sphérique, je l'appellerai *sphéroïdale*; tels sont 1°. les pandantifs des voûtes d'arêtes gothiques, 2°. *les trompes à joints de lits ceintrés en coquille*, 3°. *l'arriere-voussure de Marseille ordinaire.*

PROBLEME XXIV.

Faire une voûte conico-sphérique,

Appellée en termes de l'art,

Trompe droite sur les impostes & courbe sous la clef.

Plan. 65. *Fig.* 246. Soit (fig. 246.) l'angle rentrant ASB qu'on veut voûter de maniere que la pointe S soit en partie émoussée autant qu'il est convenable pour conserver quelque beauté à la surface de la doële. Sur AB, comme diametre, ayant fait le demi-cercle AHB pour ceintre de face, qui est ici renversé, & l'ayant divisé en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera de ces points des perpendiculaires 1 P, $2p^2$, $3p^n$, &c. à l'ordinaire; on tirera ensuite par les points P p^2 au sommet S les lignes PS, pS, lesquelles ne seront pas les projections des joints de lit, comme aux trompes coniques, mais les cordes des courbes de leur projection, qui seront les hyperboles aussi bien que les joints qu'elles représentent (par le théorême V du premier livre, & par le I du deuxieme.) Pour les décrire il faut observer; 1°. Que puisque tous les joints de lit aboutissent à la circonférence de la face AHB, les hyperboles auront toutes une amplitude égale au rayon CA. 2°. Que passant toutes au même sommet S de l'angle, elles ont pour axe commun la ligne CS; ainsi elles seroient toutes égales si elles avoient le même centre; mais puisqu'elles doivent se resserrer vers les impostes & s'ouvrir vers la clef, il faut qu'elles ayent différens centres. Pour trouver ces centres, on tirera au milieu de la clef la corde AH, qui coupera la ligne 1 P au point D; la longueur DP portée sur CS prolongée de S en c^1, donnera le centre de la premiere hyperbole en c^1; la même corde AH coupant aussi la ligne $2p^2$ au point d, donnera la longueur dp^2, laquelle étant portée sur l'axe prolongé de S en c^2, marquera le centre de la seconde hyperbole. Enfin si l'on vouloit tracer celle qui passe par le milieu de la clef, on porteroit la longueur du rayon CH sur l'axe prolongé, comme les précédentes, en Sc.

Premierement (par le problême 11 ou 12 du second livre) on peut décrire chacune de ces hyperboles, puisqu'on a trois points donnés, savoir le centre c^1 ou c^2, le sommet S, & une ordonnée

ordonnée C A ou C B, c'eſt-à-dire un point à la circonférence du demi-cercle A H B ; ainſi on pourra en trouver les aſymptotes, ou bien les foyers ; mais pour ne pas renvoyer le lecteur à ce problême, nous allons donner ici une maniere fort aiſée d'en trouver pluſieurs points. Par exemple, pour l'hyperbole qui paſſe par le point 2 du ſecond joint de lit, laquelle a ſon centre en c^2 ; on tirera la ligne c^2 B, & autant de perpendiculaires à l'axe S C que l'on voudra avoir de points de l'hyperbole, comme *io*, *ko*, *lo*, qui couperont c^2 B aux points *o*, *o* & *o*, l'impoſte S B aux points *ee*, & l'axe S C aux points *n*, *n*, *n* ; puis ayant prolongé le côté A S juſqu'à la rencontre de c^2 B en *z*, on tirera au centre C la ligne *z* C, qui coupera toutes les paralleles à A B en deux également en *m*, d'où comme centre, & de l'intervalle *mo* pour rayon, on décrira des arcs de cercles qui couperont S C en *x* ; les lignes *nx* ordonnées chacune au diametre de ſon arc étant portées en *ny*, ſur leurs diametres, donneront les points *y*, *y* à la circonférence d'une hyperbole, par leſquels & par les points S & B, on tracera à la main la courbe du joint de lit S Y *y* B que l'on cherche. De la même maniere on tracera les points de l'hyperbole S*ub*, qui eſt celle qui doit paſſer par le point 1 du joint de lit de l'hyperbole, & S V B, qui doit paſſer par le milieu de la clef. *Fig. 246.*

Il reſte à préſent à tracer les projections P *l* S, & p^2 *g* S de ces joints de lit, qui ſont auſſi des hyperboles dont nous nous contenterons de chercher un point dans une des lignes perpendiculaires à C S. Du centre C on tirera aux points 1 & 2 les rayons C 1, C 2, & prenant par exemple ſur la ligne *ko* la longueur *ny*, on la portera de C en G, ſur le rayon C 2 ; du point G, on menera une parallele à C S qui coupera *ko* en *g*, où ſera un des points de l'hyperbole p^2 *gq* S, qui eſt la projection du joint de lit paſſant par le point 2 à côté de la clef, c'eſt-à-dire de l'arête du lit de deſſus du ſecond vouſſoir & d'un des lits de la clef. Par la même maniere on trouvera le point *f* de la projection de l'hyperbole qui paſſe par le point 1, en portant *ny*, c'eſt-à-dire le point pris de *y*, où l'hyperbole S *u* B coupe la ligne *io* ſur le rayon C 1, en C I ; la parallele à C S menée par I, coupera *omi* au point *f*, qui ſera un de ceux de l'hyperbole P*fl*, laquelle eſt la projection de l'arête du lit de deſſus du premier vouſſoir & de celui de de deſſous du ſecond.

Il faut préſentement tracer le panneau de doële plate, lequel

ne peut toucher les quatre angles de la surface du voussoir auquel il est destiné, parce qu'elle est intrinséquement gauche. Il en touchera seulement trois, dont il désignera les sommets, & servira à trouver celui du quatrieme & l'inclinaison des coupes pour former les lits sur lesquels on doit tracer les courbes des arêtes hyperboliques de leurs joints à la doële. On peut aussi faire cette doële plate de maniere qu'elle ne touche que deux angles de la doële du voussoir qu'on se propose de faire, & cependant qu'elle serve à trouver la position des deux autres, comme nous allons le montrer dans la construction suivante.

Fig. 246 & 248. Ayant déterminé la position de la tête du trompillon suivant la grandeur de la pierre qu'on y doit employer, par exemple en TR, (fig. 246.) on portera la longueur de son côté ST sur le rayon C 1 en C*t*, & l'on tirera *tr* parallele à la corde 1, 2 & terminée aux deux rayons C 1, C 2, supposant par exemple qu'il s'agisse de la formation du second voussoir. Cette préparation étant faite, on tracera à part (fig. 248.) deux lignes *ab*, *m*M qui se coupent à angle droit, & du point *m* de leur intersection on portera sur *ab*, de part & d'autre, les moitiés M 1, M 2 de la corde 1, 2 de la fig. 246, & les deux moitiés de sa parallele *tr*, en *mt*, *mr* de la fig. 248. Par les points *a* & *b* on menera les lignes *a* 1, *b* 2 paralleles à celle du milieu *m*M, & ayant ouvert le compas de l'intervalle TA, des points *t* & *r* pour centres, (fig. 248.) on fera des arcs 1 *d*, 2 *d* qui couperont ces paralleles aux points 1 & 2, par où on tirera la ligne 1, 2; le trapeze *t* 2 1 *t* sera le panneau que l'on cherche; lequel sera celui de la doële plate d'une trompe droite circulaire inscrite à la trompe en conoïde dont il s'agit, par le moyen de laquelle doële plate on parviendra à la formation des lits sur lesquels on doit tracer les arêtes hyperboliques de leurs joints à la doële, comme nous le dirons ci-après en parlant de l'application du trait sur la pierre.

Secondement, on peut faire ce panneau de doële comme nous l'avons dit en premier lieu, de maniere qu'il touche trois angles de la doële du voussoir; mais alors il faut s'y préparer en décrivant la courbe de la section plane transversale, qui est le ceintre de la tête du trompillon. On décrira avec la longueur TN, pour rayon, (fig. 246.) un demi-cercle T*h*R (fig. 247.) qu'on divisera en autant de parties égales que le ceintre primitif AHB, par exemple ici en cinq aux points 1, 2, 3, 4, par les-

quels on tirera du centre n des rayons n 1, n 2, &c. prolongés indéfiniment, & une ligne à plomb au milieu hn, ſur laquelle on portera la longueur Nz^h de la fig. 246, qui eſt l'intervalle de l'axe pris à la face du trompillon juſqu'à ſa rencontre avec l'hyperbole du milieu S V z^h B. On prendra auſſi l intervalle N Y du même point N à l'hyperbole S Y B, qu'on portera ſur les rayons de la figure 247, en nY & ny, pour avoir les points Yy; & enfin l'intervalle N X du même point N à la troiſieme hyperbole, faite pour le premier lit en SuX B, qu'on portera ſur les rayons n 1, n 4, en nX & nx, & par les points T X Y Z y x R on tracera la courbe qui ſera la ſection plane tranſverſale de la trompe par la ligne T R de la fig. 246, laquelle eſt le ceintre de face du trompillon. Suppoſant préſentement qu'on ſe propoſe de faire un ſecond vouſſoir comme 3, 4, on tirera la la corde 3, 4, & par le point du ceintre le plus bas x, on lui menera une parallele xu, compriſe entre les deux rayons ny, nx, & l'on tirera les coupes u 7, x 8 du centre n, comme aux trompes ordinaires. *Fig.* 246 & 247.

Application du trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate & pour en tracer le contour, on formera des lits avec les biveaux de lit & de doële, de la même maniere que ſi l'on faiſoit un vouſſoir de trompe droite, ou bien avec le biveau de doële plate & de tête, comme il a été dit à la page 227, puis on levera un panneau de joint de lit R Y B ſur la courbe Y B, qu'on appliquera ſur le lit de deſſus, en ſorte que la ligne R B ſoit ſur l'arête de lit & de doële conique; on en uſera de même pour le lit de deſſous, pour lequel on levera un panneau ſur R X B & ſur la tête du côté du trompillon; on appliquera le panneau 3 yx 4 de la figure 247, & l'on aura les traces des quatre arêtes du vouſſoir, par le moyen deſquelles on creuſera la doële à vue d'œil parce que la regle ne peut y ſervir nulle part. Il ſuffira de s'aider de quelque cerche formée entre la tête de face & à la tête du trompillon, par le moyen d'un ceintre pris, par exemple en ke & tracé de la même maniere qu'on a tracé celui de la tête du trompillon T X R de la figure 247. Il eſt aiſé de voir que ſi la doële plate a été faite, par la ſeconde conſtruction, de maniere à toucher trois des angles de la doële creuſe, il faudra former les lits avec le biveau de lit & de doële coni-

que, parce que la ligne xu étant parallele à la corde 4, 3, l'angle 8 xu est égal à l'angle 8, 4, 3; mais alors au lieu du panneau de lit en triangle RXB (fig. 246.) il faut seulement un segment d'hyperbole XB, dont la corde XB sera appliquée sur l'arête de la doële plate; & au lieu du triangle mixte RYB pour le lit de dessus, il en faut un plus petit XYB, parce que XY répond à 4x de la fig. 247.

Fig. 246.

Explication démonstrative.

Premierement on remarque, en fait de beauté de figure, que tous les angles qui se font à la jonction des surfaces planes avec des courbes sont un peu désagréables à la vue; c'est pourquoi on tâche d'effacer ces angles en faisant la jonction des surfaces qui se rencontrent à la ligne d'attouchement de la courbe avec la plane. Or dans les voûtes coniques on ne peut effacer l'angle rentrant horisontal ASB, formé par les plans des piédroits convergens, mais on peut effacer l'angle vertical de la ligne d'intersection des piédroits avec le côté incliné du cône passant par la clef, en courbant ce côté de maniere que cette ligne verticale devienne sa tangente. On en peut faire autant à chaque joint de lit supposé dans un plan incliné passant par un joint de tête, faisant en sorte que l'intersection du plan du lit & du vertical passant par l'intersection des piédroits soit la tangente de la courbe substituée au côté du cône, lequel côté devient la corde de cette courbe; par ce moyen on émousse la surface pointuë du cône. On peut pour cette fin se servir de plusieurs courbes. Le P. Derand, comme nous le dirons ci-après, a voulu se servir du cercle, mais il n'a pas examiné qu'il ne le pouvoit que pour le milieu de la clef, sans faire une surface difforme. On pourroit se servir de l'ellipse, faisant toujours ensorte que la naissance en S fût à l'extrêmité d'un des axes. Mais comme l'hyperbole est la courbe qui approche le plus de l'angle rectiligne, qui est la section du cône par son axe où doit être la rencontre de tous les joints de lit, cette courbe est celle qui convient le mieux pour former l'arrondissement du fond de la trompe & en émousser la pointe.

Secondement, parce que les hyperboles doivent s'ouvrir & s'arrondir, à commencer depuis l'angle des impostes ASB, qu'on peut considérer comme la premiere hyperbole infiniment peu arrondie, & que la plus arrondie est celle qui doit passer par

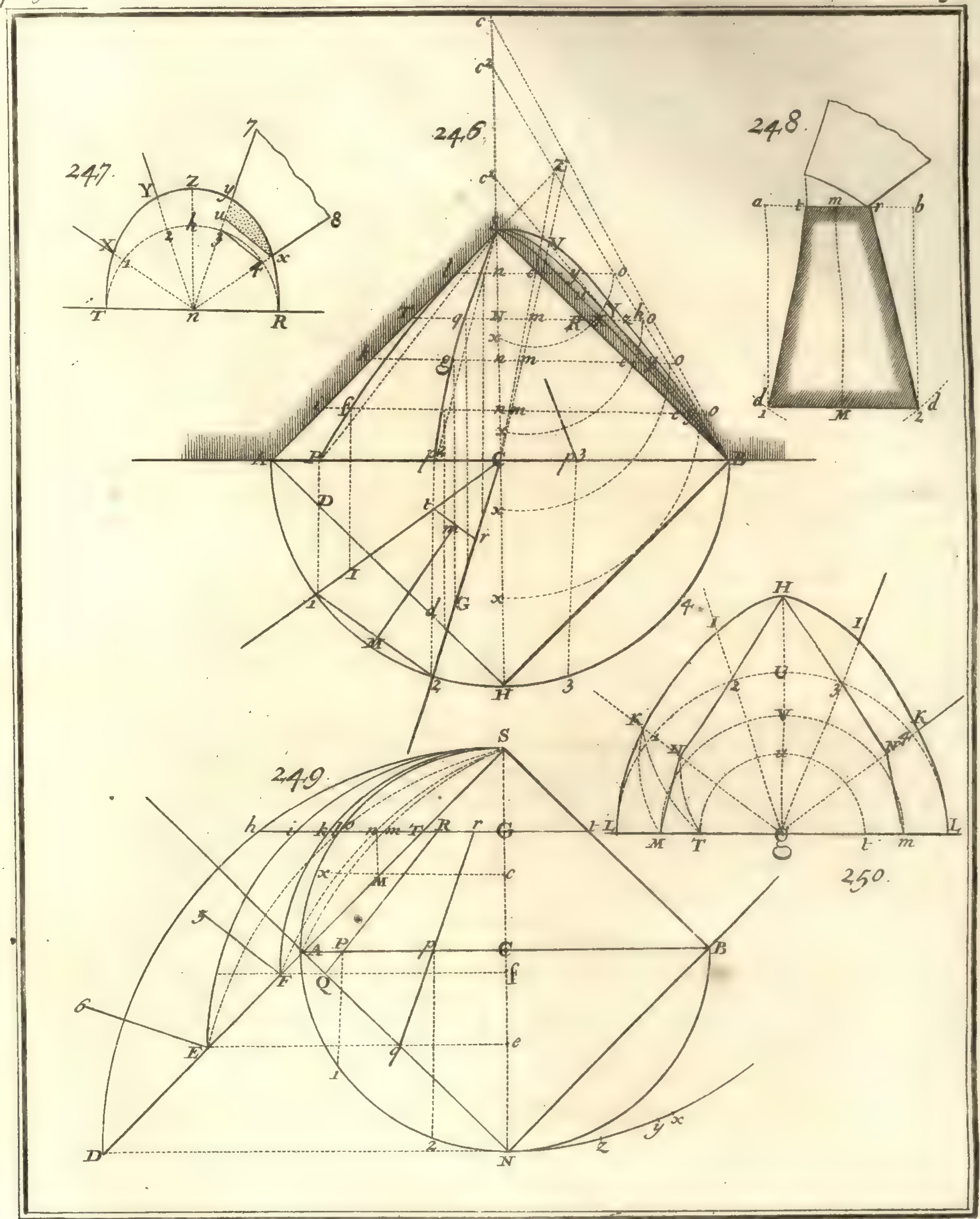
le milieu de la clef, puisqu'elle est la plus éloignée de cette premiere, on prend la distance des centres de toutes les hyperboles possibles entre la premiere & la derniere, suivant une progression exprimée par des lignes paralleles à CH dans le triangle AHC; telles sont DP & dp^2, &c. provenant des divisions de la base 1, 2, 3, 4. Or comme les centres des hyperboles représentent les sommets de cône dont elles sont les sections, on a trouvé les ordonnées de ces hyperboles par le moyen des côtés c^1B, c^2B, des cônes différens que donnent les positions de ces centres; ainsi ces courbes des joints de lit sont bien trouvées, *ce qu'il falloit faire.* Fig. 146.

Autre façon de trompe conico-sphérique à joints ceintrés en coquille.

Le P. Derand, à la suite du trait de la trompe sur le coin, dont nous avons parlé ci-devant, page 275, donne une maniere de changer la doële conique en une surface irréguliere, qu'il appelle en *niche*, en traçant sur les plans des lits des quarts de cercles dont les côtés du cône, c'est à-dire les arêtes des joints de lit, étoient les cordes. Soit, par exemple (fig. 249.) le quarré ASBN la projection horisontale de la trompe, les lignes SQ, S*q* celles de ses joints de lit; on menera par les points Q & *q* des perpendiculaires à l'axe SN qui le couperont aux points *f* & *e*. Si de ces points pour centres, & pour rayons *f*S, *e*S, on décrit les quarts de cercles F*k*S, E*i*S, D*h*S, on aura les joints de lit de la doële en niche, & le quart de cercle D*h*S sera la cerche du milieu de la clef. Le Pere Dechalles, dans son traité *de lapidum sectione*, a voulu en changer le trait, comme il suit. Ayant décrit le quart de cercle D*h*S, ainsi que le Pere Derand, il fait avec le même rayon DN ou NS des arcs de cercles E*o*S, F*n*S, A*m*S sur les cordes qui étoient données pour joints de lit de la doële conique ES, FS, AS, & des centres *x*, *y*, *z*, trouvés par des intersections faites avec ND pour rayon, & des points S, A, F, E pour centres; mais ce changement fait une figure encore plus irréguliere que celle du Pere Derand, qui l'étoit déja beaucoup; pour en juger, il faut tracer la tête du trompillon, que ni l'un ni l'autre n'ont décrit. Ayant pris un point G à volonté sur l'axe SN, on lui tirera la perpendiculaire indéfinie *t*G*h*, qui coupera les arcs des joints de lit aux points *h*, *i*, *k*, *l*, suivant le trait du Pere Derand, & ceux du trait du Pere Dechalles aux points *h*, *o*, *n*, *m*. Présentement, ayant pris une ligne Fig. 249.

Fig. 249 & 250. L L (fig. 250.) pour base du trompillon; du milieu *g* pour centre, & pour rayon G *l* de la fig. 249, on décrira un demi-cercle L U L, qu'on divisera en même nombre de voussoirs que le ceintre primitif A N B aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera du centre *g* des rayons *g* 1, *g* 2, &c. prolongés, sur lesquels on portera les longueurs correspondantes de la section G *h* de la fig. 249, savoir G *h* en *g* H de la fig 250; G *i* en *g* I à la même; G *k* en *g* K; & G *l* en *g* L; & par les points L, K, I, H rapportés de l'autre côté en H, I, K, L, on tracera à la main la courbe L H L, qui est l'élevation de la tête du trompillon du Pere Derand. Par la même pratique, on trouvera la courbe M 2 H 3 *m* pour la tête du trompillon du trait du Pere Dechalles. Il est visible, à l'inspection de cette figure 250, que la surface de la doële d'une telle niche doit être désagréable à la vue, en ce qu'elle fait un pli à la clef H comme les voûtes gothiques, lequel est moins choquant dans le trait du P. Derand que dans celui du P. Dechalles, qui fait un angle curviligne fort aigu 2 H 3.

Il suit de ces constructions, qu'en faisant les impostes concaves horisontalement, on sort de l'hypothese, qui veut que les piédroits A S, S B soient en ligne droite comme à toutes les trompes coniques, de sorte qu'en les faisant creux en quart de cercle, comme le P. Derand, on change leur angle rectiligne en une demi-tour creuse, qu'il seroit plus beau & plus facile de voûter en niche sphérique ou sphéroïde que de cette maniere irréguliere. Que si l'on fait les impostes d'un arc moindre que le quart de cercle, comme le P. Dechalles, les deux portions de tour creuse qui se formeront, une à chaque piédroit, feront à leur jonction un angle curviligne désagréable à la vue. Enfin si l'on vouloit conserver les impostes droites & commencer seulement au-dessus à creuser la voûte, pour aller chercher le premier joint de lit courbe du coussinet, il s'y formeroit un creux en forme de sac, comme en T K I, suivant le trait du P. Derand, qui seroit fort vilain, & un moindre T N 2, suivant le P. Dechalles, lequel sac seroit d'autant plus difforme que le premier lit *g* K seroit abaissé près de l'imposte *g* L. Il est vrai que ce sac diminueroit peu à peu en s'approchant de la face A B d'un côté, & du sommet S au fond de la trompe, de l'autre côté, où il se réduiroit à rien; ainsi le sac M K I, qui répond à la section *c* M *x* de la figure 249, est moindre que T K I, qui répond à G T. D'où l'on doit conclure que cette espece de


246.
247.
248.
249.
250.

trompe est une idée mal concertée, qu'on ne peut mettre en pratique sans vouloir faire une chose difforme de propos délibéré, laquelle est non-seulement moins réguliere & moins belle que la trompe conique sur le coin & que la sphérique, mais aussi moins solide; par conséquent dont on ne peut tirer aucun avantage.

PROBLEME XXV.

Faire une voûte cylindrico-sphéroïde.

En termes de l'art,

Faire une espece de berceau dont la clef & les impostes sont de différente nature; savoir, l'un droit, l'autre courbe.

On a vu par le trait précédent qu'on peut faire une voûte dont les impostes sont droites & convergentes, mais dont toutes les autres lignes de joints ou de pareilles tracées sur la doële tendantes au point de concours des impostes, se courbent d'autant plus qu'elles s'élevent, de sorte que celle du milieu de la clef est la plus concave. D'où il suit qu'on peut encore faire la même chose lorsque les impostes ne concourent qu'à une distance infinie, c'est-à-dire lorsqu'elles sont paralleles entr'elles.

On peut encore donner à cette figure de doële une autre modification, en faisant faire un quart de révolution au corps cylindroïde dont il s'agit, autour de son axe; alors les lignes droites des impostes se placeront où étoit la clef, sans qu'il arrive d'autre changement à la voûte que celui de la situation de ses parties considérées à l'égard de l'horison; à laquelle situation ayant égard, je distinguerai ces sortes de voûtes en deux especes, l'une où la clef est droite & les impostes courbes, l'autre où l'imposte est droite & la clef courbe.

PREMIER CAS,

Berceau irrégulier dont les impostes sont courbes & la clef droite.

Soit, (fig. 251.) le quadriligne mixte ABKI la projection horisontale d'une voûte dont les côtés AB, IK sont droits, & AI, BK courbes concaves, lequel étant divisé par les lignes de milieu CX, FG, est uniforme dans chacun de ses quarts

Plan 66, Fig. 251. ACMF, BCMG, &c. Sur AB, pris pour diametre du ceintre primitif, ayant décrit le demi-cercle AHB, on portera les distances de la ligne du milieu MF, MG en C*f*, C*g*, de part & d'autre du point C, & de même les longueurs *m*D, *m*E, en C*d*, C*e*, supposant DE parallele à AB, & éloignée à volonté, par exemple à moitié de CM. Sur la ligne *fg*, prise pour grand axe d'une ellipse, & CH pour moitié du petit, on décrira la demi-ellipse *f*H*g*, qui est le plus grand de tous les ceintres ; de même sur *de* pour grand axe, & le double du même CH pour le petit, on décrira la demi-ellipse *d*H*e* entre ces ceintres ; on en pourra tracer de même autant qu'on le jugera à propos pour la commodité & l'exactitude de la construction. On divisera ensuite chacun de ces ceintres en un même nombre de parties égales entr'elles, pour former autant de voussoirs qu'on voudra, par exemple ici en cinq aux points A, 1, 2, 3, 4, B pour le circulaire : *f*, 1°, 2°, V, *o*, *g*, pour le grand surbaissé : *d*, 1e, 2e, *u*, *n*, *e* pour le moyen surbaissé ; & par ces points on tracera les courbes 4*no*, 3*u*V qui seront les projections verticales en profil de chacun des joints de lit d'un côté, & leurs égales 1, 1e, 1° ; 2, 2e, 2° de l'autre, lesquelles sont d'autant plus courbes qu'elles approchent de l'imposte B*g*, & d'autant plus droites que les lits approchent de la clef H, dont le milieu est parfaitement droit ; ces courbes servent pour la formation des têtes des voussoirs par la voie de l'équarrissement.

Il faut présentement tracer celles des joints des mêmes lits à la doële. Sur le diametre AB prolongé on portera la profondeur de la voûte exprimée par CX avec ses divisions MN en *ai*, & par les points *a*, *n*, *m*, *n*, *i*, on lui élevera des perpendiculaires indéfinies *ah*, *nh*, *mh*, *nh*, *ih* ; puis par les points des courbes de tête dont nous venons de parler 4, *n*, *o* ; 3, *u*, V & le sommet H, on menera des horisontales paralleles à AB qui couperont les verticales *ah*, &c. en des points qui seront au contour des courbes que l'on cherche, lesquelles seront répétées de part & d'autre également en sens contraire depuis la ligne du milieu *mh* ; ainsi l'horisontale passant par le point 4, donnera les points d'intersection 1^f, 4^f ; le point *n* donnera les points N & N ; & le point *o* celui du milieu O ; la courbe 1^f NON4^f, sera celle du premier lit à la doële. Par la même pratique les points 3, *u*, V, du profil de tête donneront la courbe 2^f UVU 3^f pour les seconds joints de lit à la doële.

De

De ce que les projections verticales des lits à la tête & à la doële sont courbes, il suit que les projections horisontales des joints à la doële le seront aussi ; c'est pourquoi il faut les chercher à peu près comme celles de la coupe, par le moyen des points du profil de tête, d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur A B, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de ses paralleles D E, F G, T t, I K. Ainsi la verticale menée par le point 1, donnera les points P & R ; celle qui sera abaissée du point 1e, donnera les points x & x, à la rencontre des lignes D E, T t ; & celle qui sera tirée par le point 1°, donnera sur la ligne du milieu F G le point Q ; la courbe P x Q x R sera la projection horisontale du premier joint de lit. Celle du second *pq r* se trouvera de même, laquelle comme l'on voit est beaucoup moins courbe que la précédente, parce qu'elle approche de cette projection du milieu de la clef C X, qui est parfaitement droite au plan horisontal comme au vertical en *hhh*. Puisque toutes les projections des joints de lit sont courbes, il suit que les arêtes des joints en œuvre sont des courbes à double courbure, qu'on ne peut faire par la voie du simple équarrissement, par des préparations des surfaces planes, mais par une préparation de surface cylindrique & par panneaux flexibles, comme il a été dit au troisieme livre, page 364. *Fig.* 251.

Application du trait sur la pierre.

Soit, par exemple, proposé à faire le premier voussoir, dont la projection horisontale est le quadriligne mixte A P Q F. Ayant dressé un parement pour servir de lit de niveau, on y appliquera le panneau formé sur l'épure A P x Q F D A, dont on tracera le contour sur ce lit, puis on abattra la pierre à l'équerre suivant la courbe P x Q, formant ainsi un morceau de tour creuse, dans laquelle on élevera sur les repaires P x Q des perpendiculaires au lit de niveau paralleles entr'elles, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées 1 P, 1e A sur le milieu x, & & 1° t sur le point Q, lesquelles hauteurs donneront des points par lesquels on tracera avec une regle pliante l'arête du lit de dessus. On prendra ensuite le biveau d'à-plomb & de coupe P 1, 5, avec lequel on abattra la pierre pour former le lit, tenant une des branches à-plomb, & l'autre d'équerre sur l'arête ; par ce moyen on formera une surface convexe cylindrique dont la projection est marquée au profil par la courbe 1, 1e, 1°, ou son *Fig.* 251 & 252.

égale $4no$, de l'autre côté. On formera les têtes avec les biveaux mixtes xQF & xPA, pour y tracer les arcs A 1 & $f\,1^{o}$, ſuivant leſquels, la courbe du lit de deſſous A D F & l'arête trouvée du lit de deſſus, on abattra la pierre pour former la doële concave gauche, dans le milieu de laquelle on appliquera la cerche de l'arc $d\,1^{e}$ ſur les appuis donnés en D, au lit de deſſous, & en x à celui de deſſus, & la pierre ſera faite.

USAGE.

Quoiqu'il paroiſſe du premier abord quelque choſe de bizarre dans la figure de cette voûte, je puis juger qu'elle réuſſit très bien en œuvre par le modele que j'en ai fait faire pour voûter les bras renflés de la croix grecque d'une chapelle dont j'ai donné le deſſein à un Comte de l'Empire qui le fait exécuter auprès de ſon château de Bockenheim, dans le Palatinat. Quoique j'évite les occaſions de me mêler d'architecture, j'ai embraſſé celle-ci avec plaiſir, tant pour obliger un Seigneur très eſtimable par lui même, qui m'honore de ſes bienveillances, que pour contribuer au rétabliſſement d'une chapelle anciennement célebre dans le voiſinage, & même bien avant en Allemagne, qui étoit tombée en maſure par les révolutions des héréſies. La Providence ayant rappellé ce Souverain au giron de l'égliſe & à la religion de ſes peres, il ſuit les traces de ſes illuſtres ancêtres, qui ne ſe ſont pas moins diſtingués par leur piété que par les grandes actions qui leur ont donné un des premiers rangs dans l'Empire de tems immémorial. Nous avons à Landaw une preuve de ce que j'avance, car c'eſt à MM. les Comtes de Linange que le chapitre & l'égliſe collégiale doivent leur fondation depuis environ 470 ans.

Second cas inverſe du précédent.

Berceau droit ſur les impoſtes & courbe ſous la clef.

Si l'on faiſoit un berceau complet, c'eſt-à-dire, qui s'étendît d'une impoſte à ſon oppoſée ; après avoir déterminé la ligne courbe du ceintre de chacune de ſes têtes à volonté, ſuivant l'exigence de l'ouvrage, il faudroit déterminer de même à volonté, ſuivant l'occurence, la ligne courbe qui détermine la concavité du milieu de la clef au-deſſus du côté droit d'un cylindre inſcrit dans ce berceau irrégulier ſur même baſe. Enſuite on di-

minueroit cette courbure peu à peu en descendant jusqu'aux impostes, où elle doit se redresser totalement & se confondre avec les côtés du cylindre inscrit. Comme cette figure de voûte n'est d'usage en architecture que pour les *escaliers suspendus & à repos*, où elle n'est mise en œuvre qu'à moitié, depuis une imposte jusqu'à la clef, le reste demeurant vuide, & qu'elle est aussi plus ordinairement rampante que de niveau, nous choisissons ce cas d'usage pour l'exemple du trait, qui consiste dans le problême suivant.

Faire un demi-berceau rampant droit à son imposte & courbe sous la clef.

Soit (fig. 253.) le parallelograme rectangle ABDR la projection horisontale du demi-berceau dont l'imposte rampante est AM, terminée en M par la verticale BM, donnée pour hauteur de la rampe d'escalier élevée sur le point B, qui est de niveau au point A, déterminée suivant le nombre & la hauteur des marches. Ayant prolongé BA vers C, & déterminé la nature du ceintre de face de montée en quart de cercle ou d'ellipse, ou seulement en arc moindre que le quart, on portera la largeur AR en AC, pour décrire du centre C l'arc AH, par exemple, en quart de cercle; on menera par A la verticale RAT, & par C & M les paralleles CS & Mh^e. Ensuite, par le sommet H on tirera l'horisontale Hh qui coupera AT en h, d'où on menera hh^e parallele à AM, qui coupera la verticale BM prolongée en h^e. Ensuite on tracera la courbe du bombement du sommet hfh^e comme on le jugera à propos; je la supposerai, pour plus de facilité, en arc de cercle tiré du point D pour centre, afin que si cette voûte rachete par le haut un arc de cloître h^eN, comme il arrive ordinairement, il ne se fasse pas de jarret en h^e. *Fig. 253.*

Le ceintre de face AH étant divisé en ses voussoirs, par exemple en trois également aux points 1, 2, H, on menera par les points 1 & 2 des horisontales qui couperont la verticale AT aux points 1^a, 2^a, par lesquels on menera des paralleles à la rampe AM qui donneront sur Mh^e, les points 1^n 2^n; ces lignes droites seront les cordes des arcs des joints de lit dont la courbure doit diminuer insensiblement, à mesure qu'ils approchent de l'imposte AM, qui devient enfin une ligne droite. Pour trouver les points de ces courbes, qui sont les projections verticales des

Fig. 253. joints de lit dont les arêtes doivent être en œuvre à double courbure, il faut diviser la rampe A M en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de chacune de ces courbes, par exemple, en quatre aux points E, F, G, par lesquels on élevera autant de verticales paralleles à T R qui couperont l'arc donné pour la clef hfh^e, aux points e, f, g, & la projection horisontale aux points k^r, l^r, m^r. Par les points e, f, g, on menera des paralleles à la rampe A M qui couperont la ligne A T aux points r, s, t, par lesquels on menera des horisontales rf^o, se^o, tg^o, dont les intersectons avec la verticale C S aux points f^o, e^o, g^o donneront les sommets de chaque quart d'ellipse, qui doit être la section de chacun des plans passans verticalement par les points donnés E, F, G & perpendiculairement à la direction de l'axe du berceau.

Ainsi les lignes Cf^o, Ce^o, Cg^o étant doublées, seront les grands axes de ces ellipses, & C A la moitié du petit axe commun à toutes, de sorte que (par le problême VII du deuxieme livre) on pourra décrire les quarts d'ellipse Af^o, Ae^o, Ag^o, qu'on divisera chacun en un même nombre de parties égales entr'elles qu'on a divisé le ceintre primitif A H; & comme toutes les circonférences de ces quarts d'ellipse sont inégales, leurs divisions en voussoirs de même nombre seront aussi toutes inégales, comme on voit au profil par les points 2, 2^z, 2^y, 2^x, lesquels serviront à trouver la projection horisontale des joints de lit & si l'on veut aussi leur projection inclinée sur le plan de rampe A M. Pour trouver les points de leur projection horisontale, il n'y a qu'à abaisser de ces mêmes points des perpendiculaires sur A C, qu'elles couperont en des points p^2, z, y, x, où seront leurs retombées, lesquelles seront portées sur les horisontales correspondantes; savoir, A x, provenant du point 2^x de l'arc Af^o, sur la ligne F l^r du point L en x; la retombée A y, provenant du point 2 y de l'arc Ae^o en K y; & enfin A z, provenant de 2^z de l'arc Ag^o, sur G m^r de m en z; & par les points r^2yx zd^2, on tracera la courbe qui sera la projection horisontale du second joint de lit. On tracera de la même maniere celle du prémier lit r^1ld^1, qui servira à tracer les voussoirs par l'équarrissement ordinaire.

Présentement, si pour le ménagement de la pierre on veut tracer la projection de ces mêmes joints de lit sur le plan de rampe, il faut opérer differémment. Par tous les points h, e, f, g, h^e de la courbe du renflement, & par tous les points trouvés

des autres joints 2^a, x , 2^n ; 1^a X 1^n, où ſont les interſections de ces courbes avec les verticales e E, f F, g G, on tirera des perpendiculaires ſur A M, leſquelles étant prolongées couperont le côté $r h^s$ aux points h^t, e^t, f^t, b, h^s qui marqueront les ſommets de tous les ceintres tranſverſaux en projection ſut le plan incliné de la rampe. Pour en trouver les autres points, on prendra les retombées des diviſions de chaque ceintre A x, A p^2, &c. ou ce qui eſt la même choſe, les diſtances horiſontales V 2^x, u 2^y, &c. qu'on portera ſur les perpendiculaires à A M qui correſpondent à ces diviſions, par exemple V 2^x, qui eſt au ceintre du milieu, pour la ſeconde diviſion en o V^2, provenant du point x^2 de la ligne f F; & la diſtance horiſontale i 1^x ſur X o, prolongée en O P; la courbe F P V f^t, ſera la projection inclinée de l'arc elliptique qui eſt la ſection tranſverſale par le milieu de la longueur du berceau ; ainſi des autres, comme la figure le montre ſenſiblement ; ce qui eſt ſi relatif aux traits que nous avons donné ci-devant (chapitre V) pour les traits des *deſcentes*, qu'il paroît inutile d'en détailler tous les autres exemples. *Fig.* 253.

Ces courbes ſont néceſſaires pour tracer les têtes des vouſſoirs qui ſont à-plomb, mais ſi on vouloit les faire couchées perpendiculairement à la rampe, ou bien faire des cerches pour creuſer la doële propres à être poſées perpendiculairement à la ligne de rampe A M, il eſt clair que les courbes de ces cerches ſeroient repréſentées ſur le plan incliné en projection par les lignes droites, de ſorte qu'il faut une opération à part pour en décrire le contour. Soit, par exemple une de ces cerches qu'on veut faire paſſant par le point g, pris à volonté. On tirera par ce point une perpendiculaire $g a$ ſur A M, laquelle étant prolongée coupera les courbes de projection $1^t x 1^s$; & $2^t V^2 2^s$ en des points O^1, O^2, & la droite $h^t h^s$, au point b. On portera à part (fig. 254.) la ligne $a b$ avec ſes diviſions $O^1 O^2$ en $a b^u$, V^1, V^2, par leſquelles on élevera des perpendiculaires $V^1 1^u$; V^2, 2^u; $b^u g^u$, qu'on fera égales aux hauteurs des diviſions priſes ſur la projection verticale dans les points d'interſection de la ligne $g a$ avec les courbes des projections verticales des joints de lit 1^u, 2^u, g, de la figure 253, & par les points trouvés 1^u, 2^u, g^u de la figure 254 on tracera une courbe qui ſera celle de la cerche qu'on demande, ou d'une ſection de tête inclinée de vouſſoir, pour ſervir de joint de doële tranſverſale. J'ai donné pour exemple de ce trait un ceintre primitif en quart de cercle, d'où ſuivent des ceintres ſecondaires en quart d'ellipſe; mais comme *Fig.* 253 & 254.

cette voûte pouſſe au vuide à ſon ſommet entre ſes deux extrêmités, il convient ſouvent de faire le ceintre primitif moindre que le quart de cercle, ou plutôt parabolique; de cette derniere conſtruction, il ſuit que les ceintres ſecondaires ſont auſſi tous paraboliques, dont les amplitudes ſe trouvent de même que les ſommets des quarts d'ellipſe, & qu'on peut décrire par le problême X du deuxieme livre.

Explication démonſtrative.

Lorſque les ſurfaces ſont des voûtes néceſſairement différentes des régulieres primitives, il convient de les en rapprocher autant qu'il eſt poſſible, c'eſt pourquoi entre les courbes données pour les deux ceintres de face de montée & de deſcente, nous avons déterminé une ſuite de quarts d'ellipſe terminés par le bas à l'impoſte donnée, & à la hauteur déſignée par les points de ſection, pris à volonté ſur la courbe du ſommet, qui eſt auſſi donnée; & parce que les joints de lit apparens doivent diviſer la doële en parties toujours proportionnelles, pour que les intervalles des vouſſoirs s'élargiſſent & ſe reſſerrent d'une maniere uniforme, nous avons diviſé les circonférences des ſections priſes à volonté en un même nombre de parties aliquotes, leſquelles ſont toujours une ſuite qui s'écarte de la ligne droite; d'où il réſulte que les arêtes des lits à la doële ſont des courbes à double courbure, puiſque leurs trois projections, ſavoir la verticale de coupe en longueur, celle de profil en travers, & celle du plan horiſontal, ſont chacune différemment courbes. Or le trait de pareilles arêtes ne peut être ébauché que par le moyen de la ſuppoſition d'une ſurface creuſe cylindrique, formée ſur l'une des trois projections, comme nous l'avons expliqué au troiſieme livre (page 364 & ſuivantes). Le reſte de cette voûte rampante eſt relatif aux deſcentes dont nous avons parlé au long à la fin du cinquieme chapitre.

Application du trait ſur la pierre.

Puiſque cette voûte eſt à double courbure, comme les ſphéroïdes, & que les arêtes des lits des vouſſoirs ne ſont pas planes, c'eſt à dire dans un plan, il eſt clair qu'il faut commencer par former une ſurface concave cylindrique, comme nous l'avons expliqué au chapitre VII, en parlant des voûtes ſphéroïdes, & récemment au dernier trait; mais à cauſe que cette voûte

rampe, on peut faire cette premiere ſurface cylindrique, ou ſur les courbes de la projection horiſontale comme $r^2 x d^2$; $r^1 l d^1$; ou ſur celles de la projection inclinée $2^t V^2 2^s$ & $1^t x 1^s$. Dans la premiere méthode il y a beaucoup de pierre à perdre, parce qu'après avoir opéré comme au cas précédent, il faut enſuite retrancher les parties triangulaires, l'une par exemple A E K, pour un premier vouſſoir au lit de deſſous, & l'autre 1^a Y 2^a au lit de deſſus. Dans la ſeconde méthode, il y a encore deux parties triangulaires à retrancher d'un parallelepipede A Y, mais un peu moindres qu'à la précédente, dans le rapport du triangle A E K à ſon oppoſée Y E o, auquel eſt égal celui de l'autre extrêmité 1^a A 1^t, ſi les joints de tête ſont à-plomb, & il n'y aura que ce dernier, ſi l'on fait les têtes perpendiculaires à la rampe; ainſi l'on peut choiſir celle des deux méthodes qui conviendra le mieux, ſuivant les circonſtances, d'à-plomb ou d'équerre ſur la rampe. Fig. 253.

Cette premiere diſpoſition d'ébauche étant faite, après avoir creuſé une doële de ſuppoſition d'à-plomb, comme il a été dit au trait précédent, on portera dans ce creux les hauteurs des retombées des bouts du vouſſoir & du milieu, pour y tracer avec une regle pliante l'arête du lit ſupérieur; enſuite avec le biveau d'à-plomb & de coupe, on formera le lit de deſſus convexe & le lit de deſſous du vouſſoir ſuivant concave, comme il convient au complément du même biveau renverſé. Le parement creux de ſuppoſition verticale & les lits étant faits, on tracera l'arête du lit de deſſous en portant les retombées perpendiculairement aux arêtes de tête du parement creux, de la même maniere que nous l'avons expliqué pour la formation des vouſſoirs de la vis S. Giles, à laquelle cette voûte a quelque rapport, avec cette différence que les têtes ne ſont pas en coupe comme à la vis, mais paralleles entr'elles, comme aux voûtes en berceau en deſcente.

Remarques ſur les fautes de l'ancien trait.

Les Auteurs de la coupe des pierres ont fait quatre fautes dans le trait de cette voûte. *La premiere* conſiſte en ce qu'ils font un jarret en pli à la naiſſance de leur ceintre primitif ſur le piédroit, comme il eſt aiſé de le voir par leur conſtruction. Ayant élevé C H perpendiculaire & égale à C A, ils prennent l'intervalle H A pour rayon de ce ceintre, dont ils cherchent le centre par l'interſection des arcs V 7, V 8, décrits avec le même

rayon, des centres H & A; ainſi décrivant l'arc A 9 H du centre
Fig. 253. V, il eſt viſible que la verticale A R, qui eſt le profil du pié-droit, ne lui eſt pas tangente, puiſque le rayon V A lui eſt incliné en angle aigu V A R; par conſéquent cet arc fait un jarret en A, où eſt ſa naiſſance. On voit, par cette conſtruction, qu'au lieu d'un quart de cercle, comme je l'ai fait par exemple en H 2 A, ils ne font qu'un arc de 60 degrés; leur raiſon eſt ſans doute de diminuer la pouſſée du ſommet qui pouſſe au vuide entre ſes deux extrêmités. J'admets cette raiſon, mais je ferai voir comment on peut concilier la régularité de la naiſſance ſans jarret avec cette raiſon de ſolidité, par le moyen d'un ceintre parabolique, lorſqu'il ſera queſtion des voûtes compoſées par la jonction des trompes, comme il arrive aux eſcaliers *ſuſpendus & à repos.*

La ſeconde faute des auteurs conſiſte en ce qu'ils font les projections horiſontales des joints de lit en ligne droite, ce qui rend les diviſions des doëles des vouſſoirs inégales entr'elles dans chaque ſection verticale, parce que les quarts d'ellipſes ou autres courbes de ces ſections n'étant pas paralleles à celles du ceintre primitif H A, ſeront inégalement inclinées à une même verticale, par exemple 2^x 9, d'où il ſuit que les diviſions ne ſeront point des parties aliquotes égales de chaque ceintre; car, ſi l'on prend par exemple $2q$, pour une de ces verticales qui repréſentent le plan dont la ſection longitudinale parallele à l'axe donne pour projection du joint de lit une ligne droite, il eſt clair que la portion $f^o q$ eſt moindre que $f^o 2^x$, qui eſt le quart de l'arc elliptique f^o A; & par l'inverſe, ſi l'on prend cette verticale en 2^x 9, il eſt viſible que l'arc H 9 ſera plus grand que le quart de cercle H A : ainſi des autres joints.

La troiſieme faute conſiſte en ce qu'ils tracent mal les courbes des joints de lit conſidérés dans leur élevation, comme 1^a X 1^n; $2^a x^2 2^n$, relativement à la courbe du ſommet $h f h^e$, parce qu'ils partagent la diſtance fQ du ſommet f de cet arc donné à ſa corde $h h^e$, en un même nombre de parties égales qu'il y a de rangs de vouſſoirs, par exemple ici en trois, pour déterminer la diſtance de chaque arc au-deſſus de ſa corde par le nombre de ces diviſions dont elle doit être augmentée ou diminuée. Ainſi l'intervalle 1 X de la corde $1^a 1^n$, à ſon arc 1^a X 1^n, eſt le tiers de Qf ſelon les auteurs; l'intervalle $q x^2$ de la corde $2^a 2^n$ à ſon arc, eſt les deux tiers de Qf, ainſi du reſte; ce qui leur donne occaſion de tracer des

des arcs circulaires par trois points donnés, dont ils font les joints de lit, & qui produit encore évidemment des divisions des voussoirs inégales entr'elles, parce que ces distances en à-plomb sont proportionnelles aux fleches *fd*, &c, de ces arcs; lesquelles fleches ne sont point entr'elles en raison arithmétique, ni dans le cercle ni dans l'ellipse; or il est visible que ces distances dépendent de la différence des hauteurs des divisions proportionnelles des arcs *f*° 2ˣ A, & H 2 A. Fig. 253.

La quatrieme faute consiste dans la nature de ces courbes qu'ils font circulaires, & qui ne peuvent l'être ni suivant les divisions des rangs des voussoirs ni suivant la nature du corps coupé, qui n'est certainement point du nombre des réguliers, dont les sections par des plans paralleles entr'eux en long ou en large sont circulaires; par conséquent forçant les joints à passer par des arcs de cercles, ils ne peuvent le faire que par le moyen des inflexions de la surface de la doële qui doivent y causer des irrégularités comparables à celles des ondes de la mer agitée. Je conviens que ces sinuosités ne seront pas fort sensibles, mais elles y seront réellement & sans nécessité, puisqu'on peut mieux faire avec autant de facilité qu'il s'en trouve dans l'exécution de l'ancien trait.

COROLLAIRE.

Du bonnet de prêtre de direction concave d'une face à l'autre.

Nous avons parlé ci-devant de la figure que produiroit dans son ébrasement une ouverture quarrée d'un côté & ronde par l'autre, comme une fenêtre ou un enfoncement de voûte, lorsque les lignes de direction tirées du quarré intérieur au cercle extérieur sont droites; présentement nous supposons que ces lignes sont courbes en quarts d'ellipse plus ou moins alongés: en ce cas il se formera une surface à double courbure qui peut très-bien convenir à raccorder dans une chambre quarrée, par un renfoncement de voussure, une bordure ronde; ou au contraire, une ouverture ou bordure quarrée sur une tour ronde. Le trait d'une telle voussure ne feroit différent de la voûte dont nous venons de parler qu'en ce que ce seroit un composé de quatre parties de la même espece tournées différemment, en sorte que leurs naissances & leurs sommets soient dans des plans horisontaux, l'un au-dessus de l'autre, au lieu qu'ils étoient dans des

plans verticaux paralleles entr'eux. Secondement que chacun de ces quarts ſoit renfermé entre des plans verticaux convergens, ſur leſquels on pourra prendre les ceintres primitifs, dont les diagonales ſeront un des demi-axes, & la hauteur ſera l'autre toujours égal ; ces vouſſures ſont très-propres à orner un plafond, par la variété de tranſition des figures du rond au quarré, ou du rectangle à l'ellipſe, qui ſe trouventt ainſi raccordés agréablement.

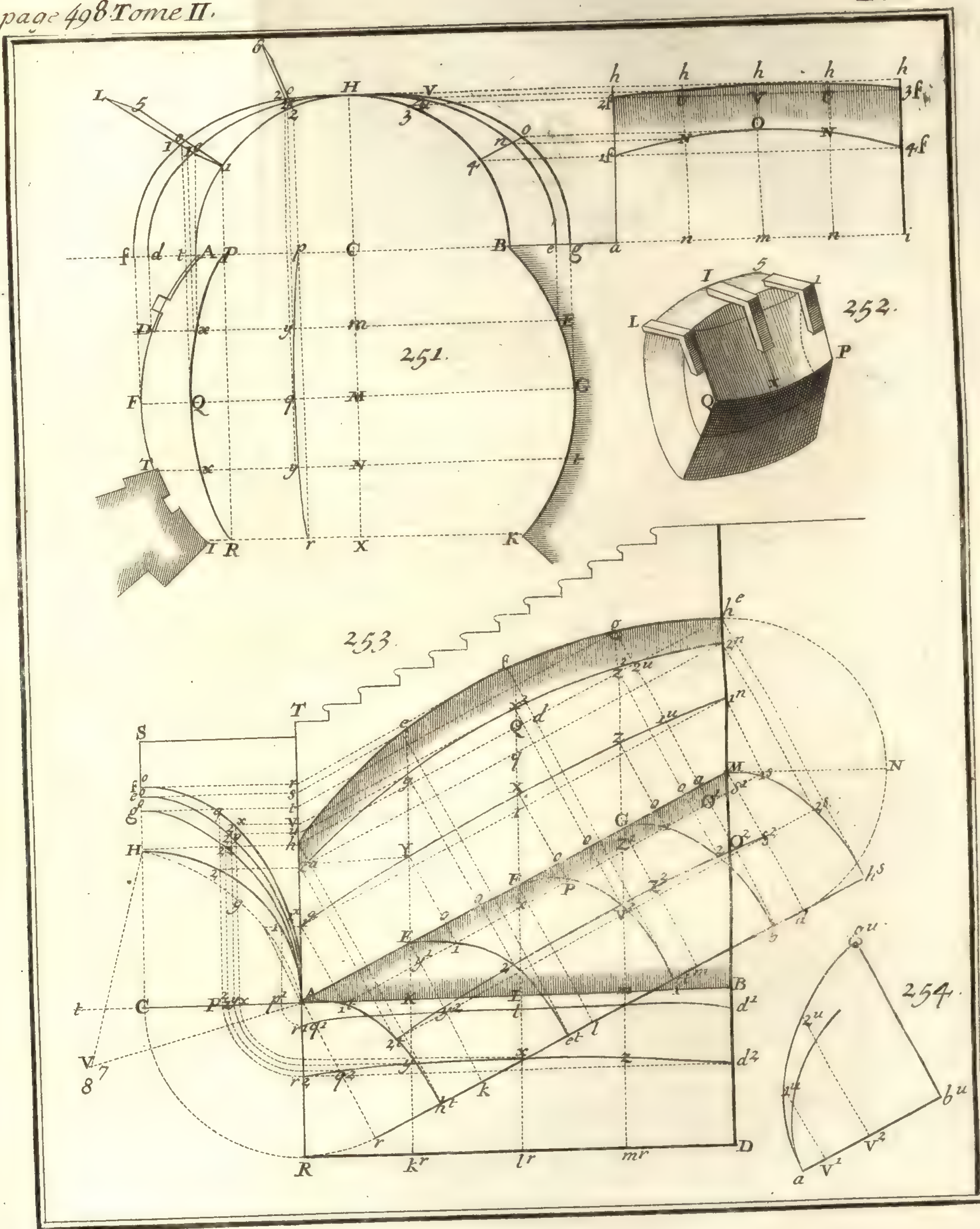
Deuxieme eſpece.

VOUTE SPHÉRICO-CYLINDRIQUE,

Appellée, en termes de l'art,

Trompe à panache.

Lorſque deux berceaux d'égale hauteur ſe croiſent perpendiculairement, il ſe forme à leur interſection deux arêtes elliptiques qui n'ont pas tant de force que le reſte des berceaux, parce qu'elles ſont fort ſurbaiſſées, ſi les ceintres de ces berceaux ſont circulaires, & encore plus s'ils ſont déja ſurbaiſſés. Pour fortifier cette croiſée & pour lui donner plus de grace, on la voûte en cul-de-four, comme on voit en pluſieurs égliſes dont le plan eſt en croix, ce qui forme une *voûte ſphérique en pandantif ſur un quarré*, lorſque les diametres des berceaux ſont égaux. Dans la plupart de nos égliſes modernes, au lieu du cul-de-four, on a élevé ſur ce quarré une tour ronde qui porte en l'air à *faux* ſur quatre *panaches*, dans laquelle on tire du jour par pluſieurs vitraux au-deſſus deſquels on voûte la tour en hémiſphere ; cette eſpece d'édifice s'appelle en françois un *dôme*, & en italien *cupola*, au lieu que *dôme* ſignifie la principale égliſe d'une ville. Lorſque la tour du dôme eſt de même diametre que les berceaux de la nef & que ceux des bras de la croix, les panaches prennent leurs naiſſances, comme les pandantifs de la voûte d'arête qu'on y peut faire, chacun ſur un point, qui eſt l'angle ſaillant de la rencontre de deux piédroits des berceaux ; avec cette différence que le panache tient lieu des deux pandantifs de la voûte d'arête, qui feroient un angle ſaillant. Et parce que ce panache eſt triangulaire, il s'appelle auſſi pandantif ; dans ce cas il peut être un triangle ſphérique, tel que nous l'avons dit en parlant de la voûte ſphérique ſur un pandantif. Mais parce qu'une telle naiſ-


251.
252.
253.
254.

ſance eſt trop petite pour la ſolidité de l'édifice, les bons architectes coupent l'angle des deux piédroits des berceaux par un *pan* qui diminue un peu l'imperfection du *porte-à-faux*, mais auſſi qui augmente le diametre du dôme à l'égard de celui des berceaux.

On voit des exemples de différens rapports de ces diametres de tour & de berceaux dans les édifices les plus conſidérables. Aux invalides, à Paris, celui du berceau eſt à celui de la tour environ comme un eſt à deux, ce qui retranche du côté du quarré circonſcrit, à chaque angle, environ le quart du diametre du dôme. A Saint Pierre de Rome, environ un cinquieme: au Val-de-Grace, à Paris, environ un ſixieme; à la Sorbonne encore moins; & au noviciat des Jeſuites les diametres des berceaux & du cul-de-four ſont preſque égaux. Dans tous ces cas le panache n'eſt pas, comme le pandantif, un triangle ſphérique, mais une ſurface quadrilatere mixte irréguliere, d'autant moins creuſe que le *pan* ou la naiſſance, qui eſt ſur une ligne droite, eſt plus grande.

J'appelle cette ſurface *ſphérico-cylindrique*, parce qu'elle eſt à double courbure comme la ſphere, & qu'on peut faire paſſer un cylindre par trois de ſes côtés, ſavoir par ſon impoſte, qui eſt droite, & par ſes deux arcs de cercle verticaux; en voici le trait, qu'aucun auteur n'a donné. Soit, (fig. 255.) le quart de cercle CGD la projection horiſontale du quart de la tour d'un dôme inſcrit dans un quarré SDCG, coupé par un pan AB qui en retranche le triangle ASB; le quadriligne mixte ABDMG ſera la projection horiſontale du panache qui doit racheter le quart de la tour creuſe, ou d'une calotte ſphérique élevée ſur le cercle dont l'arc horiſontal GMD eſt le quart, lequel eſt tout en l'air, comme il eſt repréſenté à la figure 257 au-deſſous par les mêmes lettres G^e M^e D^e B^e A^e, où l'on voit qu'il n'y a que la ſeule impoſte $A^e B^e$ qui en eſt le petit côté, qui porte de fond ſur le ſolide. Comme cette impoſte & le couronnement G^e M^e D^e ſont chacun dans un plan horiſontal, il ſuit que les joints de lit doivent auſſi être tous horiſontaux, du moins à la doële; mais les joints montans, qui doivent être dans des plans verticaux, peuvent avoir deux différentes directions; l'une ſphérique, qui peut tendre au centre C, comme (dans *l'octans* MKD) les plans dont les projections ſont *m*MC, BLC, p^1KC, p^2IC, &c. L'autre diſpoſition des joints montans, qui eſt la conique, peut être ſuivant

Plan. 67. *Fig.* 255.

Fig. 255. les directions des plans verticaux qui concourent tous en S où est le sommet S de l'angle du quarré circonscrit, comme sont (dans l'octans G N M) ceux dont la projection sont les lignes G A S, O *o* S, N *n* S, M *m* S.

La premiere de ces dispositions des joints montans, qui est la sphérique, paroît la plus naturelle, & doit être suivie lorsque le panache porte immédiatement une calotte de voûte sphérique, parce qu'alors ils doivent tous tendre au pole dont le point C est la projection; mais c'est celle qui pousse le plus sur les arcades des berceaux, parce que les parties p^1 K, p^2 I poussent totalement au vuide en p^1 & p^2. La seconde de ces dispositions, qui est la conique, paroît la plus belle en ce que les joints, qui viennent toujours en s'élargissant jusqu'au couronnement, forment l'agréable figure de la queue de paon; elle est aussi plus solide que la précédente, parce que, supposant que l'on fît les joints montans en déliaison, chaque rang vertical de voussoir porteroit sur une base solide, & non pas une partie au vuide comme dans la disposition précédente; mais elle ne convient qu'aux panaches qui portent une tour, & non pas immédiatement une voûte sphérique, parce que la direction des joints du panache ne pourroit être continuée dans la voûte en calotte. Ainsi l'une & l'autre disposition pouvant avoir son usage, il convient de donner la construction des deux.

Pour *la premiere disposition*, on commencera par faire sur le demi-diametre d'un des berceaux B D le ceintre circulaire ou elliptique B 2 H, qu'on divisera en ses voussoirs comme ici en sept, qui donnent trois & demi jusqu'au milieu de la clef aux points 1, 2, 3, H, d'où ayant abaissé des perpendiculaires, on aura leurs projections sur B D en p^1, p^2, p^3, par lesquels on tirera des lignes au centre C qui couperont l'arc horisontal M D aux points L, K, I, &c. On élevera ensuite B *d* parallele & égal à D H, & par le point H, sommet du ceintre, on tirera H *d* parallele & égale à D B, sur laquelle ligne *d* H on portera les longueusr B L en *d* L^o; B p^1 + p^1 K en *d* K^o; B p^2 + p^2 I, en *d* I^o; les points B, L^o; 1, K^o; 2, I^o, seront les extrêmités des arcs de cercles des joints montans qui passeront par les points donnés à chaque assise B, 1, 2, &c. La corde d'un arc étant donnée, tout le monde sait la maniere de décrire cet arc, il n'y qu'à la diviser en deux également, lui tirer une perpendiculaire sur le milieu, & prendre le centre à l'intersection de cette

ligne avec le demi-diametre BD prolongé; ainsi on aura le centre de l'arc BL^o en X, celui de $1K^o$ en Y, & celui de $2I^o$ en Z. *Fig. 255.*

Par une semblable méthode on trouvera les arcs des sections verticales des joints montans de la seconde disposition. Par les points G, O, N, M, pris à volonté, ou si l'on veut, par parties égales sur l'arc GM, on tirera au point S des lignes qui couperont la droite AB aux points A, *o*, *n*, *m*; puis ayant pris à volonté un point *a* sur DS prolongée, on y élevera une perpendiculaire *a*T égale à DH, & l'on tirera l'horisontale TH, sur laquelle on portera les longueurs *o*O en TO^e, *n*N en TN^e *m*M en TM^e, & par les points M^e, N^e, O^e, on tirera des lignes droites au point *a*, qui seront les cordes des arcs que l'on cherche. On peut diviser toutes ces cordes en deux également tout d'un coup, en menant par le milieu *e* de la ligne T*a*, la ligne *ei* parallele à TH; elle les coupera aux points *m*, m^n, m^o, par lesquels tirant une perpendiculaire à chaque corde prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne BD prolongée, on aura pour centre de l'arc $az O^e$, le point Z pris sur *a*E; pour centre de l'arc $ay N^e$, le point *y* pris sur la même *a*E; & le point *x* pris sur la même pour l'arc $ax M^e$.

Présentement, il faut chercher les courbes horisontales des joints de lit à chaque assise. Ayant divisé le ceintre primitif B 2 H en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, H, on menera par chacun de ces points des paralleles V 3, *u* 2, *v* 1, à la ligne TH, chacune desquelles coupera les trois arcs des profils des joints montans aM^e, aN^e, aO^e, aux points *x*, *y*, *z*. On prendra les distances de ces points à la verticale T*a* pour les porter sur chaque projection des arcs, *o*O, *n*N, *m*M, depuis la ligne AB, par exemple V*x* du profil, en *mx* du plan horisontal; V*y* en *my*; V*z* en *mz*. Ensuite *ux* au dessous en *nx*, du plan; *uy* en *ny*, *uz* en *nz*, ainsi du reste, & par les points des projections des divisions 1, 2, 3, sur AG & sur BD, & par les points trouvés, on tracera à la main les courbes $1xp^1$, $2yp^2$, $3zp^3$, qui seront les projections demandées des joints de lit à la doële. On en usera de même pour trouver plusieurs points sur les projections BC, p^1C, p^2C, lorsque les joints montans ont été tracés suivant la premiere disposition sphérique, par exemple sur BC, on portera les distances de l'arc BL^o, à la ligne verticale *d*B, savoir $d^1 l$ en Bl^1, $d^2 l$ en Bl^2, $d^3 l$ en Bl^3 & dL^o en BL.

Fig. 255. A l'égard des distances des autres arcs, il en faudra retrancher les longueurs des retombées; ainsi sur p^1 C, on prendra les distances des sections des arcs de profil à la ligne $b\,p^1$, & non pas à la ligne *d* B, ainsi des autres; parce que chacune des projections des divisions du ceintre primitif donne le premier point de la courbe horisontale des joints de lit de chaque assise sur le rayon B D. Pour les autres profils qui du point C vont se terminer à la ligne A B, comme par exemple C *m*, & tous ceux qu'on peut tirer entre *m* & B, les distances des sections des profils, s'il y en avoit, se prendroient toujours depuis la ligne *d* B, qui représente en profil tout le plan, dont A B est la projection.

La maniere d'orner les piédroits de pilastres, les uns droits les autres pliés dans les angles rentrans, est exprimée en plan horisontal à la figure 260, & en élevation à la figure 257, comme on l'a exécuté à Saint Pierre de Rome. Il peut arriver que le panache, au lieu d'avoir pour base une ligne droite comme A B, à la figure 255, prenne naissance sur un angle obtus comme *b* Q *a*, à la figure 256; alors ce panache devient un vrai pandantif sphérique régulier, pour lequel il faut faire le trait de la voûte sphérique en pandantif sur un octogone; tels doivent être ceux de l'église de Saint Paul de Londres, représentés en perspective à la figure 258.

Fig. 258 & 259. Il faut remarquer ici une irrégularité assez singuliere, c'est que le sommet de l'angle du pandantif *a* Q *b* ne tombant pas au milieu du piédroit du pilier *a b*, il doit rester d'un côté de la surface sphérique une portion de surface plane verticale triangulaire mixte, comprise entre l'arc *q m* du pandantif, l'arc *b m* de l'arcade du *pan coupé*, & l'imposte *q b* droite, qui est plus longue que l'imposte *q a* de toute la largeur d'un pilastre & de l'intervalle du pilastre plié au pilastre droit. On demandera peut-être d'où est provenue cette bizarrerie, je vais en dire la raison par une petite digression, qui ne déplaira peut-être pas au lecteur. Le Chevalier Wren, architecte de la fameuse église de Saint Paul de Londres, ayant fait le dôme d'un diametre plus de moitié plus grand que celui de la nef, dans le rapport de 108 à 42, pour pouvoir prolonger les bas côtés au travers de la tour du dôme, & pour ne pas trop resserrer l'ouverture de la nef, il a jetté les piliers sur les bas côtés, comme l'on voit à la figure 256.

L'irrégularité dont nous venons de parler en occasionne encore une autre dans les bayes des arcades des plans coupés, en

ce qu'elles deviennent plus étroites que celles des nefs ; par conséquent pour faire toutes les clefs de niveau, il faut qu'elles soient surhaussées, quoique les ceintres de la nef & de la croisée soient circulaires. Mais ces irrégularités sont balancées par des avantages qu'a cette construction sur les dômes à petits pans coupés ordinaires. Premierement, en augmentant le nombre des piliers, l'architecte a diminué l'imperfection du *porte-à-faux*, qui est choquant dans les dômes ordinaires où les pans sont fort petits, comme au noviciat des Jesuites de Rome, bâti par Vignole, qui a été imité par un grand nombre d'architectes. *Secondement*, la base de la tour devient régulierement octogone. *Troisiemement*, les bas côtés, tant de la nef que de la croisée, percent & se continuent sans interruption au travers du dôme, (comme on voit à la figure 256) par la direction des lignes du milieu *k i* & *g l*, qui se croisent au milieu M de l'arcade *b d*, ce qui paroît encore mieux à la figure en perspective 258 en K M *i m k*.

Explication démonstrative.

De quelque maniere que l'on coupe une sphere par des plans, la section sera toujours un cercle; ainsi supposant que le panache ne fût qu'un pandantif ordinaire en triangle sphérique, comme ceux d'une voûte sphérique sur un quarré, il est clair que les sections qui concourent au centre C de la sphere, ou celles qui concourent à un point S consideré comme pole, seront toujours des cercles, & que ce triangle sphérique étant coupé par un plan vertical passant par A B, il se formeroit par cette section un arc de cercle dont A B seroit la projection; mais comme cet arc s'éleveroit tout au-dessus de la ligne A B, il s'écarteroit de l'imposte droite & de niveau sur laquelle on veut que le panache prenne sa naissance; donc aucun des points du corps sphérique régulier ne passeroit par la naissance rectiligne A B, par conséquent la surface du panache est irréguliere & toute en dedans de la sphere. *Fig.* 255.

Présentement, supposant des plans verticaux qui coupent cette surface, leurs sections en seront les élémens, dans lesquels on a deux points donnés, l'un sur l'imposte A B, l'autre sur le cercle du couronnement G M D, par conséquent on a les deux extrêmités de leurs cordes; mais comme ce n'est pas assez de deux points pour décrire un arc de cercle, puisqu'on peut faire

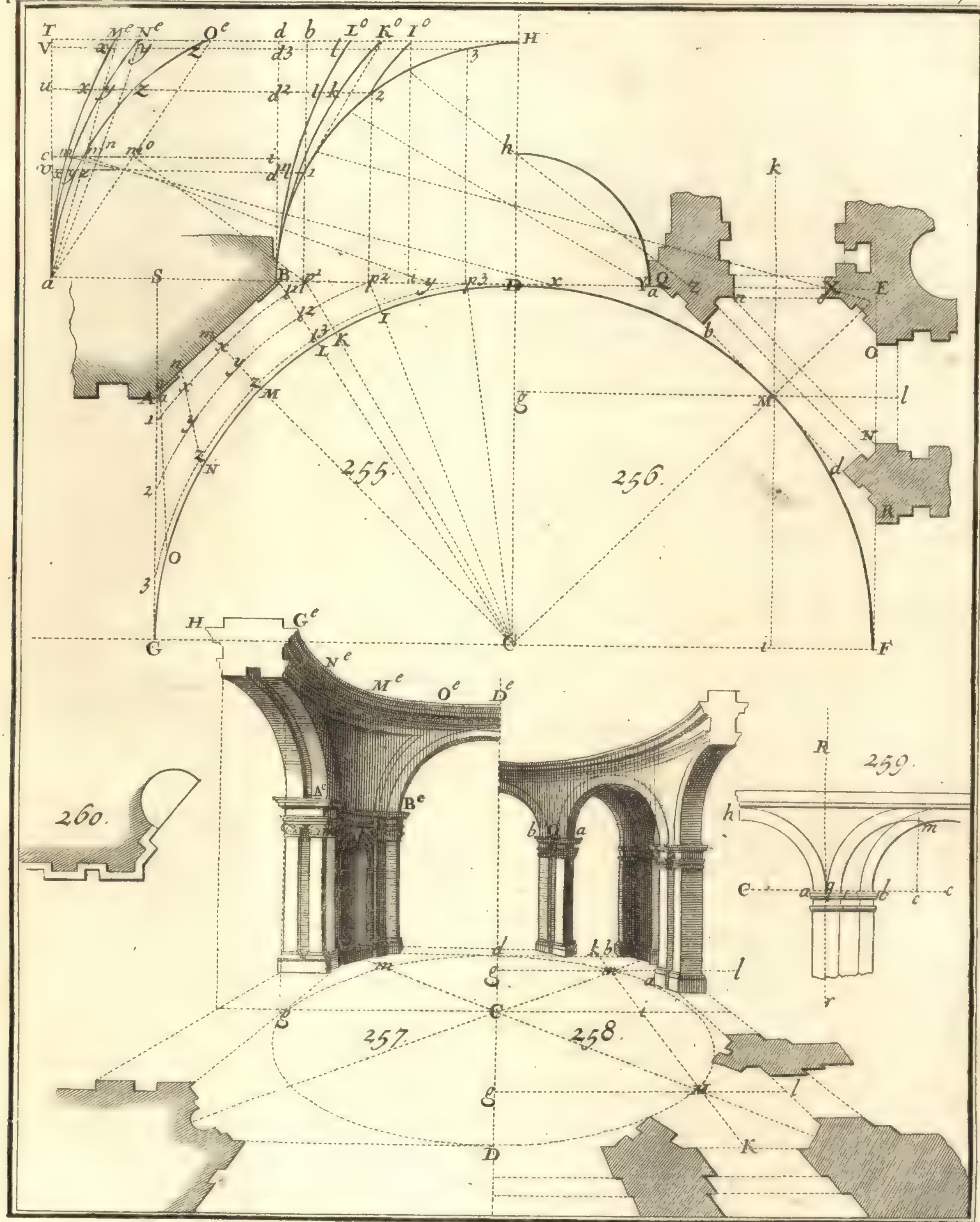
Fig. 255. paſſer une infinité d'arcs différens par les deux mêmes points, on a tiré une perpendiculaire ſur le milieu de cette corde, pour trouver un centre qui n'eſt pas donné de poſition, mais ſeulement de hauteur, parce qu'il doit être dans l'horiſontal B D, pour que chaque arc ſoit tangent au piédroit vertical, afin qu'il ne s'y faſſe point de jarret, par la raiſon que nous avons tant de fois répété, que l'angle de l'arc avec ſa tangente eſt infiniment ouvert, par conſéquent inſenſible à la vue. Il eſt clair que quoique tous les élémens verticaux de cette ſurface ſoient des arcs de cercle, il ne s'enſuit pas qu'elle ſoit pour cela ſphérique, parce que les ſections horiſontales, que j'appelle les élémens horiſontaux, ſont des courbes différentes $1xp'$, $2yp'$, &c. qui ſe redreſſent d'autant plus qu'elles approchent de l'impoſte droite A B, & au contraire qui ſe courbent d'autant plus qu'elles s'en éloignent; en ſorte qu'elles different peu de la circulaire dans les aſſiſes du panache qui ſont le couronnement de la tour à pans, lequel eſt la baſe de la tour circulaire que les panaches doivent racheter & porter.

Quoique nous ayons pris pour les élémens verticaux de cette ſurface des arcs de cercles, rien n'empêche qu'on ne puiſſe leur ſubſtituer des arcs elliptiques; mais alors le trait deviendroit trop difficile, en ce que les axes & les foyers ſeroient trop indéterminés, n'y ayant que deux points donnés à la circonférence de l'ellipſe, ou équivalemment trois, ſavoir, un à l'impoſte, un au-deſſus de l'axe, & l'autre au-deſſous à pareille diſtance. Or on ne peut déterminer une ellipſe que par le moyen de quatre points donnés, c'eſt pourquoi nous ne parlons point de ce cas, qui ne me paroît d'aucun uſage, n'étant pas néceſſaire pour les panaches qui doivent racheter des berceaux ſurhauſſés ou ſurbaiſſés. Cependant s'il arrivoit qu'on voulût faire tous ces arcs d'un quart d'ellipſe chacun, on pourroit former cette ſurface à peu près comme l'arriere-vouſſure ſuivante; parce qu'alors on a quatre points donnés pour chaque ellipſe, puiſqu'on a les deux axes.

COROLLAIRE.

De l'arriere-vouſſure de Montpellier.

Si l'on renverſe la voûte du panache dont nous venons de parler, avec ébraſement ou ſans ébraſement, tranſportant la naiſſance


255.
256.
257.
258.
259.
260.

naissance droite A B de la figure 255 au couronnement en plate-bande, comme à la figure 263 de la planche 68, & prenant l'arc G M D, qui étoit horisontal, pour la naissance de l'arriere-voussure tournée en situation verticale & plus resserrée, on aura cette figure de voûte représentée en perspective à la figure 263, que *Blanchard* appelle *arriere-voussure de Marseille*, *tombant sur l'angle obtus*, & d'autres artistes, *arriere-voussure de Montpellier*, laquelle étant régulierement faite, ne differe du panache renversé qu'en ce que les élémens de ses sections verticales doivent être des quarts d'ellipses, au lieu qu'au panache c'étoient des arcs de cercles de différent nombre de degrés, comme les fait encore le même *Blanchard*, assez mal à propos; nous en dirons la raison. Aucun des auteurs de la coupe des pierres n'a parlé de cette arriere-voussure: il en est seulement fait mention dans le livre de la coupe des bois de *Blanchard*, & sous le nom cité ci-dessus; cependant depuis que nos architectes se sont avisés de faire aux maisons des particuliers des fenêtres en plein ceintre, qu'on n'employoit guère anciennement qu'aux églises, elle est devenue fort à la mode, par deux raisons. La premiere, c'est que la fermeture intérieure en plate-bande laisse un espace plus régulier sous la corniche du plafond de la chambre que l'arriere-voussure de Marseille, ou de Saint Antoine, qui y laisse un quadriligne mixte peu agréable à la vue, s'il n'est orné de quelque sculpture; la seconde, c'est que l'ébrasement supérieur retranche de cet espace une partie qui est sombre par l'opposition du grand jour de la fenêtre, & qu'il raccorde bien le ceintre du dehors avec la plate-bande du dedans. Plan. 68, *Fig.* 263.

Sans rien changer à la surface de la doële de cette arriere-voussure, on peut l'exécuter de trois manieres différentes, par la seule disposition des lits des voussoirs. 1°. on peut la faire perpendiculaire à la courbe du ceintre de feuillure, comme aux berceaux & à l'arriere-voussure de Marseille; tels sont les joints 1, 7 & 2, 8. Mais il en arrive deux inconvéniens, l'un que les têtes des voussoirs deviennent fort larges à la plate-bande & fort inégales entr'elles, dans le rapport des tangentes; l'autre que les lits ainsi disposés font des arêtes trop aiguës vers le piédroit, comme *a* 8 L, ce qui les rend sans force & faciles à casser en les taillant, de sorte qu'on est obligé d'en changer la direction. *Secondement*, on peut faire les joints de doële dans des plans paralleles à la direction de la voûte; tels sont ceux dont les pro- *Fig.* 261.

Fig. 261. jections sont exprimées par les lignes $p^4 N^4$, $p^5 N^5$, $p^6 N$; ce qui pourroit s'exécuter en brisant le lit en deux ou trois parties, savoir, l'une à-plomb sous la plate-bande, l'autre en coupe au-dessus de la plate-bande, peu inclinée, & la troisieme à l'arcade du ceintre sur le tableau; mais cette disposition a encore ses inconvéniens. 1°. Que si l'on fait les divisions du ceintre de feuillure égales entr'elles, les largeurs des têtes des voussoirs à la plate-bande deviennent très-inégales entr'elles, comme l'on voit les têtes *fg*, *gh*, *hi*, *ik*, qui vont en diminuant dans les rapports des sinus verses jusqu'à l'ébrasement, & qui augmentent au contraire tout d'un coup de *k* en *e*, suivant le plus ou moins d'ébrasement, ce qui jette une irrégularité désagréable à la vue. 2°. Lorsque les largeurs horisontales des voussoirs diminuent suivant le rapport des sinus verses des arcs, elles deviennent tout d'un coup ridiculement petites, comme on voit *ik*, à l'égard de la précédente *hi*; de sorte que pour y conserver quelque apparence d'égalité aux têtes de la plate-bande, il faudroit embrasser deux têtes du ceintre de feuillure 5, 6; 6*d*, pour avoir celle de la plate-bande *hk* à peu près égale à *gh*. 3°. Enfin il en résulteroit encore un troisieme défaut, c'est que les angles mixtes du côté de l'imposte comme 5 6 *i* & 6 *d k*, deviendroient si aigus qu'il seroit impossible de les former en pierre sans les casser, de sorte qu'il faudroit en retrancher la partie 6 *d*, pour l'ajouter au coussinet, ce que l'on peut faire par le moyen d'une petite portion de coupe 6 *l*, qui donneroit la partie *l* 6 *d* au dehors de l'à-plomb *kd* du sommier.

La troisieme maniere de disposer les joints de lit à la doële est de les faire dans des plans verticaux dirigés à un point S de l'axe MS, où tendent les ébrasemens des piédroits prolongés, comme ABS, EDS. Alors par le point S & les projections des divisions 1, 2, 3, données sur BD en p^1, p^2, p^3, on tirera les lignes $p^1 Q$, $p^2 R$, $p^3 O$, qui couperont la projection de la face AE aux points Q, R, O, par lesquels on menera les verticales Q*x*, R*y*, O 9, qui couperont la plate-bande *ae* aux points *x*, *y*, 9; où seront les divisions des têtes des voussoirs, par lesquelles on tirera d'un point M, pris à volonté pour centre de coupe, les joints de tête *x*X, *y*Y, 9Z. Cette maniere est plus belle que la précédente, en ce qu'elle répand sur chaque voussoir une partie de l'ébrasement qui se trouvoit tout entier au premier DNE, mais elle n'ôte pas les imperfections des arêtes trop aiguës vers

les divisions 1 & 2; de sorte qu'il y faut toujours une portion de coupe en *o* 1, *o* 2, *o* 3, en dedans à la feuillure & la prolonger au dehors, comme il convient à la largeur du bandeau ou de l'archivolte, ce qui oblige l'appareilleur de faire un ressaut dans le lit. Nous allons parler en particulier de chacune de ces manieres; en passant la premiere à cause de ses défauts, nous venons à la deuxieme. *Fig.* 261.

Soit, (fig. 261.) le trapeze A B D E le plan horisontal de la baye qu'on veut voûter; soient B F, G D, les feuillures où doit se loger la fermeture de menuiserie, & F T, G p^6 les tableaux.

On décrira sur *b d*, comme diametre, égal à B D, le demi-cercle *b* H *d* & son parallele pour la feuillure T hp^6. On placera ensuite au-dessus à volonté l'horisontale *a e* pour la hauteur de la plate-bande intérieure, qui sera terminée en *a* & *b* par les verticales *a* A, *e* E, tirées par les points d'ébrasement A & E. Puis ayant divisé le ceintre primitif *b* H *d* en ses voussoirs, par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points des perpendiculaires à la base d'élevation P Q, qui couperont la plate-bande *a e* aux points 8, *y*, *c*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, par lesquels on tirera les joints comme aux plate-bandes, d'un point M pris au sommet d'un triangle équilatéral qui a pour côté la longueur de la plate-bande *a e*, (comme il a été dit au problême VII, page 71.

Présentement, si l'on tire les coupes du ceintre *b* H *d* du centre C, comme il convient naturellement au plein ceintre, on aura les lignes 4 *a*, 5 *a*, 6 *a*, qui ne seront pas paralleles aux coupes de la plate-bande gx^4, lx^5, ix^6; par conséquent les lits qui passeront par ces lignes ne seront pas des surfaces planes, mais gauches d'autant plus qu'elles s'éloigneront de la clef; ce que l'on doit éviter par les raisons que nous avons donné plusieurs fois, de sorte qu'il convient de faire ces lits en deux parties planes, l'une qui comprenne le tableau & la feuillure seulement, & l'autre qui se détache de la précédente par une retraite ou ressaut intérieur qui ne peut paroître qu'à l'extrados & qui n'est jamais vu en œuvre. Pour en sentir la nécessité, il n'y a qu'à tirer par les points 6 & 5 (par exemple) les lignes 5 *u*, 6 V, paralleles aux coupes de la plate-bande gx^4, lx^5, ix^6, & l'on verra qu'outre que la coupe du ceintre circulaire seroit fausse & difforme, si la face extérieure étoit apparente, les angles de la coupe au tableau 4 5 *u*, 5 6 V seroient si aigus qu'on ne pourroit

Fig. 261. les conserver en les taillant, & qu'étant posés ils seroient sans force & éclateroient infailliblement à la charge.

Les directions des coupes étant déterminées, & celles des lits étant aussi données parallelement à la ligne du milieu M C, il faut trouver les courbes des joints, c'est-à-dire des arêtes des mêmes lits à la doële, qui sont des sections de plans verticaux exprimés à la projection par les lignes p N p, N &c. paralleles entr'eux & à la direction du milieu I C; desquelles sections il n'y a que deux points donnés à chacune, savoir, l'un à la feuillure, aux divisions 1, 2, 3, 4, &c. l'autre à la plate-bande, y, c, f, g, &c. de sorte qu'on peut faire passer par les deux points de chaque section plusieurs courbes de même ou de différente espece. Blanchard y fait passer des arcs de cercles, mais comme leur naissance à la feuillure doit commencer insensiblement & finir de même à la plate-bande, il faut que les arcs soient tangens à la feuillure, à une ligne verticale, & tangens aussi à une ligne horisontale sous la plate-bande; ce qui ne peut convenir au cercle, que dans le seul cas où la hauteur de la plate-bande sur le joint du tableau est égale à la profondeur de l'arriere-voussure; par tout ailleurs un arc de cercle y fera un pli avec la ligne d'à-plomb & celle de niveau, c'est pourquoi on n'y peut employer que des quarts d'ellipses. Pour les tracer, ces quarts d'ellipses, il faut commencer par faire le profil de l'arriere-voussure qui donnera la position de leurs demi-axes, (fig. 262).

Fig. 261 & 262. Ayant prolongé $a\,c$ & P Q à volonté vers S & O, (fig 262.) on prendra aussi à volonté une ligne de hauteur F I, à laquelle on menera une parallele S O, à la distance F S, égale à la profondeur de l'arriere-voussure m M; puis par le milieu H de la clef & les divisions 4, 5, 6, on menera des paralleles à a S, qui couperont F I aux points 3^{+}, 2^{5}, 1^{6}, & S O aux points h^{c}, 3^{c}, 2^{c}, 1^{c}. Les lignes I O, O S seront les deux demi-axes du plus grand quart d'ellipse exprimé à l'élevation de la fig 261 par la verticale $k\,d$ à l'imposte, pour tracer I a S; les lignes 1^{6} 1^{c}, 1^{c} S, seront les deux demi-axes de la section exprimée par la verticale $i\,6$, les lignes 2^{5} 2^{c}, 2^{c} S, seront ceux de la section par $l\,5$, ainsi des autres. Puis (par le probleme VII du deuxieme livre) on tracera les quarts d'ellipses I a S, 1^{6} b S, 2^{5} c S, 3^{+} d S, où l'on voit que leurs demi-axes étoient déja donnés à la figure 261: savoir, l'horisontal m M, qui est commun à tous ces quarts

d'ellipses, est donné au plan horisontal, & les autres qui sont variables, sont donnés à l'élevation en $g4$, $l5$, $i6$, kd. Les courbes des joints de lit étant tracées, on tirera leurs cordes IS, 1^6S, 2^5S, &c. dont on se servira pour former les panneaux de la doële plate, qui seront des parallelogrames rectangles dont ces cordes déterminent la longueur, & les divisions des voussoirs donneront leur largeur. Ainsi le parallelograme *p put*, sera la doële plate de la clef, faisant pu = à la corde $S3^4$ du profil de la figure 262; le rectangle $pPsn^s$ sera le panneau de doële plate du voussoir suivant compris entre les divisions 4 & 5; $PGrn^h$, celui du panneau ensuite, &c. comme on les voit rangés de suite en forme de développement à la figure 261, & l'épure sera tracée. *Fig. 261 & 262.*

Application du trait sur la pierre.

Pour ôter de ce trait l'embarras que peut causer la formation du tableau & de la feuillure, qui sont des parties étrangeres à l'arriere voussure, nous renvoyons leur construction à l'arriere-voussure de Marseille, dont nous avons parlé ci-devant; cela supposé nous prendrons pour exemple la taille du second voussoir au-dessus de l'imposte marqué à l'élevation $5li6$, dans lequel il y a le plus de gauche. Ayant dressé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau $PGrn^h$, pour en tracer le contour, puis avec le biveau formé sur l'angle 1^6SV de la corde avec une verticale, on abattra la pierre pour former la tête de la plate-bande, sur laquelle on appliquera le panneau de tête $x^s lix$, posant le côté li sur l'arête de la doële plate. On prendra de même le biveau de l'inclinaison de la doële plate avec l'horison sur l'angle $S1^6W$, avec lequel on abattra la pierre comme on a fait à la plate-bande, pour prendre sur cette troisieme surface l'épaisseur de la feuillure & même encore du tableau, si le voussoir peut le porter; nous supposerons qu'il ne porte que la feuillure, pour la simplicité de l'opération. Ayant tracé sur cette troisieme surface la ligne de profondeur de la feuillure, on abattra la pierre en retour d'équerre pour former une quatrieme surface plane qui sera le parement extérieur, si le tableau est compris, ou qui sera en œuvre verticale dans l'épaisseur du mur, s'il ne s'agit que de la feuillure; sur laquelle surface on tracera la tête $V65u$.

Après avoir fait ces deux paremens de troisieme & de qua-

trieme ſurface, on en fera une cinquieme en retour d'équerre au lit de deſſus, paſſant par le côté droit du panneau de la doële plate, pour y appliquer le panneau de joint de lit inférieur S b 1^6, (fig. 262.) & le ſuperieur 2^5 c S, poſés l'un ſur l'autre comme ils ſont au profil, & pour en tracer le contour. La même choſe ne peut ſe faire au lit de deſſous, à cauſe que la coupe 6 V fait un angle obtus avec l'horiſontale t 6, c'eſt pourquoi il faut creuſer une fauſſe doële cylindrique ſur la courbe TAL, (fig. 265.) quarrément à la ſurface T 5, & une plumée ſuivant le côté de la doële plate dans laquelle on ajuſtera la cerche du lit inférieur 1^6 b S, poſée perpendiculairement au plan de la doële plate, poſant le point 1^6, ſur le point 6 de la fig. 265, & le point S de la cerche elliptique ſur le point i de la même figure. Alors on aura les quatre lignes du contour de la doële creuſe, ſavoir la droite l i à la plate-bande. L'arc de cercle 6, 5 à la feuillure. Le quart d'ellipſe 1^6 b S, au lit de deſſous. Et le quart d'ellipſe 2^5 c S, au lit de deſſus. Enfin on tracera ſur la ſeconde ſurface, qui eſt celle de la plate-bande, les coupes de tête x^6 i, l x^5 avec le panneau de tête, & ſur la quatrieme ſurface, qui eſt l'à-plomb de la feuillure contre le tableau, on tracera la tête V 6 5 u, faiſant 5 u & 6 V parallele à l x^5 & i x^6, & le vouſſoir ſera tout tracé, comme il eſt repréſenté en perſpective à la figure 265.

Fig. 262.

Fig. 265.

Il ne s'agit plus que d'abattre la pierre des lits, qui ne ſont pas des ſurfaces planes, quoiqu'ils le paroiſſent du premier abord, en ce que les joints ſont dans des plans verticaux, car celle du lit de deſſus eſt convexe, & celle du lit de deſſous eſt concave; mais leur courbure ſe fait inſenſiblement & facilement au lit de deſſus, il n'y a qu'à prendre le biveau de l'angle obtus d'à-plomb & de coupe t 5 u, & abattre la pierre à meſure qu'on le fait couler ſur la courbe du lit qui a été tracée dans le plan vertical, tenant toujours une des branches parallele à elle-même & à la ſurface de la plate-bande. Il n'en eſt pas de même pour le lit de deſſous, il faut prendre le biveau de l'inclinaiſon de la coupe ſur l'horiſon, qui eſt t 6 V, & tenir toujours une de ſes branches parallele à l'arête de la plate-bande avec la doële qu'on fera couler ainſi dans la ſurface creuſe cylindrique, & l'autre branche ſera tenue parallele à l'arête de cette plate-bande avec la coupe du lit inférieur; dans cette ſituation on fera couler l'angle du biveau ſur la courbe d'arête du lit inférieur, pour abattre la pierre du lit de maniere qu'il ſe forme une ſurface un

peu concave. Si le vouſſoir portoit le tableau, il eſt viſible que les ſurfaces des lits, qui ſont cylindriques, ſe changeroient en d'autres à double courbure, qui ſeroient très-gauches dans les premiers vouſſoirs, parce que la courbe $6\,6^a$ fait un grand angle avec la coupe parallele à celle de la plate-bande 6 V, ce qui rend l'exécution plus difficile; c'eſt à l'appareilleur à voir ſi cette conſtruction lui convient, en ce cas on formera cette ſurface comme les gauches planolimes dont il a été parlé au chapitre premier de ce livre.

Seconde maniere, où les lits ſont droits.

Il y auroit encore une maniere de tracer des courbes des arêtes ſi l'on vouloit faire *des lits plans*, ce qui eſt poſſible, & qui rendroit l'exécution beaucoup plus aiſée, ſuppoſant que les vouſſoirs ne portent pas le tableau, ou qu'au cas qu'on veuille qu'ils le portent, on change les coupes intérieurement par un reſſaut. Nous avons fait à la conſtruction précédente les directions des joints de lit en projection horiſontale paralleles entre elles & à la ligne du milieu *m* M, & pour conſerver la régularité de ces directions, nous avons fait des lits de ſurfaces courbes cylindriquement concaves & convexes. Préſentement, nous allons propoſer de leur donner des directions convergentes vers la feuillure, proportionnellement à l'ébraſement des piédroits, & nous ferons des lits en ſurfaces planes au lieu des cylindriques.

Soit le même plan horiſontal de la baye de l'arriere-vouſſure (fig. 261.), on prolongera les piédroits A B, D E juſqu'à ce qu'ils concourent en *s*, d'où par les projections p^1, p^2, p^3 des diviſions 1, 2, 3, du ceintre primitif, on tracera les lignes p^1 Q, p^2 R, p^3 O, qui ſeront les projections des cordes des courbes des joints de lit à la doële, leſquelles courbes ſeront comme à la conſtruction précédente des quarts d'ellipſes, mais différens en ce qu'au lieu de prendre pour le demi-axe de hauteur une ligne verticale comme 1 *y*, 2 *c*, 3 *f*, on prendra la diſtance de la diviſion du ceintre primitif à la plate-bande ſur une ligne inclinée parallele à la coupe de la plate-bande, comme $6\,Z^e$, $5\,Y^c$, $4\,X^c$, tirées des diviſions correſpondantes & égales à celles de l'autre côté 1, 2, 3, pour éviter la confuſion des lignes; par le moyen de ces demi-axes & de l'horiſontal *m* M, commun à toutes les ſections, on tracera d'autres quarts d'ellipſes que ceux de la figure 262. On élevera enſuite des verticales ſur A E, par Fig. 261.

les points trouvés Q, R, O, qui couperont la plate-bande *ae* aux points *x*, *y*, 9, par lesquels du centre de coupe M ou T, on tirera les joints de tête 9 Z, *y* Y, *x* X. Pour former les panneaux de doële plate, on prendra les cordes des quarts d'ellipses, ensuite les projections horisontales des divisions du ceintre primitif & de la plate-bande, dont on formera un trapeze, comme il a été dit aux problêmes X & XI du troisieme livre. Supposons, par exemple (ce qui n'est pas) que l'arc $1^6 b$S soit celui de la section par le point 1 de la premiere division, on fera Q*q* perpendiculaire sur A E & indéfinie, puis du point p^1 pour centre & de l'intervalle de sa corde 1^6 S, pour rayon, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire Q*q* au point *q*, par où on menera *q r* parallele & égale à Q R, puis on tirera rp^2; le trapeze $p^1 q r p^2$ sera celui de la seconde doële plate; de la même maniere on aura le trapeze $p^2 r^2 s p^3$ pour le panneau de la troisieme, ainsi de suite.

Fig. 261.

Application du trait sur la pierre.

L'application du trait sur la pierre, suivant cette construction, est presque la même que la précédente, la différence ne consiste qu'en ce que les lits étant des surfaces planes, il y a beaucoup moins de façon; après avoir formé la quatrieme surface, qui est verticale, parallele aux faces, pour y poser le panneau de tête ceintrée, il n'y a qu'à abattre la pierre en parement droit d'un joint de tête à l'autre, ce qui est aisé à la regle, puisqu'on la peut faire couler sur trois lignes données, savoir, sur le côté de la doële plate & sur les deux têtes tracées. Les lits étant formés, il ne s'agit que d'y appliquer les panneaux des quarts d'ellipses tracés au profil pour les joints de lit à la doële; alors on a les quatre côtés de la surface gauche, & sans qu'il soit nécessaire de biveau, on en taillera la surface comme les gauches que nous avons appellé mixtilimes au commencement de ce livre, & comme la doële de l'arriere-voussure de Marseille, dont celle-ci est dérivée, en supposant sa ligne de sommité infiniment peu courbe, c'est-à-dire sensiblement droite.

Il nous reste à chercher les courbes des joints de doële transversaux, comme sont ceux des têtes des voussoirs qui ne sont pas assez longs pour occuper toute la profondeur de l'arriere-voussure; ce qui se fera à peu près de même que nous l'avons dit pour

pour l'arriere-vouſſure de Marſeille ordinaire. Soit, par exemple, pour la premiere conſtruction, un plan vertical qui coupe l'arriere-vouſſure parallelement à ſes faces par les points k, i, I^n de la projection horiſontale, ou dcb^a, (fig. 261.) qui marque la longueur de la pierre depuis la feuillure juſqu'à ſa tête, au joint de doële tranſverſale; on portera la diſtance Da ou Pc de la fig. 261 au profil, fig. 262, de F en E, ou pk de F en G, ſi la pierre étoit plus longue, puis par le point E ou G on menera Ea ou Gg, parallele à la verticale F I, qui coupera les quarts d'ellipſes du profil aux points a, b, c, d, par leſquels on menera des horiſontales qui couperont les joints correſpondans à l'élevation en a^e, b^e, c^e, d^e, ſavoir, le premier vertical $a^e k$ en a^e; $b i$ en b^e; 5 l en c^e; 4 g en d^e, & par ces points d'interſection, on menera la courbe d^e, c^e, b^e, a^e, qui ſervira à former le panneau de tête du vouſſoir qui n'auroit de longueur horiſontale a^e que F E, de la figure 262, ou ce qui eſt la même choſe, Gb^a de la figure 261. Il eſt viſible qu'on auroit de même la tête d'un vouſſoir qui auroit pour longueur G I du plan horiſontal, ou F G du profil, qui donneroit une autre courbe moins concave, tracée à l'élevation au-deſſus de la précédente & au-deſſous de la plate-bande $a e$. Pour ne pas trop embrouiller l'épure par des lignes horiſontales, il ſuffira de porter les hauteurs du profil Ea, Eb, Ec, &c. ſous la plate-bande $a e$ de l'élevation ſur les verticales qui ſont les élevations des joints de lit comme Ea ſur $k a^e$, &c. *Fig. 261 & 262.*

Nous ne comprenons point dans les vouſſoirs le premier, qui comprend une partie de l'ébraſement du piédroit & le ſommier de la plate-bande, parce que la meilleure maniere de le faire eſt la même, à peu de choſe près, que pour l'arriere-vouſſure de Marſeille dont nous avons parlé, afin qu'il comprenne l'angle rentrant dans une ſeule piece, quoiqu'on puiſſe auſſi le faire comme les autres vouſſoirs, mais avec trop d'inconvéniens pour en conſeiller la taille.

Du revêtement de cette arriere-vouſſure par un lambris de menuiſerie.

Le principe des traits expliqué à la page 315 pour les revêtemens de menuiſerie où l'on ſuppoſe les pieces des bâtis de largeurs égales, doit s'appliquer à l'arriere-vouſſure de Montpellier, à peu près comme à celle de Marſeille dont nous avons parlé à la page 322; mais à cauſe que la doële de celle dont il s'agit ici eſt une ſurface à double courbure, le trait en eſt un peu plus dif-

ficile. On reconnoîtra par la comparaison de celui que je vais donner, la grossiereté de l'erreur de celui qu'on voit au livre de la coupe des bois de Maître Blanchard, (chapitre XI) sous le nom *d'arriere-voussure de Marseille, tombant sur l'angle obtus.* Soit, (fig. 264.) le trapeze ABDE le plan horisontal de la baye; Pae^2Q l'élevation de l'arriere-voussure faite comme au trait de la coupe des pierres de la figure 261. On divisera le ceintre BHD en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points des courbes de projection des bâtis, tant horisontales que verticales, par exemple ici en six, aux points 1, 2, H, 4, 5, par lesquels on tirera autant de perpendiculaires à PQ ou AE, comme mM, nN, nN, Kk, &c. rOp^n, rN^2, sur lesquelles on tracera des quarts d'ellipses, comme il a été dit au trait précédent, sur les demi-axes donnés $rO1$ & Gp^n; $r2$ & IN; mH & CM; tels sont les arcs $noy1$, $az2$, MLH, pour les sections passant par les points 1, 2, H, lesquelles sont égales à celles de l'autre côté, faites par les lignes $n4$, $n5$; & l'arc DTk^2, pour la section par KD & BM^2. A l'égard de l'arc de l'arc de naissance sur le piédroit DE, on en fera l'élevation comme D2, E, & la projection verticale Dfe^2, sur les demi-axes donnés dont les horisontaux DQ & DE, sont l'un plus grand l'autre plus petit que ceux des autres sections, qui sont tous égaux entr'eux & à la perpendiculaire CM, & les verticaux sont égaux à la hauteur Qe^2, comme on voit en DTk^2.

Fig. 264.

Cette préparation étant faite, il faut chercher par le moyen de ces sections verticales des points équidistans du contour du ceintre BHD & de la plate-bande ae^2, pour tracer les courbes de projection des arêtes des bâtis qui sont à double courbure, comme f^dLg & $6O7$, au plan horisontal, & sur le plan vertical V9 & 87. Par des points pris à volonté sur l'arc BH, comme d & e, on tirera du centre C des lignes dx, ei, qui couperont les sections verticales rOG, rI aux points x & i, par lesquels on tirera les perpendiculaires xy, iz, qui couperont les arcs elliptiques $ny1$, $az2$, aux points y & z; ensuite par les points x & i, on tirera des perpendiculaires xY & iZ aux lignes ei & dx, qu'on fera égales aux précédentes xy & iz, & l'on tracera à la main des arcs Ze, Yd, sur lesquels on prendra la largeur donnée du bâtis dF & eZ, qui se trouve ici par hazard tomber en Z.

Il suffira, pour l'exactitude nécessaire à la pratique, de tracer ces arcs à la main un peu plus concaves que ceux des sections ver-

ticales y 1 & z 2 ; cependant ſi l'on vouloit avoir ces arcs avec plus d'exactitude, & en trouver pluſieurs points, il faudra chercher comme il ſuit. On prolongera la ligne dx en S, cette ligne coupera deux verticales r O G & M^2 B, aux points x & u, & la plate-bande ae^2 en S, par où l'on tirera ſur dS les perpendiculaires x Y, ut, Ss, leſquelles ſeront autant d'ordonnées de la courbe que l'on cherche, qui ſont communes aux ſections verticales. Nous avons déja trouvé la premiere $x\mathrm{Y} = xy$; la troiſieme Ss eſt évidemment égale à la profondeur de l'arriere-vouſſure CM. La ſeconde ut ſe trouveroit comme la premiere, ſi nous avions tracé la ſection elliptique ſur la verticale, mais comme faute de place, & pour éviter la confuſion de la figure, ſon égale a été tracée de l'autre côté en D T k^2, on tirera par le point u une parallele uT, au diametre B D, qui coupera l'arc D k^2 au point T, & la droite K D au point V ; la ligne V T ſera l'ordonnée que l'on cherche, qu'on portera de l'autre côté en ut, & par les points f, t, Y, d, on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe ft Y F d, que l'on cherche. Nous avons trouvé dans la formation des courbes eZdF les faillies des largeurs du bâtis inférieur exprimées par les lignes gF, iZ, pour avoir les ordonnées de la courbe de projection horiſontale f^d, z_e, L 9^x, & les largeurs gd, ie, priſes ſur un plan vertical, leſquelles déterminent les points de la projection verticale g, i, V, g_x ; il faut préſentement déterminer la rencontre de la largeur du bâtis tranſverſal inférieur avec celui de chaque naiſſance de l'arriere-vouſſure ſur les piédroits, en traçant la courbe de projection de chacun de ces bâtis, ce que l'on fera de la même maniere que nous l'avons dit à la page 328, relativement à la figure 151 de la planche 52. L'application du trait ſur le bois ſera auſſi la même. *Fig.* 264.

Explication démonſtrative.

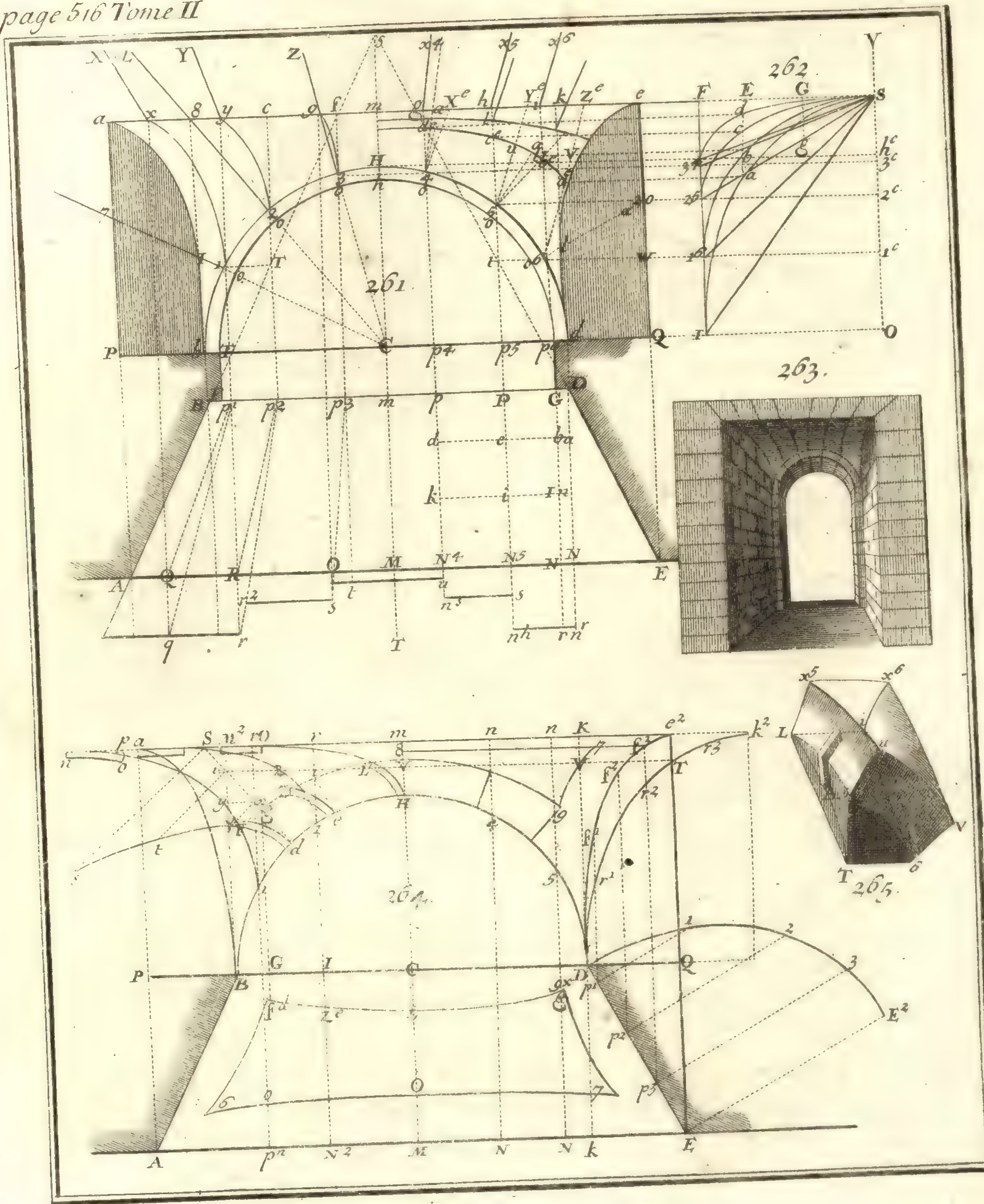
Nous avons déja dit pluſieurs fois pourquoi les naiſſances des arcs & ſurfaces qui s'élevent ſur des lignes droites, ou ſur le plan, doivent ſe trouver aux points d'attouchement ; ainſi les lignes courbes qui ſont les élémens verticaux de la ſurface de l'arriere-vouſſure, doivent être tangentes à deux plans, c'eſt-à-dire à leurs ſections par ces courbes, ſavoir, au plan vertical paſſant par le ceintre primitif, & à l'horiſontal paſſant par l'arête de la plate-bande. Or comme ces plans ſont perpendicu-

laires entr'eux, il n'y a de courbe des ſections coniques qui puiſſe les toucher tous deux que celles qui rentrent en elles-mêmes, comme le cercle & l'ellipſe; mais le cercle ne peut toucher deux perpendiculaires qu'à diſtances égales de leur interſection, donc cette courbe ne convient qu'au ſeul cas où la hauteur de la plate-bande ſur la naiſſance de la doële eſt égale à la profondeur de l'arriere-vouſſure; donc par-tout ailleurs cette courbe fera un jarret avec la ligne d'à-plomb ſur la naiſſance, ou avec celle du niveau à la plate-bande (par la 36[e] du troiſieme livre d'Euclide), ce qui condamne le trait de Maître *Blanchard*. Il n'en eſt pas de même de l'ellipſe, elle peut toucher deux lignes perpendiculaires entr'elles à telle diſtance qu'on voudra de part & d'autre du point de leur interſection, donc les élémens de la ſurface de l'arriere-vouſſure en queſtion doivent être des quarts d'ellipſes; & il n'importe qu'ils ſoient dirigés parallelement entr'eux ou dans des plans convergens proportionnellement à ceux des piédroits, parce qu'en quelque ſituation qu'ils ſoient autour de l'axe, qui demeure en ſituation verticale, ils ſeront toujours tangens au plan horiſontal paſſant par la plate-bande.
Fig. 264. Mais ſi l'on ſuppoſe la doële coupée par un plan incliné, comme par exemple en S *d* (fig. 264.) il eſt clair que la ſection ne ſera plus de même eſpece, c'eſt pourquoi nous avons été obligé d'en chercher les points par l'interſection de ce plan incliné avec les verticaux elliptiques, parce que tous ces plans étant perpendiculaires à un troiſieme vertical paſſant par le ceintre primitif BHD, leurs communes interſections lui ſeront auſſi perpendiculaires. Or ces lignes d'interſection ſont des ordonnées connues dans l'ellipſe; par conſéquent elles donneront à leurs extrêmités des points de la nouvelle courbe inconnue, dont la connoiſſance devient par cette conſtruction inutile pour la décrire, puiſqu'on la décrit exactement ſans en connoître la nature. De là on tire le corollaire ſuivant.

COROLLAIRE.

Maniere de faire une vouſſure droite ſur les impoſtes, qui rachete un arc circulaire ou elliptique dont le plan eſt parallele à celui qui paſſe par les impoſtes

Si l'on veut faire un plafond circulaire ſur une chambre quarrée, ou elliptique ſur une chambre barlongue, on le peut


261
262
263.
264.
265.

facilement par le moyen d'une vouſſure dont le trait ſe fera de la même maniere que l'arriere-vouſſure de Montpellier. Car ſi l'on y fait attention, la hauteur à-plomb de l'impoſte au plafond étant par-tout la même, & la retombée de chaque point du cercle horiſontal qui eſt la bordure du plafond, étant inégale, on aura une ſuite de quarts d'ellipſes qui auront un demi-axe conſtant, ſavoir, le vertical, & un autre variable, qui eſt l'horiſontal. Il doit y avoir ſeulement une petite différence, 1°. dans la poſition des plans de ces ellipſes, qui doivent toujours être rangées du centre du cercle à la circonférence, ce qui n'eſt pas de même dans l'arriere-vouſſure. Secondement, en ce que les joints de lits horiſontaux de la vouſſure ſeront inégalement éloignés dans la ſurface, qu'ils partagent en aſſiſes de largeur inégale.

Au reſte les courbes de ces joints horiſontaux ſe trouveront préciſément de la même maniere que nous avons employé pour trouver celle de la trompe à panache, il faut ſeulement du choix pour le quart d'ellipſe qui doit ſervir de ceintre primitif ſur lequel on veut faire la diviſion. Si l'on prend celui qui eſt dans la diagonale du quarré pour y prendre des diviſions égales, il en réſulte deux inconvéniens, l'un que l'irrégularité ſe jette au milieu dans le quart d'ellipſe qui eſt entre les deux diagonales & perpendiculaire au côté droit, où les aſſiſes ſupérieures ſe reſſerrent trop à la doële; ſi l'on prend ce dernier pour ceintre primitif, l'irrégularité ſe jette aux diagonales où les aſſiſes ſupérieures s'élargiſſent trop; d'où il faut conclure qu'on doit prendre pour ceintre primitif l'arc elliptique qui eſt au quart de la circonférence du quart de cercle compris entre les deux diagonales. Ayant les arcs elliptiques des joints montans & les courbes irrégulieres des joints de lit, on fera cette vouſſure comme la trompe à panache, ou pour remonter plus loin, par la méthode de l'inſcription des cylindres, comme on l'a expliqué pour la conſtruction des voûtes ſphériques. On pourroit faire les diviſions des joints en lit toutes égales à chaque quart d'ellipſe, alors les lits ne ſeroient plus de niveau, mais ondés, montans depuis le milieu de l'impoſte droite juſqu'à la diagonale du quarré, d'où ils retomberoient en deſcendant juſqu'au milieu du côté contigu, ainſi de ſuite; la conſtruction & la décoration n'en ſeroient pas moins bonnes.

Troisieme espece de voûte de surface irréguliere, que j'appelle sphérico-prismatique.

En termes de l'art,

ARRIERE-VOUSSURE DE SAINT ANTOINE.

Nous avons parlé des voûtes de surfaces irrégulieres à double courbure qui étoient terminées les unes par un côté droit & trois courbes, les autres par deux côtés droits & deux courbe; il nous reste à traiter de celles qui sont terminées par trois côtés droits & une courbe; telles sont *les arriere-voussures de Saint Antoine*, ainsi appellées parce qu'apparemment les premieres qui ayent été faites sont les trois de la porte de Paris connue sous le nom de porte *Saint Antoine*. La figure de cette voûte qui est représentée au chiffre 266 (planche 69), est telle qu'elle présente par sa face une section de voûte sphérique qui dégenere dans le fond en plate-bande sous laquelle est la baye de la porte voûtée aussi en plein ceintre, pour soutenir cette plate-bande, où est la hauteur des impostes sur les piédroits, lesquels sont paralleles entr'eux. Comme cette plate-bande peut se soutenir par sa coupe ou par un linteau d'une piece, on peut supprimer cette seconde voussure du tableau ceintré en berceau, & faire l'arriere-voussure plus simple, telle qu'elle est représentée à la figure 269, & ébraser les piédroits si on le juge à propos.

Plan. 69. *Fig.* 266.

On peut considérer la surface de cette voûte comme une suite de quarts d'ellipses de différentes hauteurs, mais dont les naissances sont de niveau, lesquels sont rangés suivant la direction des piédroits, s'ils sont paralleles, ou concourant au même sommet, s'ils sont convergens; ainsi cette arriere-voussure est la contraire de la précédente, où les sommets étoient de niveau & les naissances à hauteur inégale. Autrement on peut la considérer comme une suite de demi-ovales verticales paralleles à la face, dont un des axes, qui est l'horisontal, peut être constant, si les piédroits sont paralleles entr'eux, comme à la porte *Saint Antoine*, ou variable si les piédroits sont ébrasés; & dont l'autre demi-axe, qui détermine la hauteur de chaque ovale, diminue depuis la face jusqu'à la plate-bande, où il se réduit à rien suivant le rapport des ordonnées d'un quart de cercle, si la hauteur de la face & la profondeur de l'arriere-voussure sont égales entre

elles, ou bien ſuivant le rapport des ordonnées d'un quart d'ellipſe, lorſque la hauteur & la profondeur ſont des lignes inégales.

Cette ſorte d'arriere-vouſſure, qui eſt le contraire de la précédente, dont la plate-bande eſt tranſportée du haut en bas & du dehors au dedans, eſt ſuſceptible des mêmes variétés non-ſeulement dans la ſituation de ſa direction à l'égard des faces, qui peut être droite ou biaiſe, & de celle des piédroits, qui peuvent être paralleles entr'eux ou ébraſés, mais auſſi dans la nature & l'arrangement des ceintres qui déterminent la concavité de la doële & les ſections des joints de têtes & des joints de lit. *Premierement* on peut faire les ceintres des joints de lit en arcs de cercles, ſuivant la pratique du Pere *Derand*; mais cette courbe ne convient non plus à l'arriere-vouſſure dont il s'agit qu'à la précédente, par la même raiſon, & encore moins à la naiſſance des angles rentrans; ainſi les élémens de cette ſurface doivent être des quarts d'ellipſes verticaux dont les centres ſoient rangés ſur une ligne horiſontale. *Secondement*, ces quarts d'ellipſes peuvent être paralleles entr'eux ou convergens, proportionnellement à l'ebraſement des piédroits. *Troiſiemement*, les ſections de cette voûte qui forment les lits des vouſſures peuvent être des ſurfaces planes ou des cylindriques, à peu près comme à la précédente. A l'arriere-vouſſure exécutée à la porte Saint Antoine, à Paris, les piédroits ſont paralleles entr'eux; M. *de la Rue* a remarqué que les vouſſoirs du fond y étoient appuyés à leur naiſſance ſur une feuillure en retraite qui en ſoutient la plate-bande, de ſorte qu'ils ne font pas corps avec le tableau de la baye, qui a ſon centre au-deſſous, ſur les vouſſoirs duquel cette feuillure eſt pratiquée. Cette conſtruction a donné occaſion à l'auteur cité de diſtinguer deux ſortes d'arriere-vouſſures de Saint Antoine; l'une qu'il appelle ſeulement en *plein ceintre*, qui eſt celle-ci, dont la naiſſance eſt ſoutenue par une ſeconde naiſſance; l'autre qu'il appelle en *plein ceintre* par derriere & quarrée par devant. Je ne vois pas là de raiſon ſuffiſante pour une diſtinction, j'aimerois mieux dire l'arriere-vouſſure dont la naiſſance en plate-bande eſt ſoutenue, & celle où elle ſe ſoutient elle-même par la coupe; d'autant plus que le plein ceintre dénominateur peut fort bien être ſurbaiſſé, & même un appui maſſif, ou une plate-bande au-deſſous de celle de la naiſſance. Au reſte l'arriere-vouſſure peut fort bien ſubſiſter

à la plate-bande par ſa propre coupe, l'architecte de la porte S. Antoine ne l'a appuyé que pour une plus grande ſolidité, parce qu'elle eſt compoſée de quinze vouſſoirs, c'eſt pourquoi nous ſubſtituons à cette diſtinction celle du nom propre originaire, & celle à fermeture droite ſans ſupport à la plate-bande.

Arriere-vouſſure de Saint Antoine, proprement dite, dont les piédroits ſont paralleles entr'eux.

Soit (fig. 267.) le rectangle A B E D le plan horiſontal de la baye qu'on veut voûter avec ſes feuillures A *f*, B *g* & ſes tableaux F *f*, G *g*, que nous regarderons comme des parties étrangeres à l'arriere-vouſſure, de laquelle elles ſont indépendantes quoique adhérentes. Sur *d e* égal D E, comme diametre, on décrira le ceintre de face, circulaire ou elliptique, comme l'on voudra; nous le ſuppoſerons ici circulaire *d* H *e*, puis l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points autant de paralleles aux piédroits A D, B E, qui couperont la projection de la plate-bande A B aux points *f*, p^2, p^3, *m*, &c. & la face D E aux points q^1, q^2, q^3, M, &c. On fera enſuite le profil de la voûte, c'eſt-à-dire une projection verticale de ſes joints de lit raſſemblés ſur un même plan. Nous prenons ici, pour la commodité de l'épure, la ligne B E pour baſe de ce profil, & la ligne E H*f* égale à C H, pour la hauteur; ſi ces deux lignes B E, E H*f* ſont égales entr'elles, elles feront les rayons d'un quart de cercle, lequel eſt le ceintre du milieu de la clef de l'arriere-vouſſure. Mais ſi ces lignes ſont inégales, on les prendra pour des demi-axes d'un quart d'ellipſe qui ſera un ceintre ſurhauſſé ou ſurbaiſſé; en continuant la même conſtruction pour tous les joints de lit, on aura toujours la même ligne B E pour axe commun, & les hauteurs des retombées 1 F, 2 P, 3 *p*, &c. pour l'autre demi-axe de chaque quart d'ellipſe, qui déſigne la ſection par les joints de lit à la doële. Ainſi ayant tranſporté la hauteur 1 F en E 1^6, on décrira le premier quart d'ellipſe B *r* 1^6; de même la hauteur 2 P tranſportée en E 2^5, on décrira le ſecond quart d'ellipſe
Fig. 267. B *s* 2^5; de même auſſi avec la hauteur 3 *p* tranſportée en 3^2, on aura le quart d'ellipſe B *t* 3^4.

Il faut préſentement chercher les courbes des joints de doële tranſverſaux, tant pour ſervir à former les cerches néceſſaires pour creuſer exactement la doële, que pour former les têtes des vouſſoirs

voussoirs, qui ne sont pas assez longs pour s'étendre depuis la plate-bande du fond au ceintre de la face intérieure. On prendra à volonté sur la ligne BE autant de points que l'on voudra formes de ces cerches; nous n'en prendrons ici que deux, un en L l'autre en N, par lesquels on lui menera des perpendiculaires qui couperont les courbes du profil l'une aux points *r*, *s*, *t*, *h*, l'autre aux points *x*, *y*, *z*, *u*, & l'on portera toutes ces différentes distances de la ligne BE sur les à-plomb correspondans: savoir N*r* en FR & GR; N*s* en P*s* & *os*; N*t* en *p*T & *ot*, &c. N*h* en C*h*, & par tous les points R*s*T*ht*, on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe *dhe*. De la même maniere on portera L*x* du profil en FX, & G*x* de l'élevation L*y* en PY & O*y*; L*z* en *p*Z & *oz*, L*u* en CV, & par les points X, Y, Z, V, &c. on décrira de même la courbe *d*V*e* que l'on cherche, pour section verticale de la doële coupée par un plan parallele à sa face. *Fig. 267.*

Application du trait sur la pierre, par équarrissement.

Supposons par exemple, qu'il s'agisse de faire le premier voussoir sur l'imposte, qu'on appelle *sommier*. Après avoir dressé un parement pour servir de lit de dessous, comme *kb*F*p*, on lui en fera deux autres à l'équerre l'un *kphe*, pour la tête, l'autre *hp*FG, d'équerre aussi sur la tête, pour y tracer l'arête du premier lit en coupe. On tracera ensuite au lit de dessous le contour KDA*f*F du piédroit (fig. 267.) soit par le moyen d'un panneau ou seulement à la regle & au compas, en KD*k*D*af*F de la fig. 268. On appliquera sur le parement de tête *kh* le panneau levé sur la tête *d*1T, de la figure 267, pour en tracer les contours sur la pierre. Enfin on appliquera sur le parement *h*GF*p* (fig. 268.) le panneau du quart d'ellipse B*r*1[6]E, en *hfp*, pour y tracer l'arête du lit *hf*, & la pierre sera tracée. Il faut présentement prendre le biveau d'à-plomb & de coupe F1T, & tenant toujours une de ses branches parallele à l'arête *hp* & l'autre parallele à *h*T, on le fera mouvoir en cette situation le long de la courbe *fh*, abattant toute la pierre qui excede l'angle, ce qui formera une surface cylindrique convexe. *Fig. 267 & 268.*

Les lits de dessus & de dessous étant formés, on abattra la pierre comprise entre quatre lignes données & tracées sur ses paremens; savoir, l'arc circulaire de tête D*h*, les quarts d'ellipse *hf*, la droite d'arête du lit de dessous D*a*, & de la droite de

Fig. 267 & 268. feuillure *af*. Mais comme cette ſurface eſt du nombre de ces irrégulieres dont la concavité varie continuellement, il eſt à propos, pour la creuſer régulierement, de ſe ſervir des cerches formées, comme nous l'avons dit, ſur des ſections tranſverſales priſes à volonté parallelement aux faces; c'eſt pourquoi, ſuppoſant qu'on veuille ſe ſervir de la premiere marquée *l*L au plan horiſontal (fig. 267.), on portera la diſtance D*l* ſur l'arête D*a* du vouſſoir de la figure 268, en DL, puis ayant levé une cerche ſur l'arc *d*X de l'élevation, on la placera ſur le point *x* de la figure 268, parallelement à la ſurface de la tête *k*D*h*, en appuyant le bas de la cerche ſur L & le haut ſur l'arête elliptique *hf*, & l'on creuſera ſuivant l'exigence du contour de la cerche. Si l'on veut opérer avec plus de préciſion, on peut encore ſe ſervir d'une autre cerche *d*R, priſe ſur la ſection *n*N (fig. 267.) laquelle approche plus de la figure de l'arête circulaire de la tête; il eſt viſible que ſi le vouſſoir ne comprenoit qu'une partie de la profondeur de l'arriere-vouſſure, il faudroit opérer comme nous venons de faire, en ſe ſervant de pareille cerche pour tracer le contour de la tête au lieu de l'arc *d*1.

En ſuivant cette méthode de tailler les vouſſoirs par équarriſſement, on ſent la néceſſité de former deux paremens, l'un de ſuppoſition horiſontale, l'autre de ſuppoſition verticale, pour tous les vouſſoirs qui ſont au-deſſus du ſommier, pour pouvoir placer dans l'un la projection horiſontale de l'arête du joint de lit de deſſous, & dans l'autre la projection verticale de l'arête du lit de deſſus, & ſervir à la poſition du biveau de coupe & d'à-plomb, comme nous l'avons fait au premier vouſſoir. Il ſera auſſi néceſſaire d'en uſer pour la formation des vouſſoirs de cette arriere-vouſſure, comme nous avons fait pour ceux de la précédente, à l'égard de la formation du lit de deſſous concave à tous les vouſſoirs au-deſſus du ſommier. C'eſt-à-dire, qu'il faudra tracer ſur le parement à-plomb dans lequel eſt l'arête du lit de deſſus, celle du lit de deſſous, pour former une fauſſe doële cylindrique laquelle ſervira pour poſer le biveau de l'angle de la coupe de lit de deſſous avec l'horiſon, qu'on fera mouvoir parallelement à la ſurface de tête ſur l'arête du lit de deſſous, après quoi on abattra cette ſurface cylindrique en creuſant entre les courbes des arêtes du lit de deſſus & de deſſous avec le ſecours des cerches des ſections tranſverſales, comme nous l'avons expliqué pour le ſommier.

REMARQUE.

On peut remarquer qu'en conſervant la même inclinaiſon de coupe du lit à l'égard de l'horiſon, il en réſulte l'inconvénient des fauſſes coupes qui font les angles des arêtes obtus & aigus alternativement. Ainſi par cette conſtruction on fait une arête très-aiguë au ſommier vers la feuillure, lorſque le couſſinet n'eſt pas un peu élevé ſur l'impoſte ; en ce cas il faut remédier par quelque artifice, en abattant un peu de l'arête en angle obtus ſaillant, qui ſe loge dans un rentrant que l'on fait porter au vouſſoir de deſſous, comme nous l'avons dit des claveaux des plate-bandes ; ce qui eſt indiſpenſable lorſque l'arête eſt ſi vive qu'on a lieu de préſumer qu'on ne pourra la tailler ſans riſque de la caſſer. On voit à la figure 268 l'accord de l'arriere-vouſſure avec la plate-bande par un reſſaut triangulaire marqué tRf, faiſant Rf parallele à gF du devant de la plate-bande, où nous ſuppoſons que la coupe du claveau doit faire abattre le priſme triangulaire $gGfFrR$, qui eſt moins incliné que tf ; on voit à peu près la même choſe à la figure 271.

Seconde maniere & variation de figure, par panneaux de doële plate.

Les différences de ce trait avec le précédent ſont. 1°. Que dans le trait précédent nous avons fait les joints de lit dans des plans paralleles entr'eux, préſentement nous les faiſons dans des plans convergens. 2°. Nous avons fait les diviſions de la plate-bande inégales, ici nous les faiſons égales. Enfin nous avons opéré par équarriſſement, ici nous opérons par panneaux de doële-plate ; voilà deux variations de conſtruction & une différence de méthode.

Soit (figure 272.) le trapeze A D E B le plan horiſontal de la baye qu'on veut voûter en arriere-vouſſure de Saint Antoine ; laiſſant à part la feuillure & le tableau comme une partie facile à creuſer & étrangere au trait. Sur A B, comme diametre du ceintre de face, on décrira la demi-cerche A H B, ou ſi l'on veut une demi-ellipſe ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, il n'importe ; l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaiſſera à l'ordinaire des perpendiculaires indéfinies ſur A B, qui les couperont aux points p^1, p^2, p^3, P, p^5, p^6. *Fig.* 272.

On divisera ensuite la plate-bande DE en un même nombre de parties égales moins deux de ce qu'on a divisé le ceintre AHB, c'est-à-dire ici en cinq, si ce ceintre a été divisé en sept voussoirs; savoir, aux points 2^n, 3^n, 4^n, 5^n; desquels points on tirera des lignes aux projections des divisions p^1, p^2, p^3, &c. ces lignes serviront pour faire les profils des arêtes des joints de lit, comme il suit. Ayant fait l'angle droit NLh, on portera sur LN les longueurs de chacune de ces lignes Dp^1, $2^n p^2$, $3^n p^3$ de L vers N, où nous supposons, pour plus de facilité du discours, qu'elles viennent toutes aboutir, parce que la différence de leur longueur n'est pas fort sensible, quoiqu'elle soit réelle; ensuite on portera sur Lh les hauteurs des retombées $1p^1$, $2p^2$, $3p^3$, qui donneront sur Lh les points 1^6, 2^5, 3^4, par lesquels & par le point N on tirera les cordes N1^6, N2^5, N3^4, & par les mêmes points on fera passer autant de quarts d'ellipse Nf^1 1^6, &c. sur les demi-axes donnés, qui ont leur centre commun en L.

Fig. 272.

Cette préparation étant faite, on tracera les panneaux de doële plate dont les deux premiers seront des triangles composés de trois côtés dont il y en a deux de donnés, savoir 1°. l'imposte au piédroit AD ou BE; 2°. la corde A1 ou B6 de la premiere tête sur l'imposte, & le troisieme se trouvera en portant la retombée $1p^1$, de p^1 en x, sur une perpendiculaire à la projection Dp^1, la ligne Dx sera le troisieme côté de ce triangle; ainsi faisant une section avec les rayons Dx & A1, des points D & A pour centre, on aura le point y; le triangle AyD sera le panneau de doële plate que l'on cherche, si l'on veut. Je dis si l'on veut, parce qu'il n'y a aucun avantage de tailler ces voussoirs ou sommiers par panneaux, il est plus commode de le faire par équarrissement; il n'en est pas de même des autres voussoirs.

Les panneaux des doëles plates suivantes seront des trapezes de grandeur & de figure inégales dans chaque côté de la clef. Pour le premier au-dessus du coussinet, on prendra au profil la corde N1 avec le compas, dont on mettra une pointe au point 2^n du plan horisontal, & avec l'autre on fera un arc qui coupera l'à-plomb $2p^2$ prolongé en X, par où on menera une parallele à BA qui coupera l'à-plomb $1p$ prolongé au point d^1; si l'on tire les droites X2^n, Dd, le trapeze D2^nXd sera le panneau que l'on cherche, dont il n'y a que les trois angles D, 2^n, d, qui touchent la doële; le quatrieme X en est éloigné

à-plomb suivant la hauteur de la retombée $2u$, laquelle diminue à mesure qu'on approche de la clef. De la même maniere, pour former celui du voussoir suivant, on prendra avec le compas l'ouverture de la corde N 2^3, avec laquelle, pour rayon, & du point 3^n pour centre, on décrira un arc qui coupera l'à-plomb $3p$ prolongé au point Y, par où l'on menera une parallele à BA qui coupera l'à-plomb $2p$ prolongé au point d^2; le trapeze 3^n Y d^2 2^n sera la figure de la doële plate que l'on cherche; ainsi des autres, observant que le panneau de la clef touche les quatre angles de la doële concave, ce qui n'arrive à aucun autre voussoir. *Fig. 272.*

Il ne reste plus qu'à chercher les angles des biveaux de doële plate avec la face & avec la plate-bande, lesquels sont à très-peu près les mêmes que ceux des cordes du profil avec la ligne d'à plomb pour les faces, & la ligne de niveau pour la plate-bande; cependant comme ces cordes sont dans des plans un peu inclinés aux verticaux de face & de feuillure, leurs intersections avec ces plans n'en donnent pas les angles (par le lemme du troisieme livre), c'est pourquoi il faut faire un profil exprès. On portera la ligne CM, qui est la profondeur de la feuillure, en MQ à part (figure 273.) sur laquelle ayant élevé la perpendiculaire QH, on y portera toutes les hauteurs des retombées $1p^1$, $2p^2$, $3p^3$, aux points 1, 2, 3, par lesquels on menera du point M, les lignes M1, M2, M3; les angles M 1 H, &c. seront ceux de la doële plate avec la face, & leurs égaux opposés 1MF, 2MF, ceux de la même doële avec la feuillure; si la plate bande est portée comme à la porte Saint Antoine, on prendra les angles de la doële avec l'horison 1 MR, &c. & l'épure sera faite.

Application du trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement, par exemple, pour le premier voussoir, on y appliquera le panneau de doële plate tracée à l'épure en D 2^n X d, de la figure 272, qu'on a dessiné en perspective à la figure 271 & marqué des mêmes lettres. Ensuite avec le biveau de doële & de tête M 1 H (fig. 272.) posé quarrément sur la ligne tracée d X (fig. 272.), on abattra la pierre pour former un second parement sur lequel on appliquera le panneau de tête T $1u2t$ de la figure 272. On fera de même avec le biveau de doële plate avec l'horison 1 MR (fig. 273.), on formera un *Fig. 271, 272, & 273.*

troisieme parement pour la plate-bande, si elle est soutenue dans une retraite, comme à la porte citée. Il est visible que si la plate-bande n'est pas soutenue, il faut commencer par former l'angle rentrant F M 1 de la feuillure avec la doële, qui doit être d'une même piece.

Fig. 271 & 272.

Présentement, il faut former une portion de surface verticale pour y poser le panneau du lit supérieur, qui est le quart d'ellipse marqué au profil $Nf^2 2^5$, en abattant la pierre le long du côté n^2 X & de la ligne u 2 (fig. 271) qui est dans le plan de la tête, à la figure 272, & marqué X 2, à la figure 271, c'est-à-dire en faisant passer une surface plane par trois points donnés n^2 X 2 (par le problême I du quatrieme livre). On appliquera sur cette surface le panneau de profil du second joint de lit elliptique $Nf^2 2^5 1^6$ (fig 272.), posant la corde N 1^6 sur le côté n^2 X, de la figure 271, & après avoir tracé le contour $Nf^2 2^5$ en $2fn^2$, on prendra le biveau d'à-plomb & de coupe $u\,2\,t^2$, dont on tiendra les deux branches paralleles, l'une à l'arête X 2, l'autre au joint de tête $2t^2$, & dans cette situation, on fera couler son angle sur la ligne courbe $2fn^2$, abattant la pierre qui excede, & ainsi on aura formé le lit de dessus.

Le lit de dessous se fera par la même méthode qu'au cas précédent, comme il a été dit & expliqué pour la figure 270, en formant une fausse doële cylindrique passant par l'arc du premier joint de lit $Nf^1 1^6$, pour y faire couler un biveau dans la situation parallele à la face. Pour poser la cerche de ce premier joint dans sa juste situation, il faut tirer sur le parement de tête une ligne d V perpendiculaire à d X, sur laquelle on appliquera une regle, par laquelle il faut bornoyer le plan de la cerche, & dans cette situation on en tracera le contour pour marquer avec précision dans la surface cylindrique la ligne d'arête de lit & de doële sur laquelle il faut faire couler le biveau T 1 V, comme nous l'avons dit, pour former exactement le lit concave du dessous du premier voussoir, qui doit s'adapter sur le convexe du sommier, après quoi on creusera la doële comme il a été dit à la construction précédente; si les voussoirs ne sont pas assez longs pour s'étendre du devant au fond de l'arriere-voussure, on pourra chercher les joints transversaux comme à la construction citée. Ou bien, pour s'en épargner la peine, on peut assembler deux quartiers de pierre bien joints à l'équerre & de longueur convenable, puis les tracer ainsi joints comme si ce n'étoit qu'une seule pierre.

Cette pratique eſt commode, mais ſi les joints tranſverſaux devoient faire une ſuite, elle ne pourroit ſervir à leur donner une régularité de contour telle qu'il convient, il faut alors avoir recours au trait & aux panneaux de tête de joints de doële, leſquels ſont auſſi néceſſaires étant coupés en ſens contraire de cerches convexes pour ſe bien conduire dans l'excavation de la doële, qui eſt une ſurface très-gauche dont la concavité diminue inſenſiblement depuis la face juſqu'à la plate-bande, où elle ſe réduit à la ligne droite.

REMARQUE.

Quoique nous ne parlions pas ici des arriere-vouſſures biaiſes, pour ne pas multiplier les exemples du même trait, nous pouvons avancer que la méthode des panneaux de doële plate leur convient également qu'à celles qui ſont droites dans leur direction aux faces; la ſeule différence qui en réſultera ſera celle des ſurfaces des trapezes changés en trapezoïdes, qui n'auront aucun côté parallele à ſon oppoſé, parce que le plan vertical de face & celui de feüillure ne ſeront plus paralleles. Si l'arriere-vouſſure ſe faiſoit dans un mur en talud, il faudroit en former le ceintre primitif ſur une ſurface plane auſſi en talud, parce que ſi on le prenoit ſur un plan vertical, le ceintre ſecondaire, qui ſeroit la ſection plane d'une arriere-vouſſure ordinaire, deviendroit une ovale dont le contour ſeroit moins agréable que le cercle ou l'ellipſe du ceintre primitif d'où il dériveroit. Il eſt aiſé de voir combien la méthode des panneaux de doële plate eſt avantageuſe pour le ménagement de la pierre.

Troiſieme maniere, & variation de coupes.

Dans les deux manieres précédentes, les arêtes des joints de lit à la doële étoient des courbes planes formées par des ſections de plans verticaux; ici ce ſont des courbes à double courbure formées par des ſections de ſurfaces cylindriques perpendiculaires au plan vertical de la face paſſant par les diviſions du ceintre de cette face & par celle de la plate-bande. L'épure du plan horiſontal & de la face étant tracée préciſément comme au trait précédent pour la diviſion de la plate-bande & les projections des diviſions de la face, on tirera des lignes droites de chacune des diviſions de la plate-bande 4^n, 5^n, E, (fig. 272.) des paralleles à la direction HC, qui couperont AB aux points *Fig. 271.*

Q, q & K, par lesquels & ceux des divisions de l'arc de face
Fig. 272. 4, 5, 6, on tirera les lignes inclinées 4 Q, 5 q, 6 K, qu'on divisera chacune en deux également aux points m, m, m, par où on leur tirera des perpendiculaires qui couperont le diametre AB prolongé en z, y & x, qui se trouve hors de la planche; ces points d'intersection seront les centres des arcs de cercles 4 s Q, 5 s q, 6 s K, lesquels sont les projections verticales des joints de lit à la doële de l'arriere-voussure.

Présentement, il faut faire les profils des joints de lit comme à la premiere cnostruction, avec cette différence, qu'au lieu de prendre pour demi-axe vertical une ligne droite qui étoit la hauteur de la retombée de chaque division, il faut prendre ici la rectification de l'arc de cercle qui est la projection verticale du joint courbe. Par exemple, pour le profil du joint de lit qui doit passer par la division 4, il faut prendre pour axe horisontal la droite 4^n Q, qu'on portera en NL du profil, & pour demi axe de hauteur le développement de l'arc Q 4, qu'on portera en L 3^4 du profil; le quart d'ellipse N f^3 3^4, formé sur ces deux demi-axes, sera celui que l'on cherche, ainsi des autres, Quant à la description des sections transversales pour former les têtes cachées des voussoirs qui sont trop courts pour s'étendre de la plate-bande à la face, on suivra la construction du premier trait, sans égard aux quarts d'ellipse destinés pour la formation des panneaux de joints de lit, parce qu'il ne s'agit que de trouver les hauteurs des points de ces courbes, qui doivent toujours être prises sur une projection verticale.

Application du trait sur la pierre.

Fig. 272. Ayant dressé un parement pour être supposé lit horisontal, on lui en fera un autre d'équerre pour vertical destiné à la face, sur lequel on appliquera le panneau de tête joint à toute la partie comprise au dedans du ceintre, qu'il faudra ensuite enlever, lequel panneau sera une figure mixte composée de trois lignes droites & de trois courbes, par exemple, pour le second voussoir au-dessus de l'imposte, la figure t 5 s q K 6 t, pour le suivant la figure t^4 4 s Q q 5 t. Le contour du panneau étant tracé, on abattra la pierre tout autour à l'équerre, comme si l'on vouloit faire des voussoirs d'un berceau droit formant deux surfaces cylindriques, l'un econcave l'autre convexe, sur lesquelles on appliquera les panneaux des quarts d'ellipse des profils des joints de

de lit tracés & découpés sur une matiere flexible, comme du carton, du fer-blanc, ou des lames de plomb, afin qu'ils puissent être exactement appliqués sur les surfaces courbes dont nous parlons, posant un des axes sur l'arête du lit horisontal & l'autre sur celle de la face verticale; dans cet état on en tracera les contours qui déterminent les arêtes courbes à double courbure des joints de lit à la doële, entre lesquelles on creusera la doële par le moyen des cerches, comme on a fait aux deux traits précédens.

On voit que par cette construction les lits sont faits avant la doële, & qu'ainsi on n'a besoin d'aucun biveau. Il est visible aussi que ces mêmes lits servent à la coupe de la plate-bande qu'ils soutiennent à la place des lits droits qu'on y emploie ordinairement, de sorte qu'il n'est pas nécessaire de faire un ressaut dans l'intérieur des voussoirs qui portent la plate-bande au-dessus de la feuillure, où il se fait une interruption de la coupe droite des claveaux de la plate-bande & de la coupe courbe des lits de l'arriere-voussure; ainsi ce trait facilite beaucoup l'opération & a encore cette propriété de plus, que toutes les coupes courbes de la plate-bande commencent par un angle droit ou infiniment peu différent du droit, parce que le centre des arcs cylindriques est sur l'arête de la plate-bande prolongée, de sorte que les claveaux contigus ont des arêtes d'égale force, au lieu qu'aux plate-bandes ordinaires l'un est obtus & l'autre est d'autant plus aigu qu'il approche *du* sommier. Le seul inconvénient qui se rencontre dans ce trait, c'est qu'il y faut employer de très-gros quartiers de pierre, & que la perte en est très-considérable, particulierement lorsque les voussoirs sont parpain; ainsi lorsqu'on n'a pas de gros blocs à discrétion, il est plus avantageux d'avoir recours à la méthode des panneaux de doële plate.

On peut cependant encore ménager la pierre dans la disposition des joints courbes de plate-bande, parce que l'on peut commencer la tête du côté de la plate-bande pour faire les lits cylindriques en portion de cylindres droits excentriques, l'un concave au lit de dessous, l'autre convexe au lit de dessus, & appliquer sur ces surfaces les mêmes courbes elliptiques pliées sur des panneaux flexibles taillés en sens contraire des précédens; c'est-à-dire, qu'au lieu de les couper dans la partie intérieure, qui donne un contour convexe & un quart de la surface elliptique, on peut les découper sur la partie extérieure, qui donne un contour

concave, laissant la surface elliptique au dehors, comme par
Fig. 272. exemple le quadriligne $nNhs$ du profil, au lieu du quart d'ellipse en triangle mixte LNh, ce qui revient au même; ou, pour le dire en deux mots (suivant les termes de l'art) tourner en panneau ce qui étoit en cerche. Nous n'avons point proposé le trait du Pere *Derand*, qui fait ses joints de lit en arcs de cercles, par la même raison que nous avons donné pour rejetter les traits de Maître *Blanchard*, laquelle est approuvée par l'expérience, comme l'a remarqué M. *de la Rue*, qui dit que l'arriere-voussure *est bien moins gracieuse & réguliere*, principalement du côté de la feuillure.

Du revêtement de cette arriere-voussure de Saint Antoine, en lambris de menuiserie.

Nous avons dit que l'on pouvoit considérer cette arriere-voussure comme une espece de renversement de celle de Montpellier, tant il y a de conformité dans la formation des surfaces concaves de ces deux voûtes; en effet si l'on transporte le ceintre de l'une à la place de la plate-bande de l'autre, ccst-à-dire le haut en bas & le devant au derriere, on pourra avec les mêmes profils de sections verticales, aussi transposés du milieu sur les côtés, former la surface de l'arriere-voussure de Saint Antoine. D'où il suit que la maniere d'en tracer les bâtis de menuiserie doit aussi être la même transposée; par conséquent tout ce que nous avons dit de l'arriere-voussure de Montpellier servira pour le revêtement de celle de Saint Antoine, dont il s'agit; il n'y a qu'à en faire une application, dont tout lecteur qui aura entendu la premiere sera capable de lui-même, observant que les justes hauteurs & largeurs qui doivent déterminer les points des courbes de projection des arêtes des bâtis, doivent être prises sur les coordonnées aux axes des courbes des sections perpendiculaires aux arêtes des ceintres donnés, & non pas sur des sections verticales, comme le fait Maître *Blanchard*, dont nous avons démontré l'erreur. Mais comme ces nouvelles sections suivant la coupe des joints de tête ne sont pas des quarts d'ellipse ainsi que les sections verticales, quoiqu'elles soient de même perpendiculaires au plan de la face, & qu'il faut en chercher plusieurs points par les intersections des profils à-plomb, comme nous l'avons dit, je vais donner un moyen de s'épargner la peine de chercher ces points & de former des courbes qui servent à prendre les largeurs des bâtis.

Ayant déterminé la largeur du bâtis ſuivant le deſſein de la menuiſerie, on en prendra l'intervalle avec le compas, dont on poſera une des pointes en B au profil (fig. 267.) & avec l'autre on tracera un arc qui coupera les profils des joints de lit aux points *a*, *y*, R; par leſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſur CM prolongées qui couperont les lignes des projections des joints de lit aux points *bcdedcb*, par leſquels on tracera la courbe de projection du bâtis à la plate-bande. Au contraire pour le bâtis du ceintre, on prendra la projection verticale à l'élevation ſur la courbe qui a été tracée pour une cerche de joint ou ſection tranſverſale paſſant par les points *n*N de la projection, ſuppoſant que cette ligne paſſât par le point *r* du profil le plus couché, ſur lequel on a dû prendre la largeur du bâtis 1 *r*, parce que c'eſt l'endroit où elle avance le plus dans la voûte. On me demandera pourquoi je me ſers dans l'un des bâtis de la projection horiſontale, & à l'autre de la ſection verticale; c'eſt parce qu'il convient de chercher la partie la plus creuſe, pour connoître quelle doit être l'épaiſſeur du bois; or à la plate-bande c'eſt l'arête ſupérieure, puiſque l'inférieure eſt droite, & au ceintre c'eſt l'arête ſupérieure, dont la projection horiſontale eſt une ligne droite, & l'inférieure *dhe* eſt moins creuſe dans ſon élevation, puiſqu'elle eſt ſurbaiſſée. Fig. 267.

Application du trait ſur le bois.

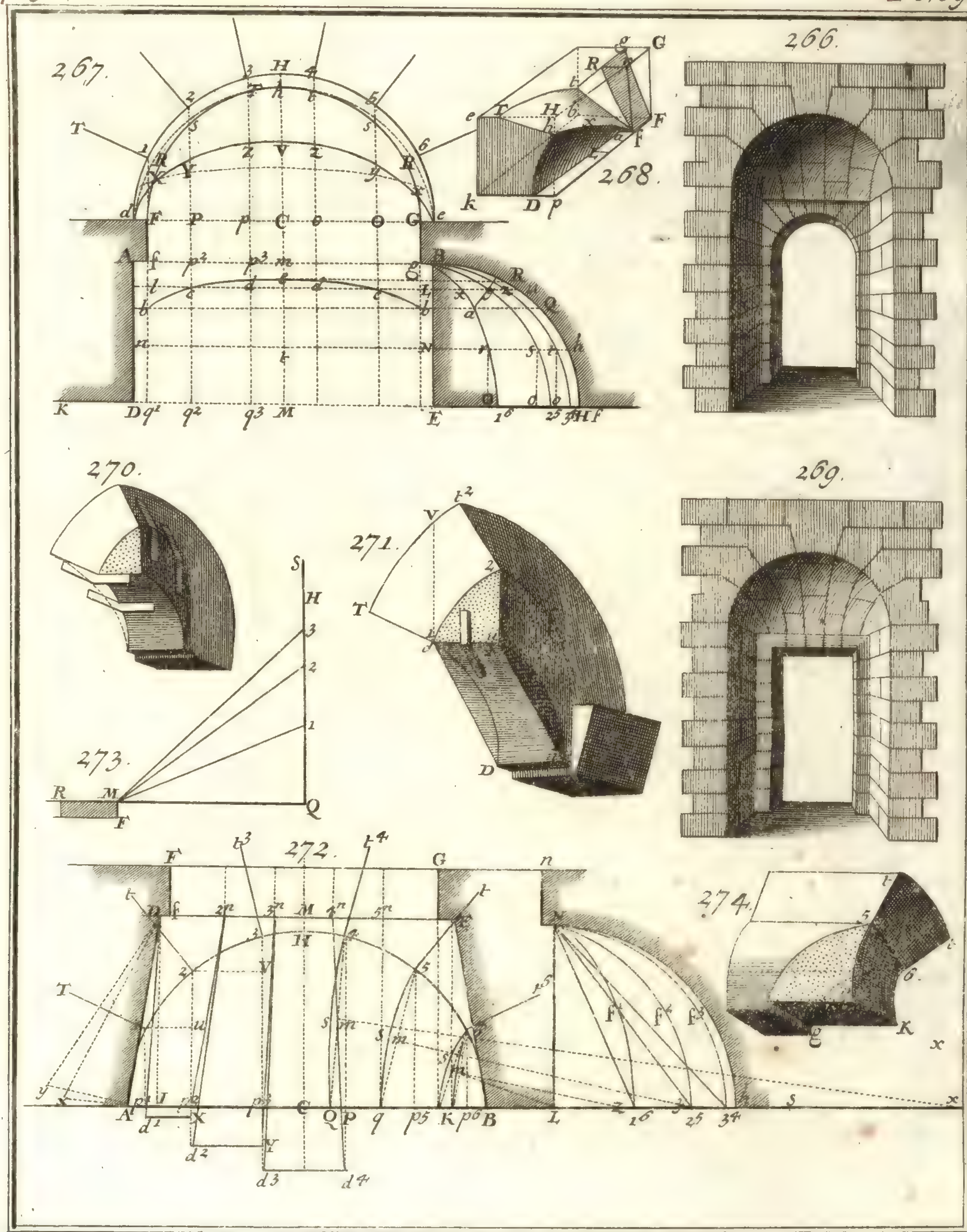
Cette préparation étant faite, ſuppoſant que le bâtis d'impoſte doive monter juſqu'en *a*, où nous prenons le premier point, que nous pouvons prendre plus bas ou plus haut, ſuivant l'exigence de ce bâtis, on prendra un morceau de bois de la largeur de *fb* & de la hauteur de LR, qui eſt la plus grande, qu'on équarrira; puis ayant tracé au parement de deſſus la courbe *bdeb*, on débillardera, c'eſt-à-dire, on creuſera le bois depuis la ligne droite de la plate-bande au deſſous, juſqu'à la ligne courbe du deſſus, ſuivant les cerches des arcs des profils B*a*, B*y*, BR; puis avec un compas ouvert on traînera la largeur donnée du bâtis, en tenant une pointe ſur la plate-bande, l'autre tracera l'arête du deſſus, tenant ce compas un peu incliné vers les côtés, je veux dire que la ligne droite qu'on imagine paſſer par les deux points ne doit être perpendiculaire à la plate-bande qu'au milieu, & pencher de plus en plus en coupe vers les côtés, en

forte qu'elle foit toujours à peu près perpendiculaire à la courbe de l'arête de deffus. On obfervera la même chofe pour le bâtis du ceintre, où l'on peut fe fervir du *trufquin*, ou bien du compas, dont la direction des pointes foit perpendiculaire à une ligne moyenne entre les deux arêtes; en traînant la pointe de direction fur le ceintre de face, l'autre pointe tracera l'arête inférieure, & l'on coupera du bois ce qui excede le trait que le compas aura marqué pour telle arête.

Par cette méthode on voit qu'il fuffit de connoître un des côtés, pour trouver la largeur de l'autre exactement, fans en chercher la courbe dans l'épure en deux endroits, à la projection horifontale & à l'élevation. Je ne crois pas qu'il foit néceffaire d'ajouter ici une explication de ces trois conftructions de l'arriere-vouffure de Saint Antoine, parce que j'en ai déja donné une bonne introduction au troifieme livre, à la page 364 & fuivantes, relatives à la planche 21, & que d'ailleurs j'ai mêlé les raifons à la pratique dans la defcription des différentes opérations que je viens de propofer.

Voilà toutes les efpeces de voûtes fimples qui font venues à ma connoiffance, je doute qu'on puiffe en former de nouvelles qui foient intrinféquement différentes, car les variations de biais, de talud, & de rampe, de ceintres furhauffés ou furbaiffés, ne font que des accidens, dont je crois avoir fuffifamment inftruit les lecteurs pour qu'ils ne doivent lui caufer aucun embarras : c'eft pourquoi je paffe à la feconde partie de ce quatrieme livre, qui concerne les voûtes compofées.

Fin du fecond Tome.


266.
267.
268.
269.
270.
271.
272.
273.
274.







COUPE
DES
PIERRES

TOM II







